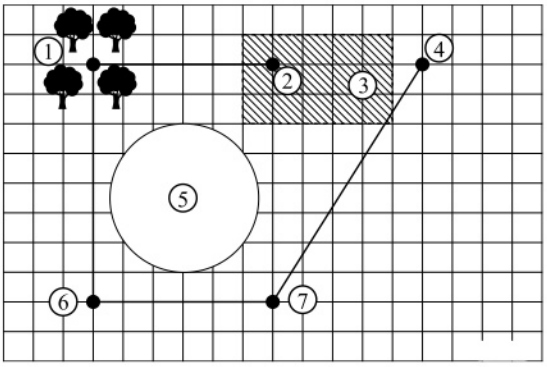
Вариант № 37446027

1. **Задание** 1 **№** 367487

Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в ответ запишите последовательность четырёх цифр без пробелов и других дополнительных символов.

Объекты	Хутор Камышино	Село Большое	Озеро Круглое	Деревня Дубки
Цифры				



На плане (см. рисунок) изображена местность, прилегающая к озеру Круглому. Для удобства план нанесён на квадратную сетку, сторона каждого квадрата которой равна 500 м. Населённые пункты обозначены на плане жирными точками.

Рядом с озером Круглое находится болото, обозначенное на плане штриховкой. На болоте расположен хутор Камышино. От хутора Камышино проложена дорога к деревне Дубки, вокруг которой имеются дубовые рощи. Далее дорога идёт к селу Большое, расположенному по другую сторону озера от хутора Камышино. Село Большое соединено также дорогой с деревней Малая, обозначенной на плане цифрой 7. Деревня Малая, в свою очередь, соединена дорогой с деревней Дальней (отмечена цифрой 4). Преобладающая часть изображённой на плане местности — это поля, используемые для выращивания злаков.

Решение.

Рядом с озером Круглое находится болото, обозначенное на плане штриховкой. На болоте расположен хутор Камышино, значит, хутор Камышино отмечен на плане цифрой 2. На плане (см. рисунок) изображена местность, прилегающая к озеру Круглому, значит, озеро Круглое отмечено цифрой 5. От хутора Камышино проложена дорога к деревне Дубки, вокруг которой имеются дубовые рощи, следовательно, деревня Дубки отмечена цифрой 1. Далее, от деревни Дубки, дорога идёт к селу Большое, расположенному по другую сторону озера от хутора Камышино, поэтому село Большое отмечено цифрой 6.

Ответ: 2651.
Ответ: 2651

2. **Задание** 2 **№** 367488

Автомобиль расходует в среднем 9 л топлива на 100 км пути. Сколько литров топлива израсходует автомобиль при поездке из хутора Камышино в деревню Малая по имеющимся дорогам?

Решение.

Сторона каждого квадрата равна 500 м. От хутора Камышино до деревни Дубки 6 клеток. От деревни Дубки до села Большого 8 клеток. От села Большого до деревни Малая 6 клеток. Значит, расстояние, которое нужно проехать, равно

$$500 \cdot (6+8+6) = 10000 \text{ м} = 10 \text{ км}.$$

Чтобы проехать один километр, понадобится $\frac{9}{100} = 0,09$ литров бензина. Значит, при поездке из хутора Камышино в деревню Малая понадобится $0,09 \cdot 10 = 0,9$ л.

Ответ: 0,9.
Ответ: 0,9

3. Задание 3 № 367489

Найдите площадь (в км^2) болота, отмеченного на плане.

Решение.
Сторона одной клетки равна 500 м. Значит, площадь болота равна:

$$500 \cdot 3 \cdot 500 \cdot 5 = 3\,750\,000 \text{ м}^2 = 3{,}75 \text{ км}^2.$$

Ответ: 3,75.
Ответ: 3,75

4. Задание 4 № 367490

Найдите расстояние (в метрах) по прямой от хутора Камышино до села Большое.

Решение.
Сторона одной клетки равна 500 м. Значит, расстояние по прямой от хутора Камышино до села Большое по теореме Пифагора:

$$\sqrt{(500 \cdot 6)^2 + (500 \cdot 8)^2} = \sqrt{9\,000\,000 + 16\,000\,000} = \sqrt{25\,000\,000} = 5\,000 \text{ м}.$$

Ответ: 5000.
Ответ: 5000

5. Задание 5 № 367491

Для улучшения сообщения между населёнными пунктами планируется построить ещё одну дорогу: из хутора Камышино в деревню Малая либо из хутора Камышино в деревню Дальняя. Дорога должна соединить населённые пункты по прямой. Цена прокладки дороги по полю равна 10 млн рублей за 1 км, по болоту – 20 млн рублей за 1 км. Из указанных двух вариантов дороги выберете тот, стоимость которого будет ниже. В ответе укажите стоимость (в млн рублей) выбранного варианта дороги.

