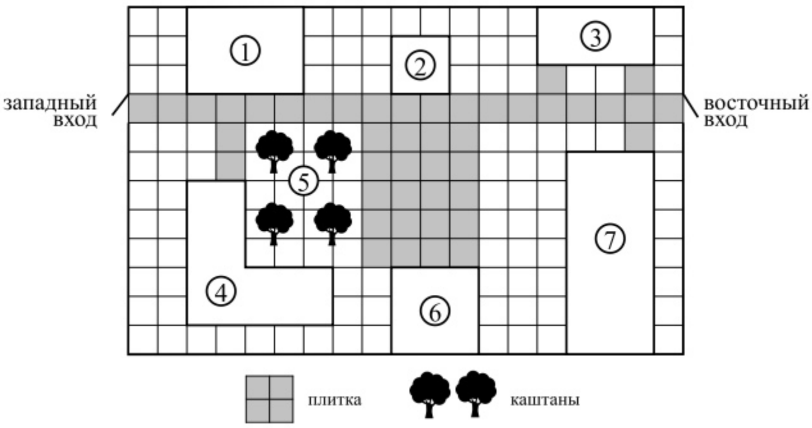
Вариант № 37446021

1. Задание 1 № 368395

Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на схеме. Заполните таблицу, в ответ запишите последовательность четырёх цифр.

Объекты	Сцена	Туалеты	Детская площадка	Кафе
Цифры				



На плане (см. рисунок) изображён парк культуры и отдыха города Малый. Сторона каждой клетки равна 2 м. Парк имеет прямоугольную форму. Зайти в парк можно через один из двух входов: западный или восточный.

Если зайти в парк через западный вход, то слева будет расположено кафе «Полдник», а справа — детская площадка. Рядом с детской площадкой посажены каштаны. Рядом с восточным входом располагаются общественные туалеты и бадминтонная площадка, обозначенная на плане цифрой 7. Помимо указанных объектов, в парке имеются фонтан (отмечен цифрой 2) и сцена. Все дорожки в парке имеют ширину 2 м и вымощены тротуарной плиткой 1 м × 1 м. Между фонтаном и сценой имеется площадка, вымощенная такой же плиткой.

Решение.

Если зайти в парк через западный вход, то слева будет расположено кафе «Полдник», а справа — детская площадка. Значит, детская площадка обозначена цифрой 4, а кафе — цифрой 1. Рядом с восточным входом располагаются общественные туалеты и бадминтонная площадка, обозначенная на плане цифрой 7. Помимо указанных объектов, в парке имеются фонтан (отмечен цифрой 2) и сцена. Следовательно, туалеты отмечены цифрой 3, а сцена — цифрой 6.

Ответ: 6341.
Ответ: 6341

2. Задание 2 № 368396

Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 10 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось купить, чтобы выложить все дорожки и площадку между сценой и фонтаном?

Решение.

Площадь одной плитки равна 1 м^2, а площадь одной клетки — 4 м^2. Площадка между сценой и фонтаном занимает $4 \cdot 6 = 24$ клетки. Все дорожки в парке занимают 20 клеток. Следовательно, чтобы выложить все дорожки и площадку между сценой и фонтаном понадобится $4 \cdot (24 + 20) = 176$ плиток. Таким образом, понадобится купить 18 упаковок плитки.

Ответ: 18.
Ответ: 18

3. Задание 3 № 368397

Найдите площадь (в $м^2$), которую занимает бадминтонная площадка.

Решение.

Площадь бадминтонной площадки равна

$$3 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 2 = 84 \text{ м}^2.$$

Ответ: 84.
Ответ: 84

4. Задание 4 № 368398

Детскую площадку планируется огородить заборчиком. Найдите длину этого заборчика в метрах.

Решение.

Найдём периметр детской площадки:

$$2 \cdot (2+3+3+2+5+5) = 40 \text{ м}.$$

Ответ: 40.
Ответ: 40

5. Задание 5 № 368399

Для остекления витрин кафе «Полдник» требуется заказать 30 одинаковых стёкол в одной из трёх фирм. Площадь каждого стекла 0,7 $м^2$. В таблице приведены цены на стекло и на резку стекла. Сколько рублей будет стоить самый дешёвый заказ?

