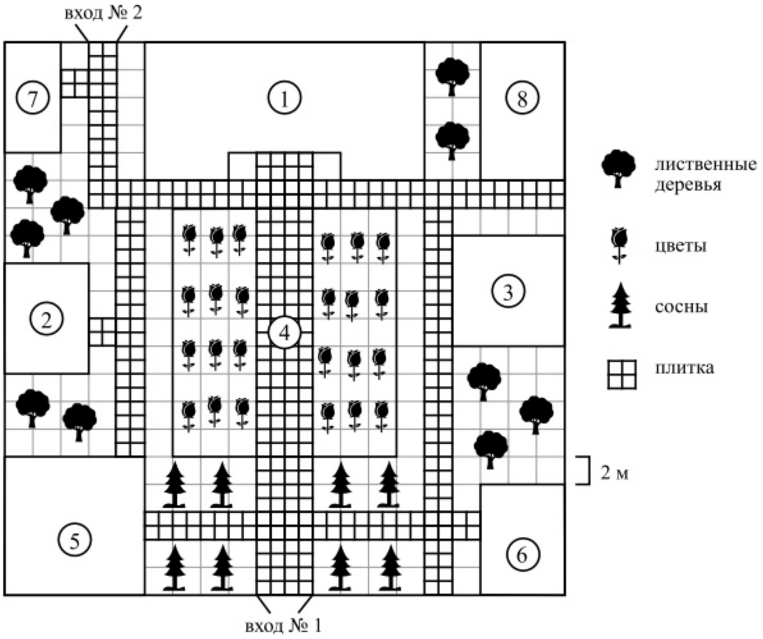
Вариант № 37446023

1. Задание 1 № 367492

Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в ответ запишите последовательность четырёх цифр без пробелов и других дополнительных символов.

Объекты	Дом творчества	Кинотеатр	Кафе	Зооуголок
Цифры				



На плане (см. рисунок) представлен дизайн-проект сквера в станице Лужки. Сторона большой клетки равна 2 метра. Участок, отведённый под сквер, имеет квадратную форму. По периметру участка планируется установить забор. С двух сторон сквера будут два входа.

Если зайти в сквер, то справа от входа № 1 будет располагаться карусель, а слева — детский игровой комплекс, отмеченный на плане цифрой 5.

Дом творчества будет находиться слева, если зайти через вход № 2, а зооуголок — справа.

Центр сквера, отмеченный цифрой 4, планируется украсить фонтаном диаметром 2 метра и двумя цветочными клумбами. Рядом с детским игровым комплексом построят кафе, рядом с каруселью — кинотеатр площадью 64 м^2.

За кинотеатром будет оборудована тренажёрная площадка, отмеченная цифрой 8.

На территории сквера дорожки шириной 2 м будут выложены тротуарной плиткой размером 1 м × 1 м. Аллея шириной 4 м располагается от входа № 1 до Дома творчества и будет выложена той же плиткой, что и дорожки.

Решение.

Дом творчества будет находиться слева, если зайти через вход №2, а зооуголок— справа. Значит, дом творчества отмечен на схеме цифрой 1, а зооуголок— цифрой 7. Рядом с детским игровым комплексом построят кафе, рядом с каруселью— кинотеатр. Следовательно, кинотеатр отмечен на схеме цифрой 3, а кафе — цифрой 2.

Ответ: 1327.

Ответ: 1327

2. Задание 2 № 367493

Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 3 штуки. Сколько упаковок понадобится купить, чтобы выложить аллею от входа № 1 до Дома творчества?

Решение.

Площадь одной клетки равна 4 м^2. Площадь одной плитки равна 1 м^2. Значит, для того чтобы выложить аллею от входа № 1 до Дома творчества, понадобится

$$2\cdot 16\cdot 4 = 128 \text{ плиток.}$$

Таким образом, необходимо $\frac{128}{3} = 42,7$ упаковок с плиткой. Значит, требуется купить 43 упаковки с плиткой.

Примечание.

При расчете количества плиток не учитывается наличие фонтана, поскольку каждая четверть круглой чаши фонтана займет лишь часть площадки размером 1 х 1 метр, и для того, чтобы вымостить оставшуюся часть площадки, все равно потребуется одна плитка.

Ответ: 43.
Ответ: 43

3. Задание 3 № 367495

Найдите площадь (в м^2) земли, которую занимает Дом творчества.

Решение.