Решение.
Сторона одной клетки равна 500 м. Значит, 1 км дороги из хутора Камышино в деревню Малая будет проходить по болоту, а другие 3 км— по полю. Следовательно, стоимость дороги из хутора Камышино в деревню Малая равна

$$20 \cdot 1 + 10 \cdot 3 = 50 \text{ млн рублей}.$$

Далее, 2 км дороги из хутора Камышино в деревню Дальняя будет проходить по болоту, а 0,5 км— по полю. Следовательно, стоимость дороги из хутора Камышино в деревню Дальняя равна

$$20 \cdot 2 + 10 \cdot 0{,}5 = 45 \text{ млн рублей}.$$

Таким образом, стоимость дороги из хутора Камышино в деревню Дальняя меньше и равна 45 млн рублей.

Ответ: 45.
Ответ: 45

6. Задание 6 № 314282

Найдите значение выражения $\left(\frac{11}{18} + \frac{2}{9}\right) : \frac{5}{48}$.

Решение.
Приведём в скобках к общему знаменателю:

$$\left(\frac{11}{18} + \frac{2}{9}\right) : \frac{5}{48} = \frac{11 + 2 \cdot 2}{18} \cdot \frac{48}{5} = \frac{15 \cdot 48}{18 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 8}{3} = 8.$$

Ответ: 8.
Ответ: 8

7. **Задание 7 № 205771**

О числах a и b известно, что $a > b$. Среди приведенных ниже неравенств выберите верные:
В ответе укажите номер правильного варианта.

1) $a - b < -3$
2) $b - a > 1$
3) $b - a < 2$
4) Верно 1, 2 и 3

Решение.

Проверим все варианты ответа:

1) $a - b < -3 \Leftrightarrow a + 3 < b$ — неверно.
2) $b - a > 1 \Leftrightarrow -a > 1 - b \Leftrightarrow a < b - 1$ — неверно,
3) $b - a < 2 \Leftrightarrow -a < 2 - b \Leftrightarrow a > b - 2$ — верно.

Правильный ответ указан под номером 3.

Ответ: 3

8. **Задание 8 № 353059**

Найдите значение выражения $\left(\frac{2b}{5a} - \frac{5a}{2b}\right) \cdot \frac{1}{2b+5a}$ при $a = \frac{1}{5}, b = \frac{1}{9}$

Решение.

Упростим выражением

$$\left(\frac{2b}{5a} - \frac{5a}{2b}\right) \cdot \frac{1}{2b+5a} = \left(\frac{4b^2 - 25a^2}{10ab}\right) \cdot \frac{1}{2b+5a} = \frac{(2b-5a)(2b+5a)}{10ab} \cdot \frac{1}{2b+5a} = \frac{2b-5a}{10ab}$$

Подставим значения $a = \frac{1}{5}, b = \frac{1}{9}$:

$$\frac{2 \cdot \frac{1}{9} - 5 \cdot \frac{1}{5}}{10 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{9}} = \frac{-\frac{7}{9}}{\frac{2}{9}} = -3,5$$

Ответ: -3,5

Ответ: -3,5

9. **Задание 9 № 338202**

Квадратный трёхчлен разложен на множители: $x^2 + 6x - 27 = (x+9)(x-a)$. Найдите a.

Решение.

Корни уравнения $x^2 + 6x - 27 = 0$ — суть числа -9 и 3. В силу формулы $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, где x_1 и x_2 — корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, получаем $x^2 + 6x - 27 = (x+9)(x-3)$. Следовательно, $a = 3$.

Ответ: 3.

Ответ: 3

10. **Задание 10 № 132736**

В каждой десятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Варя покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Варя не найдет приз в своей банке.

Решение.

Так как в каждой десятой банке кофе есть приз, то вероятность выиграть приз равна $0,1$. Поэтому, вероятность не выиграть приз равна $1 - 0,1 = 0,9$.

Ответ:0,9.