Фирма	Цена стекла (руб./$м^2$)	Резка стекла (руб./шт.)	Дополнительные условия
«Вени»	560	35	—
«Види»	570	24	При заказе на сумму свыше 15 000 рублей резка бесплатна
«Вици»	600	13	При заказе на сумму свыше 12 500 рублей резка бесплатна

Решение.

Всего требуется заказать $30 \cdot 0,7 = 21$ $м^2$ стекла.

Стоимость заказа стекла в фирме «Вени»:

$$560 \cdot 21 + 35 \cdot 30 = 12\,810 \text{ рублей}.$$

Стоимость заказа стекла в фирме «Види»:

$$570 \cdot 21 + 24 \cdot 30 = 12\,690 \text{ рублей}.$$

Стоимость заказа стекла в фирме «Вици»:

$$600 \cdot 21 = 12\,600 \text{ рублей}.$$

(так как стоимость заказа превышает 12 500 рублей, резка стекла осуществляется бесплатно).

Таким образом, самый дешёвый заказ будет стоить 12600.

Ответ: 12600.
Ответ: 12600

6. Задание 6 № 314262

Вычислите: $\frac{3}{4}-\frac{4}{5}$.

Решение.

Приведём дроби к общему знаменателю:

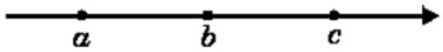
$$\frac{3}{4}-\frac{4}{5}=\frac{3\cdot 5-4\cdot 4}{4\cdot 5}=-\frac{1}{20}=-0,05.$$

Ответ: −0,05.

Ответ: -0,05

7. Задание 7 № 322422

На координатной прямой отмечены числа *a, b* и *c.*



Какая из разностей $a-b$, $a-c$, $c-b$ положительна?

В ответе укажите номер правильного варианта.

1) $a-b$
2) $a-c$
3) $c-b$
4) ни одна из них

Решение.

Заметим, что $a<b<c$. Разность положительная только в том случае, когда уменьшаемое больше вычитаемого. Это верно только для разности $c-b$.

Правильный ответ указан под номером: 3.

Ответ: 3

8. Задание 8 № 338181

Найдите значение выражения $\left(\frac{a+2b}{a^2-2ab}-\frac{1}{a}\right):\frac{b}{2b-a}$ при $a=1,6,\ b=\sqrt{2}-1$.

Решение.

Преобразуем выражение:

$$\left(\frac{a+2b}{a^2-2ab}-\frac{1}{a}\right):\frac{b}{2b-a}=\left(\frac{a+2b}{a(a-2b)}-\frac{1}{a}\right)\cdot\frac{2b-a}{b}=\frac{a+2b-(a-2b)}{a(a-2b)}\cdot\frac{-(a-2b)}{b}=-\frac{4b}{ab}=-\frac{4}{a}.$$

Подставим значения $a=1,6$:

$$-\frac{4}{1,6}=-\frac{40}{16}=-2,5.$$

Ответ: −2,5.

Ответ: -2,5

9. Задание 9 № 353555

Решите уравнение $\frac{5}{4}x^2+7x+9=0$

Если корней несколько, запишите их в ответ без пробелов в порядке возрастания.

Решение.

Умножим обе части уравнения на 4, используем формулу корней квадратного уравнения для четного коэффициента при x:

$$\frac{5}{4}x^2+7x+9=0 \Leftrightarrow 5x^2+28x+36=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{-14+\sqrt{196-180}}{5}, \\ x=\frac{-14-\sqrt{196-180}}{5} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2, \\ x=-3,6. \end{array}\right.$$

Ответ: −3,6−2.

Примечание.

Заметим, что в решении использована формула корней квадратного уравнения с четным коэффициентом b:

$$x=\frac{-\frac{b}{2}+\sqrt{\frac{D}{4}}}{a}, \text{ где } \frac{D}{4}=\left(\frac{b}{2}\right)^2-ac.$$

Ответ: -3,6-2

10. Задание 10 № 311336

В мешке содержатся жетоны с номерами от 5 до 54 включительно. Какова вероятность, того, что извлеченный наугад из мешка жетон содержит двузначное число?