Сторона одной клетки равна 2 м. Значит, площадь Дома творчества равна:

$$2\cdot 3\cdot 2\cdot 1 + 2\cdot 3\cdot 2\cdot 1 + 2\cdot 4\cdot 2\cdot 10 = 184 \text{ м}^2.$$

Ответ: 184.
Ответ: 184

4. Задание 4 № 367496

Найдите наибольший возможный радиус карусели (в метрах).

Решение.

Сторона одной клетки равна 2 м. Чтобы радиус был наибольшим, карусель должна касаться больших сторон прямоугольника, отмеченного на плане цифрой 6. Значит, поскольку меньшие стороны этого прямоугольника равны 6 м, наибольший возможный радиус карусели равен 3 м.

Ответ: 3.
Ответ: 3

5. Задание 5 № 367497

По периметру участка планируется установить забор. С двух сторон сквера будут два входа. При обсуждении, каким должен быть забор, рассматривалось два варианта: кованый или комбинированный. Цены на доставку оборудования и на установочные работы, а также стоимость изготовления одного погонного метра забора представлены в таблице. На сколько рублей общая стоимость кованного забора меньше общей стоимости комбинированного забора?

Вариант забора	Стоимость доставки (руб.)	Стоимость установки (руб.)	Стоимость изготовления 1 погонного метра забора (руб.)
Кованый	3500	5130	1000
Комбинированный	3000	5300	1300

Примечание. При входах забор не устанавливается.

Решение.
Найдём периметр сквера:

$$20 \cdot 2 \cdot 4 = 160 \text{ м.}$$

Поскольку входы не учитываются, получаем $160 - 2 - 4 = 154$ м. Стоимость установки кованого забора равна:

$$154 \cdot 1000 + 3500 + 5130 = 162\,630 \text{ рублей.}$$

Стоимость установки комбинированного забора равна:

$$154 \cdot 1300 + 3000 + 5300 = 208\,500 \text{ рублей.}$$

Разница в стоимости составляет $208\,500 - 162\,630 = 45\,870$ рублей.

Ответ: 45870.
Ответ: 45870

6. Задания Д6 № 203746

Соотнесите обыкновенные дроби с равными им десятичными.

А. $\frac{5}{8}$	Б. $\frac{3}{25}$	В. $\frac{1}{2}$	Г. $\frac{1}{50}$
1) 0,5	2) 0,02	3) 0,12	4) 0,625

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г
□	□	□	□

Решение.

Упростим выражения:

$$\begin{array}{ll} \text{А)} & \frac{5}{8} = \frac{625}{1000} = 0,625 \\ \text{Б)} & \frac{3}{25} = \frac{12}{100} = 0,12, \\ \text{В)} & \frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0,5, \\ \text{Г)} & \frac{1}{50} = \frac{2}{100} = 0,02. \end{array}$$

Искомое соотношение: А — 4, Б — 3, В — 1, Г — 2.

Ответ 4312.

Ответ: 4312

7. Задание 7 № 311307

Известно, что $0 < a < 1$. Выберите наибольшее из чисел.

1) a^2
2) a^3
3) $\frac{1}{a}$
4) $a - 1$

Решение.

Поскольку $0 < a < 1$ число $a - 1$ отрицательно, $a^3 < a$ и $a^2 < a$. Число $\frac{1}{a}$ положительно и больше 1. Поэтому оно является наибольшим.

Правильный ответ указан под номером 3.

Ответ: 3

8. Задание 8 № 316255

Найдите значение выражения $\left(\frac{a}{3}+\frac{3}{a}+2\right)\cdot\frac{1}{a+3}$ при $a=6$.

Решение.

Упростим выражение:

$$\left(\frac{a}{3}+\frac{3}{a}+2\right)\cdot\frac{1}{a+3}=\frac{a^2+9+6a}{3a}\cdot\frac{1}{a+3}=\frac{(a+3)^2}{3a}\cdot\frac{1}{a+3}=\frac{a+3}{3a}\quad (\text{при } a\neq -3).$$

Найдём значение полученного выражения при $a=6$:

$$\frac{6+3}{3\cdot 6}=\frac{1}{2}=0,5.$$

Ответ: 0,5.

Ответ: 0,5

9. Задание 9 № 338509

Решите уравнение $10(x-9)=7$.

Решение.

Последовательно получаем:

$$10(x-9)=7\Leftrightarrow 10x-90=7\Leftrightarrow 10x=97\Leftrightarrow x=9,7.$$

Ответ: 9,7.