Ответ: 0,9

11. Задание 11 № 339254

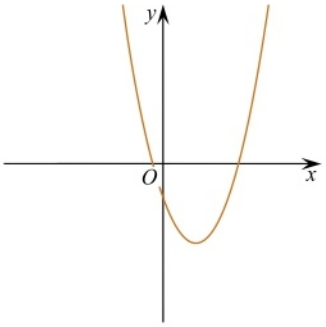
На рисунке изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между знаками коэффициентов a и c и графиками функций.

Коэффициенты

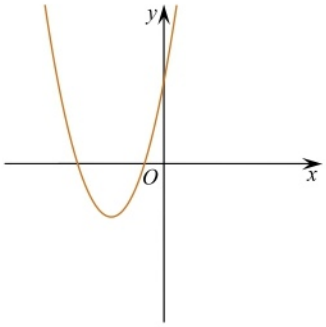
А) $a > 0$, $c < 0$ Б) $a < 0$, $c > 0$ В) $a > 0$, $c > 0$

Графики

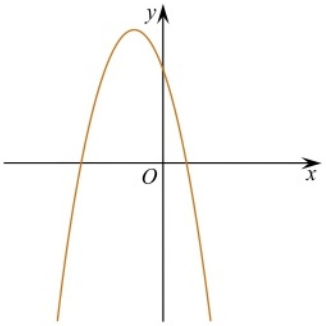
1)



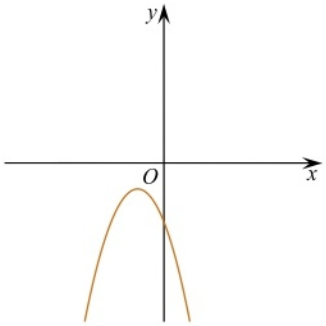
2)



3)



4)



Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В

Решение.

Если парабола задана уравнением $y = ax^2 + bx + c$, то: при $a > 0$, то ветви параболы направлены вверх, а при $a < 0$ — вниз. Значение c соответствует значению функции в точке $x = 0$. Следовательно, если график пересекает ось ординат выше оси абсцисс, то значение c положительно, если ниже оси абсцисс — отрицательно.

Таким образом, функциям соответствуют следующие графики: А — 1, Б — 3, В — 2.

Ответ: 132.
Ответ: 132

12. Задание 12 № 338296

Закон Менделеева-Клапейрона можно записать в виде $PV = \nu RT$, где P — давление (в паскалях), V — объём (в м ^{3}), ν — количество вещества (в молях), T — температура (в градусах Кельвина), а R — универсальная газовая постоянная, равная 8,31 Дж/(К·моль). Пользуясь этой формулой, найдите температуру T (в градусах Кельвина), если ν=68,2 моль, P=37 782,8 Па, V=6 м^3.

Решение.

Выразим температуру из закона Клапейрона-Менделеева: $PV = \nu RT \Leftrightarrow T = \dfrac{PV}{\nu R}$. Подставляя, получаем:

$$T = \frac{37\ 782,8 \cdot 6}{68,2 \cdot 8,31} = \frac{377\ 828 \cdot 600}{682 \cdot 831} = \frac{377\ 828 \cdot 100}{341 \cdot 277} = 400.$$

Ответ: 400.

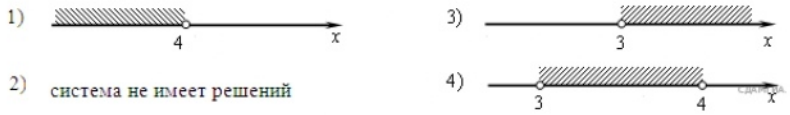
Ответ: 400

13. Задание 13 № 333109

Решите систему неравенств $\begin{cases} x > 3, \\ 4 - x > 0. \end{cases}$

На каком рисунке изображено множество её решений?

В ответе укажите номер правильного варианта.



Решение.

Решим систему неравенств:

$$\begin{cases} x > 3, \\ 4 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3, \\ x < 4, \end{cases} \Leftrightarrow 3 < x < 4.$$

Решение неравенства изображено под номером 4.

Ответ: 4

14. Задание 14 № 393956

Бизнесмен Бубликов получил в 2000 году прибыль в размере 5000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 300% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Бубликов за 2003 год?

Решение.

Поскольку каждый год прибыль увеличивалась на 300%, она увеличивалась в 4 раза по сравнению с предыдущим годом. Ищем четвертый член геометрической прогрессии: за 2003 год Бубликов заработал $5000 \cdot 4^3 = 320\ 000$ руб.