Решение.

Всего в мешке 50 жетонов. Среди них 45 имеют двузначный номер. Таким образом, вероятность того, что извлеченный наугад из мешка жетон содержит двузначное число равна $\frac{45}{50}=\frac{9}{10}=0,9.$

Примечание.

Напомним, как найти количество чисел в заданном диапазоне:

Количество чисел в диапазоне от m до n равно $n - m + 1$, при этом предполагается, что и m, и n входят в данный диапазон. Например, количество чисел от 5 до 7 равно 7 − 5 + 1 = 3, а именно 5, 6, 7.

Ответ: 0,9

11. Задание 11 № 316368

Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ

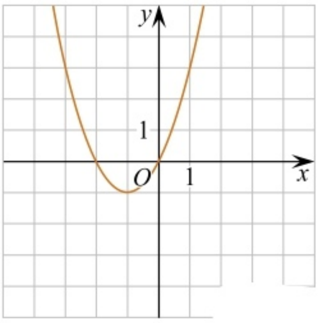
А) $y=x^2-2x$

Б) $y=x^2+2x$

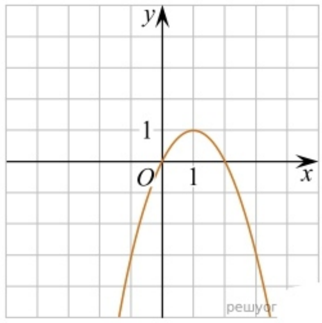
В) $y=-x^2-2x$

ГРАФИКИ

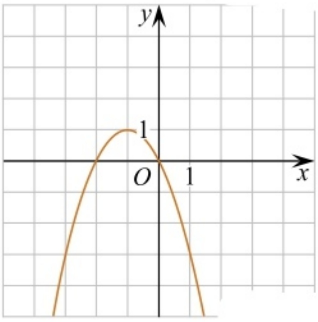
1)



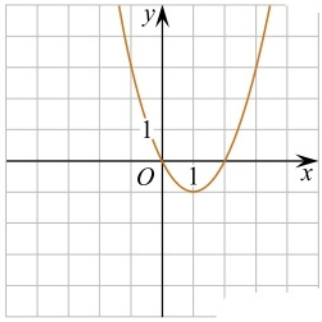
2)



3)



4)



Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В

Решение.

Напомним, что если парабола задана уравнением $y=ax^2+bx+c$, то: при $a>0$, то ветви параболы направлены вверх, а при $a<0$ — вниз; абсцисса вершины параболы вычисляется по формуле $x_{\text{в}}=-\dfrac{b}{2a}$; парабола пересекает ось Oy в точке c.

Уравнение $y=x^2-2x$ задает параболу, ветви которой направлены вверх, абсцисса вершины равна 1, она пересекает ось ординат в точке 0. Ее график изображен на рисунке 4).

Уравнение $y=x^2+2x$ задает параболу, ветви которой направлены вверх, абсцисса вершины равна -1, она пересекает ось ординат в точке 0. Ее график изображен на рисунке 1).

Уравнение $y=-x^2-2x$ задает параболу, ветви которой направлены вниз, абсцисса вершины равна -1, она пересекает ось ординат в точке 0. Ее график изображен на рисунке 3).

Тем самым, искомое соответствие: А—4, Б—1, В—3.

Ответ: 413.

Ответ: 413

12. Задание 12 № 338056

Закон всемирного тяготения можно записать в виде $F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$, где F — сила притяжения между телами (в ньютонах), m_1 и m_2 — массы тел (в килограммах), r — расстояние между центрами масс (в метрах), а γ — гравитационная постоянная, равная 6,67 · 10^{-11} Н·м^2/кг^2. Пользуясь формулой, найдите массу тела m_1 (в килограммах), если $F = 33,35$ Н, $m_2 = 5 \cdot 10^8$ кг, а $r = 2$ м.

Решение.

Выразим заряд m_1 из закона всемирного тяготения:

$$m_1 = \frac{Fr^2}{\gamma m_2}.$$

Подставляя, получаем:

$$m_1 = \frac{33,35 \cdot 2^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5 \cdot 10^8} = \frac{133,4}{6,67 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 4000.$$

Ответ: 4000.