Ответ: 9,7

10. Задание 10 № 311919

Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд будет первой владеть мячом. Команда A должна сыграть два матча — с командой B и с командой C. Найдите вероятность того, что в обоих матчах первой мячом будет владеть команда A.

Решение.

Рассмотрим все возможные исходы жеребьёвки.

- Команда A в матче в обоих матчах первой владеет мячом.
- Команда A в матче в обоих матчах не владеет мячом первой.
- Команда A в матче с командой В владеет мячом первой, а в матче с командой C — второй.
- Команда A в матче с командой C владеет мячом первой, а в матче с командой B — второй.

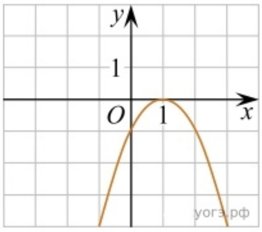
Из четырех исходов один является благоприятным, вероятность его наступления равна 0,25.

Ответ: 0,25.

Ответ: 0,25

11. Задание 11 № 333008

На рисунке изображён график функции $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между утверждениями и промежутками, на которых эти утверждения выполняются. Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.



УТВЕРЖДЕНИЯ	ПРОМЕЖУТКИ
А) функция возрастает на промежутке	1) [1;2]
Б) функция убывает на промежутке	2) [0;2]
	3) [-1;0]
	4) [-2;3]

Ответ:

А	Б

Решение.

Функция, изображённая на графике возрастает на промежутке $(-\infty;\ 1]$ и убывает на промежутке $[1;\ +\infty)$. Следовательно, на данных промежутках функция возрастает на третьем промежутке и убывает на первом.

Ответ: 31.

Примечание.

Заметим, что если функция непрерывна на промежутке $[a;b]$ и возрастает (убывает) на промежутке $(a;b)$, то она возрастает (убывает) на промежутке $[a;b]$. Таким образом, утверждение, что данная функция убывает на промежутке [1;2], является верным, хотя точка 1 является точкой максимума функции.

Ответ: 31

12. Задание 12 № 311824

Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия ($t\,{}^\circ C$) в шкалу Фаренгейта ($t\,{}^\circ F$), пользуются формулой $F = 1{,}8C + 32$, где C — градусы Цельсия, F — градусы Фаренгейта. Какая температура по шкале Цельсия соответствует 6° по шкале Фаренгейта? Ответ округлите до десятых.

Решение.

Подставим в формулу значение переменной F:

$$6 = 1{,}8 \cdot C + 32 \Leftrightarrow C = \frac{6-32}{1{,}8} = -14{,}(4) \approx -14{,}4.$$

Ответ: −14,4.

Ответ: -14,4

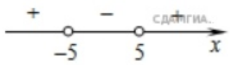
13. Задание 13 № 338550

Решите неравенство $x^2 - 25 < 0$.
В ответе укажите номер правильного варианта.

1) $(-\infty; +\infty)$
2) нет решений
3) $(-5; 5)$
4) $(-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$

Решение.
Последовательно получаем:

$$x^2 - 25 < 0 \Leftrightarrow x^2 < 25 \Leftrightarrow -5 < x < 5.$$



Правильный ответ указан под номером: 3.
Ответ: 3

14. Задание 14 № 394309

Тренер посоветовал Андрею в первый день занятий провести на беговой дорожке 15 минут, а на каждом следующем занятии увеличивать время, проведённое на беговой дорожке, на 7 минут. За сколько занятий Андрей проведёт на беговой дорожке в общей сложности 2 часа 25 минут, если будет следовать советам тренера?

Решение.
Время, проведённое на беговой дорожке представляет собой арифметическую прогрессию с первым членом равным 15 и разностью 7. Сумма n членов арифметической прогрессии может быть найдена по формуле:

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n \Leftrightarrow 2 \cdot 60 + 25 = \frac{2 \cdot 15 + 7(n-1)}{2} n \Leftrightarrow 290 = 30n + 7n^2 - 7n.$$

Получили квадратное уравнение на n, решим его:

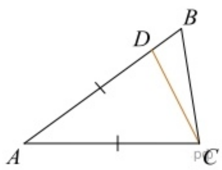
$$7n^2 + 23n - 290 = 0 \underset{n>0}{\Leftrightarrow} n = 5.$$

По условию задачи подходит значение $n = 5$.

Ответ: 5.
Ответ: 5

15. Задание 15 № 339375

Точка D на стороне AB треугольника ABC выбрана так, что $AD = AC$. Известно, что $\angle CAB = 80^\circ$ и $\angle ACB = 59^\circ$. Найдите угол DCB. Ответ дайте в градусах.