Ответ: 320 000.

Примечание.

Прибыли можно было найти последовательно: за 2001 год — 20 тыс. руб., за 2002 год — 80 тыс. руб., за 2003 год — 320 тыс. руб.

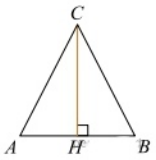
Примечание.

В задаче речь идет о прибыли, то есть о сумме, заработанной за год, а не о капитале на конец года. Поэтому не следует отнимать о суммы, заработанной в текущем году, сумму, заработанную в предыдущем году.

Ответ: 320000

15. Задание 15 № 311332

В равнобедренном треугольнике ABC $AC = BC$. Найдите AC, если высота $CH = 12$, $AB = 10$.



Решение.

В равнобедренном треугольнике высота, опущенная на основание делит основание пополам, то есть CH делит AB пополам. Тогда получаем прямоугольный треугольник ACH с двумя известными катетами $CH = 12$ и $HA = \frac{AB}{2} = \frac{10}{2} = 5$, гипотенузой которого является искомая AC. По теореме Пифагора найдем

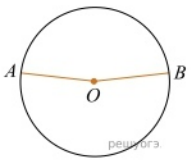
$$AC = \sqrt{CH^2 + HA^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13.$$

Ответ: 13.

Ответ: 13

16. Задание 16 № 311483

Точки A и B делят окружность на две дуги, длины которых относятся как 9:11. Найдите величину центрального угла, опирающегося на меньшую из дуг. Ответ дайте в градусах.



Решение.

Дуги окружности относятся как 9:11, что в сумме дает 20 частей. Поэтому длина меньшей дуги составляет $\frac{9}{20}$ от всей окружности, тем самым, она равна $\frac{9 \cdot 360^\circ}{20} = 162^\circ$. Так как угол AOB — центральный, то он равен той дуге на которую он опирается. Таким образом, $\angle AOB = 162^\circ$.

Ответ: 162.

Ответ: 162

17. Задание 17 № 169875

Одна из сторон параллелограмма равна 12, а опущенная на нее высота равна 10. Найдите площадь параллелограмма.

Решение.

Площадь параллелограмма равна произведению высоты на основание. Таким образом,

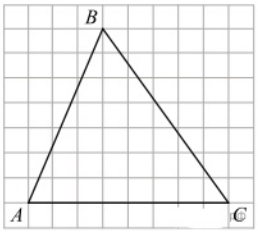
$$S = 12 \cdot 10 = 120.$$

Ответ: 120.

Ответ: 120

18. Задание 18 № 348480

На клетчатой бумаге с размером клетки 1x1 изображён треугольник ABC. Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AC.



Решение.

Из рисунка видно, что длина стороны AC равна 8. Длина средней линии равна половине длины стороны AC, следовательно, 4.

Ответ: 4

Ответ: 4

19. Задание 19 № 341410

Какое из следующих утверждений верно?

1) Точка касания двух окружностей равноудалена от центров этих окружностей.
2) В параллелограмме есть два равных угла.
3) Площадь прямоугольного треугольника равна произведению длин его катетов.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Точка касания двух окружностей равноудалена от центров этих окружностей» — *неверно*: точка касания двух окружностей удалена от центра на величину радиуса каждой окружности.

2) «В параллелограмме есть два равных угла» — *верно*, в параллелограмме противоположные углы равны.

3) «Площадь прямоугольного треугольника равна произведению длин его катетов» — *неверно*: площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения длин его катетов.

Ответ: 2.
Ответ: 2

20. Задание 20 № 333022

Решите систему $\begin{cases}(2x+3)^2=5y,\\(3x+2)^2=5y.\end{cases}$

Решение.

Вычтем из первого уравнения второе, используем формулу разности квадратов, затем метод подстановки:

$$\begin{cases}(2x+3)^2=5y,\\(3x+2)^2=5y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(2x+3)^2-(3x+2)^2=0,\\(3x+2)^2=5y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(2x+3+3x+2)(2x+3-3x-2)=0,\\(3x+2)^2=5y\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(5x+5)(1-x)=0,\\(3x+2)^2=5y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=-1,\\x=1,\end{array}\right.\\5y=(3x+2)^2\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=-1,\\5y=1,\end{cases}\\\begin{cases}x=1,\\5y=25.\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=-1,\\y=\dfrac{1}{5},\end{cases}\\\begin{cases}x=1,\\y=5.\end{cases}\end{array}\right.$$

Ответ: $\left(-1;\dfrac{1}{5}\right)$, $(1;5)$.