Ответ: 4000

13. Задание 13 № 338590

Решите неравенство $6x - 7 < 8x - 9$.

В ответе укажите номер правильного варианта.

1) $(-\infty; 8)$
2) $(-\infty; 1)$
3) $(8; +\infty)$
4) $(1; +\infty)$

Решение.

Преобразуем неравенство:

$$6x - 7 < 8x - 9 \Leftrightarrow 2x > 2 \Leftrightarrow x > 1.$$

Правильный ответ указан под номером: 4.

Ответ: 4

14. Задание 14 № 394311

Врач прописал пациенту принимать лекарство по такой схеме: в первый день он должен принять 3 капли, а в каждый следующий день — на 3 капли больше, чем в предыдущий. Приняв в день 30 капель, он ещё 3 дня пьёт по 30 капель лекарства, а потом ежедневно уменьшает приём на 3 капли. Сколько пузырьков лекарства нужно купить пациенту на весь курс приёма, если в каждом содержится 20 мл лекарства (что составляет 250 капель)?

Решение.

На первом этапе приёма капель число принимаемых капель в день представляет собой возрастающую арифметическую прогрессию с первым членом, равным 3, разностью, равной 3 и последним членом, равным 30. Следовательно,

этап, когда число капель в день возрастает продолжается $\frac{30-3}{3}+1=10$ дней. Суммарное число капель, принятых в этот период, представляет собой сумму арифметической прогрессии:

$$S_{10}=\frac{3+30}{2}\cdot 10=165 \text{ капель.}$$

Затем в течение трёх дней пациент принимает ещё $3\cdot 30=90$ капель.

Последний этап приёма начинается с того момента, когда пациент уменьшит число принимаемых капель на 3, то есть примет в день 27 капель. Этот этап длится $\frac{27-3}{3}+1=9$ дней. Аналогично первому этапу:

$$S_{9}=\frac{3+27}{2}\cdot 9=135 \text{ капель.}$$

Таким образом, за весь курс приёма пациенту нужно принять 165 + 90 + 135 = 390 капель. То есть нужно приобрести не меньше $\frac{390}{250}=1\frac{14}{25}$ пузырьков лекарства. Минимальное количество пузырьков лекарства — 2.

Ответ: 2.
Ответ: 2

15. Задание 15 № 132776

Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 140°. Найдите больший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

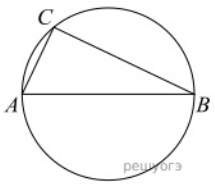
Решение.

Так как сумма односторонних углов трапеции равна 180°, в условии говорится о сумме углов при основании. Поскольку трапеция является равнобедренной, углы при основании равны. Значит, каждый из них равен 70°. Сумма односторонних углов трапеции равна 180°, поэтому больший угол равен 180° − 70° = 110°.

Ответ: 110.
Ответ: 110

16. Задание 16 № 348961

Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 6,5. Найдите AC, если $BC = 12$



Решение.

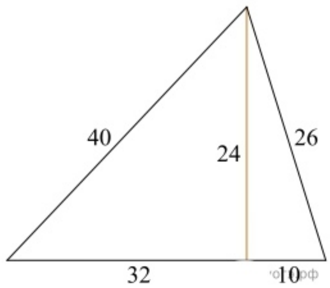
Известно, что если центр описанной окружности лежит на стороне треугольника, то угол напротив этой стороны — прямой. Таким образом, угол C - прямой. Тогда по теореме Пифагора найдем AC:

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{(2R)^2 - BC^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$$

Ответ: 5.
Ответ: 5

17. Задание 17 № 323436

Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке.



Решение.