Решение.

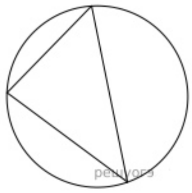
Треугольник ACD — равнобедренный, поэтому $\angle ADC = \angle ACD = \dfrac{180^\circ - 80^\circ}{2} = 50^\circ$.
Найдём угол DCB: $\angle DCB = \angle ACB - \angle ACD = 59^\circ - 50^\circ = 9^\circ$.

Ответ: 9.
Ответ: 9

16. Задание 16 № 324868

Вершины треугольника делят описанную около него окружность на три дуги, длины которых относятся как 3:4:11. Найдите радиус окружности, если меньшая из сторон равна 14.

Решение.



Заметим, что длины дуг относятся так же, как их градусные меры. Пусть первая дуга имеет градусную меру $3x$, тогда вторая дуга имеет градусную меру $4x$, а третья — $11x$. Три дуги в сумме составляют окружность, поэтому получаем:

$$3x + 4x + 11x = 360^\circ \Leftrightarrow x = \frac{360^\circ}{18} = 20^\circ.$$

Поэтому меньшая дуга окружности равна $3 \cdot 20^\circ = 60^\circ$. Угол треугольника, опирающийся на эту дугу является вписанным, поэтому он равен половине дуги: $\frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$. Меньший угол треугольника лежит против меньшей стороны. Найдём радиус описанной окружности:

$$R = \frac{14}{2\sin 30^\circ} = \frac{14}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 14.$$

Ответ: 14.

Ответ: 14

17. Задание 17 № 169853

В треугольнике одна из сторон равна 10, а опущенная на нее высота— 5. Найдите площадь треугольника.

Решение.

Площадь треугольника равна половине произведения высоты на основание. Таким образом:

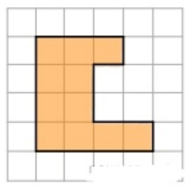
$$S = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5 = 25.$$

Ответ: 25.

Ответ: 25

18. Задание 18 № 341675

На клетчатой бумаге с размером клетки 1x1 изображена фигура. Найдите её площадь.



Решение.

Посчитаем количество клеток внутри закрашенной области: их 11.

Ответ: 11.

Ответ: 11

19. Задание 19 № 314814

Какие из данных утверждений верны? Запишите их номера.

1) Вокруг любого треугольника можно описать окружность.
2) Если в параллелограмме диагонали равны и перпендикулярны, то этот параллелограмм — квадрат.
3) Площадь трапеции равна произведению средней линии на высоту.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Вокруг любого треугольника можно описать окружность» — *верно*, по свойству треугольника.
2) «Если в параллелограмме диагонали равны и перпендикулярны, то этот параллелограмм — квадрат» — *верно*; из всех параллелограммов только в квадрате диагонали равны и перпендикулярны одновременно.
3) «Площадь трапеции равна произведению средней линии на высоту» — *верно*, по свойству трапеции.

Ответ: 123.

Ответ: 123

20. Задание 20 № 338894

Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2+y^2=37, \\ xy=6. \end{cases}$

Решение.

Выразим переменную y из второго уравнения и подставим в первое:

$$\begin{cases} x^2+y^2=37, \\ xy=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+\dfrac{36}{x^2}=37, \\ y=\dfrac{6}{x}. \end{cases}$$

Решим первое уравнение системы. Пусть $x^2=t,\ t>0$:

$$t+\frac{36}{t}=37 \Leftrightarrow t^2-37t+36=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1, \\ t=36. \end{array}\right.$$

Тогда $x=-1,\ x=1,\ x=-6,\ x=6.$

Система имеет четыре пары решений:

$$\begin{cases} x=-1, \\ y=-6, \end{cases} \text{или} \begin{cases} x=1, \\ y=6, \end{cases} \text{или} \begin{cases} x=-6, \\ y=-1, \end{cases} \text{или} \begin{cases} x=6, \\ y=1. \end{cases}$$

Ответ: (−1; −6); (1; 6); (−6; −1); (6; 1).

21. Задание 21 № 338582

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 165 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 18 часов после отплытия из него.

Решение.