21. Задание 21 № 311580

Два оператора, работая вместе, могут набрать текст газеты объявлений за 8 ч. Если первый оператор будет работать 3ч, а второй 12 ч, то они выполнят только 75% всей работы. За какое время может набрать весь текст каждый оператор, работая отдельно?

Решение.

Пусть первый оператор может выполнить данную работу за x часов, а второй за y часов. За один час первый оператор выполняет $\dfrac{1}{x}$ часть всей работы, а второй $\dfrac{1}{y}$. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{8},\\\dfrac{3}{x}+\dfrac{12}{y}=\dfrac{3}{4};\end{cases}\qquad\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{8},\\\dfrac{1}{x}+\dfrac{4}{y}=\dfrac{1}{4};\end{cases}$$

$$\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{8},\\\dfrac{3}{y}=\dfrac{1}{8};\end{cases}\qquad y=24,\ x=12.$$

Ответ: первый оператор за 12 ч, второй оператор за 24 ч.

22. Задание 22 № 339866

Прямая $y=2x+b$ касается окружности $x^2+y^2=5$ в точке с положительной абсциссой. Определите координаты точки касания.

Решение.

Прямая касается окружности, если система уравнений

$$\begin{cases} y = 2x + b, \\ x^2 + y^2 = 5. \end{cases}$$

имеет только одно решение. Подставляя выражение для y из первого уравнения во второе, получим:

$$x^2 + (2x+b)^2 = 5 \Leftrightarrow 5x^2 + 4bx + b^2 - 5 = 0.$$

Данное квадратное уравнение должно иметь единственное решение, поэтому дискриминант должен быт равен нулю:

$$16b^2 - 20(b^2-5) = 0 \Leftrightarrow 4b^2 = 100 \Leftrightarrow b^2 = 25 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = -5, \\ b = 5. \end{array}\right.$$

Найдём координаты точки касасния. При $b = 5$ второе уравнение системы принимает вид:

$$5x^2 + 20x + 20 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -2.$$

Точка касания имеет отрицательную абсциссу, поэтому корень $b = 5$ не подходит по условию задачи.

При $b = -5$ второе уравнение системы принимает вид:

$$5x^2 - 20x + 20 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

Подставляя x и b в первое уравнение системы, получаем $y = 2 \cdot 2 - 5 = -1$. Координаты точки касания $(2;-1)$.

Ответ: $(2;-1)$.

23. Задание 23 № 311566

Периметр прямоугольника равен 56, а диагональ равна 27. Найдите площадь этого прямоугольника.

Решение.

Пусть одна из сторон прямоугольника равна a. Тогда другая сторона равна $28-a$, а площадь $a(28-a)$. По теореме Пифагора:

$$a^2+(28-a)^2=27^2 \Leftrightarrow a^2+2a(28-a)+(28-a)^2=2a(28-a)+27^2 \Leftrightarrow (a+(28-a))^2=2a(28-a)+27^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 28^2=2a(28-a)+27^2 \Leftrightarrow a(28-a)=\frac{28^2-27^2}{2}=27,5.$$

Значит, искомая площадь равна 27,5.

Ответ: 27,5.

Приведем другое решение.

Пусть одна из сторон прямоугольника равна a. Тогда другая сторона равна $28-a$, а площадь $a(28-a)$. По теореме Пифагора:

$$a^2+(28-a)^2=27^2 \Leftrightarrow a^2+784-56a+a^2=729 \Leftrightarrow 2a^2-56a+55=0 \Leftrightarrow a=\frac{56\pm\sqrt{2696}}{4}.$$

Заметим, что если одна сторона равна $a=\frac{56+\sqrt{2696}}{4}$, то другая сторона равна $a=28-\frac{56+\sqrt{2696}}{4}=\frac{56-\sqrt{2696}}{4}$, тогда площадь равна

$$S=\frac{56+\sqrt{2696}}{4}\cdot\frac{56-\sqrt{2696}}{4}=\frac{56^2-2696}{16}=\frac{440}{16}=27,5.$$

Заметим, что такое решение связано с трудоемкими вычислениями, поэтому более рациональным является способ, представленный в основном решении.

Приведем еще одно решение.

Пусть одна из сторон прямоугольника равна a, а другая b, тогда площадь равна ab. Получим систему уравнений:

$$\begin{cases}a+b=28,\\ a^2+b^2=27^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(a+b)^2=28^2\\ a^2+b^2=27^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a^2+2ab+b^2=28^2\\ a^2+b^2=27^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}27^2+2ab=28^2\\ a^2+b^2=27^2\end{cases} \Leftrightarrow ab=\frac{28^2-27^2}{2}=27,5.$$

Приведем решение Артема Глебова.

Пусть одна из сторон прямоугольника равна a. Тогда другая сторона равна $28-a$, а площадь $a(28-a)$. По теореме Пифагора:

$$a^2+(28-a)^2=27^2 \Leftrightarrow a^2+784-56a+a^2=729 \Leftrightarrow 2a^2-56a+55=0 \Leftrightarrow a^2-28a+27,5=0.$$

Корнями этого уравнения являются длины смежных сторон прямоугольника. По теореме Виета произведение корней равно 27,5. Произведение двух смежных сторон— это площадь прямоугольника, следовательно, площадь равна 27,5.

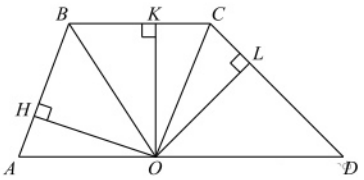
24. Задание 24 № 339609

Биссектрисы углов B и C трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O, лежащей на стороне AD. Докажите, что точка O равноудалена от прямых AB, BC и CD.

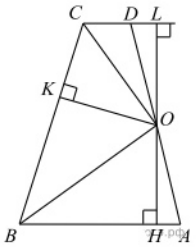
Решение.

В задаче возможны два случая.

Первый случай, AD — одно из оснований. Проведём построения и введём обозначения как указано на рисунке. Рассмотрим треугольники OBH и BOK Рассмотрим треугольники OBH и OBK, они прямоугольные, углы HBO и KBO равны, OB — общая, следовательно, треугольники равны. Откуда $OH = OK$. Аналогично из треугольников KOC и COL получаем, что $OK = OL$. Таким образом, $OH = OK = OL$.



Второй случай, AD — одна из боковых сторон. Несмотря на другую геометрическую конфигурацию, доказательство полностью повторяет доказательство для первого случая.



Приведем другое решение.

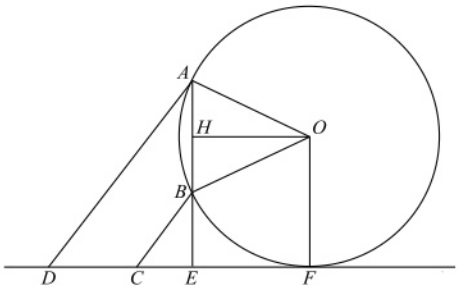
Точка O лежит на биссектрисе угла ABC, следовательно, она равноудалена от прямых AB и BC. Точка O лежит на биссектрисе угла , следовательно, она равноудалена от прямых BC и CD. Таким образом, точка O равноудалена от прямых AB, BC и CD.

25. Задание 25 № 340376

В трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны соответственно 49 и 21, а сумма углов при основании AD равна 90°. Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD, если $AB = 20$.

Решение.

Продолжим стороны AB и CD до их пересечения в точке E. Угол AEC равен 90°, поскольку сумма углов EAD и EDA равна 90°. Рассмотрим треугольники AED и BEC, они прямоугольные, углы ECB и EDA равны как соответственные углы при параллельных прямых, следовательно, эти треугольники подобны, откуда $\frac{AE}{BE} = \frac{AB+BE}{BE} = \frac{AD}{BC}$. Найдём BE:



$$\frac{20+BE}{BE} = \frac{49}{21} \Leftrightarrow 21(BE+20) = 49BE \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 28BE = 21 \cdot 20 \Leftrightarrow BE = 15.$$

Пусть окружность касается прямой CD в точке F, причём точка F может лежать или на стороне CD или на её продолжении. Отрезок OF перпендикулярен прямой CD, как радиус проведённый в точку касания, OA, OB и OF — радиусы.

Треугольник AOB — равнобедренный, OH — высота, следовательно, OH является медианой и биссектрисой. Четырехугольник $OHEF$ — прямоугольник, потому что все его углы прямые. Откуда:

$$R = OF = HE = HB + BE = 10 + 15 = 25$$

Ответ: 25.