Пусть x км/ч — скорость теплохода в неподвижной воде, тогда $x+4$ км/ч — скорость теплохода по течению, $x-4$ км/ч — скорость теплохода против течения. По течению теплоход движется $\frac{165}{x+4}$ часов, а против течения $\frac{165}{x-4}$ часов, весь путь занял $18-5=13$ часов, составим уравнение:

$$\frac{165}{x+4}+\frac{165}{x-4}=13 \Leftrightarrow \frac{165(x-4)+165(x+4)}{(x-4)(x+4)}=13 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 330x=13x^2-16\cdot 13 \Leftrightarrow 13x^2-330x-208=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{8}{13}, \\ x=26. \end{array}\right.$$

Корень $-\frac{8}{13}$ не подходит по условию задачи, следовательно, скорость теплохода равна 26 км/ч.

Ответ: 26.

Ответ: 26

22. Задание 22 № 311610

Постройте график функции $y=|x-2|-|x+1|+x-2$ и найдите значения m, при которых прямая $y=m$ имеет с ним ровно две общие точки.

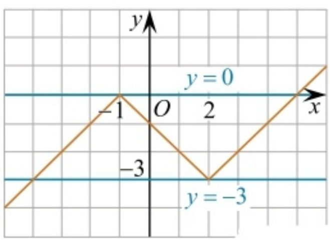
Решение.

Раскроем модули:

$$y=|x-2|-|x+1|+x-2=\begin{cases} x-2-x-1+x-2, \ x\geq 2, \\ 2-x-x-1+x-2, \ -1\leq x<2, \\ 2-x+x+1+x-2, \ x<-1 \end{cases}=\begin{cases} x-5, \ x\geq 2, \\ -x-1, \ -1\leq x<2, \\ x+1, \ x<-1. \end{cases}$$

Получаем, что график функции совпадает с прямой $y=x+1$ при $x<-1$, совпадает с прямой $y=-x-1$ при $-1\leq x\leq 2$ и совпадает с прямой $y=x-5$ при $x>2$.

График изображен на рисунке.



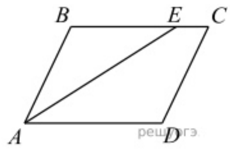
Прямая $y=m$ имеет с графиком данной функции ровно две общие точки при $m=-3$ или $m=0$.

Ответ: $m=-3, \ m=0$.

23. Задание 23 № 316359

Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает его сторону BC в точке E. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если $BE = 7$, $EC = 3$, а $\angle ABC = 150$.

Решение.



Накрест лежащие углы BEA и EAD равны, AE — биссектриса угла BAD, следовательно,

$$\angle BEA = \angle EAD = \angle BAE.$$

Значит, треугольник BEA равнобедренный и $AB = BE = 7$.

По формуле площади параллелограмма находим

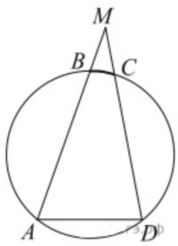
$$S_{ABCD} = AB \cdot BC \cdot \sin\angle ABC = 7 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 35$$

Ответ: 35.

24. Задание 24 № 333322

Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AB и CD четырёхугольника пересекаются в точке M. Докажите, что треугольники MBC и MDA подобны.

Решение.



Поскольку четырёхугольник $ABCD$ вписанный, сумма углов BAD и BCD равна 180°.

Следовательно,

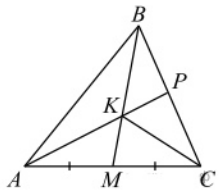
$$\angle MCB = 180° - \angle BCD = \angle BAD.$$

Получаем, что в треугольниках MBC и MDA углы MCB и MAD равны, угол M общий, следовательно, эти треугольники подобны.

25. Задание 25 № 352418

В треугольнике ABC на его медиане BM отмечена точка K так, что $BK : KM = 3 : 7$. Найдите отношение площади треугольника ABK к площади треугольника ABC

Решение.



По свойству медианы, медиана BM делит треугольник ABC на два равновеликих, т.е. $S_{ABM} = S_{MBC} = \frac{1}{2}S_{ABC}$. Из условия известно, что $\frac{3}{7} = \frac{BK}{MK} = \frac{S_{ABK}}{S_{AMK}}$. Следовательно, $S_{ABK} = \frac{3}{7}S_{AMK}$

$$S_{ABM} = S_{ABK} + S_{AKM} = \frac{3}{7}S_{AMK} + S_{AMK} = \frac{10}{7}S_{AMK}$$

$$S_{ABC} = 2S_{ABM} = 2 \cdot \frac{10}{7}S_{AMK} = \frac{20}{7}S_{AMK}$$

$$\frac{S_{ABK}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{3}{7}S_{AMK}}{\frac{20}{7}S_{AMK}} = 0,15$$

Ответ: 0,15