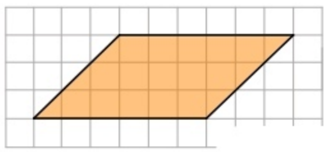
Заметим, что треугольник со сторонами 24, 32 и 40 подобен египетскому треугольнику со сторонами 3, 4, 5 с коэффициентом 8. Следовательно, этот треугольник прямоугольный, а отрезок длины 24 — высота изображенного на рисунке треугольника. Тогда его площадь можно найти как половину произведения основания на высоту:

$$S = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2} \cdot (32 + 10) \cdot 24 = 504.$$

Ответ: 504.
Ответ: 504

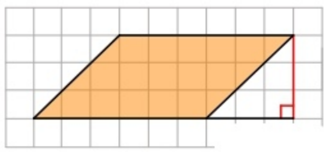
18. Задание 18 № 348499

На клетчатой бумаге с размером клетки 1x1 изображён параллелограмм. Найдите его площадь.



Решение.

Площадь параллелограмма равна произведению основания на проведенную к нему высоту. Таким образом,



$$S = 6 \cdot 3 = 18.$$

Ответ: 18.
Ответ: 18

19. Задание 19 № 348369

Какое из следующих утверждений верно?

1) Все углы ромба равны.

2) Если стороны одного четырёхугольника соответственно равны сторонам другого четырёхугольника, то такие четырёхугольники равны.

3) Через любую точку, лежащую вне окружности, можно провести две касательные к этой окружности.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Решение.

Рассмотрим каждое из утверждений:

1) «Все углы ромба равны» — *неверно*. Верно только в случае квадрата.

2) «Если стороны одного четырёхугольника соответственно равны сторонам другого четырёхугольника, то такие четырёхугольники равны» — *неверно*. Стороны квадрата и ромба могут быть равны, однако такие четырёхугольники не равны.

3) «Через любую точку, лежащую вне окружности, можно провести две касательные к этой окружности» — *верно*.

Ответ: 3.

Ответ: 3

20. Задание 20 № 353544

Решите систему неравенств $\begin{cases}(6x+2)-6(x+2)>2x,\\(x-7)(x+6)<0.\end{cases}$

Решение.

Последовательно получаем:

$$\begin{cases}(6x+2)-6(x+2)>2x,\\(x-7)(x+6)<0.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6x+2-6x-12>2x,\\-6<x<7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<-5,\\-6<x<7\end{cases}\Leftrightarrow -6<x<-5.$$

Ответ: (-6;-5)

21. Задание 21 № 338510

Два велосипедиста одновременно отправляются в 60-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 10 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым.

Решение.

Пусть скорость второго велосипедиста равна x км/ч, $x>0$ тогда скорость первого велосипедиста равна $x+10$ км/ч. Составим таблицу по данным задачи:

	Скорость, км/ч	Время, ч	Расстояние, км
Первый велосипедист	$x+10$	$\frac{60}{x+10}$	60
Второй велосипедист	x	$\frac{60}{x}$	60

Так как первый прибыл к финишу на 3 ч. раньше второго, то можно составить следующее уравнение:

$$\frac{60}{x+10}+3=\frac{60}{x}\Leftrightarrow\frac{60+3x+30}{10+x}=\frac{60}{x}\Leftrightarrow 90x+3x^2=600+60x\Leftrightarrow 3x^2+30x-600=0\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2+10x-200=0\Leftrightarrow x^2+10x-200=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-20,\\x=10.\end{array}\right.$$

По условию задачи нам подходят только положительные корни, поэтому скорость второго велосипедиста равна 10 км/ч.

Ответ: 10.

22. Задание 22 № 311547

Найдите наименьшее значение выражения и значения x и y, при которых оно достигается $|6x+5y+7|+|2x+3y+1|$.

Решение.

Сумма $|6x+5y+7|+|2x+3y+1|$ принимает наименьшее значение, равное 0, только в том случае, когда оба слагаемых одновременно равны 0. Получаем систему уравнений

$$\begin{cases}6x+5y+7=0,\\2x+3y+1=0.\end{cases}$$

Решим её:

$$\begin{cases}6x+5y+7=0,\\6x+9y+3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4y-4=0,\\6x+9y+3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=1,\\6x+12=0;\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=1,\\x=-2.\end{cases}$$

Ответ: (-2; 1).

23. Задание 23 № 311650

В треугольнике ABC угол B равен $72°$, угол C равен $63°$, $BC=2\sqrt{2}$. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

Решение.

Угол A треугольника ABC равен $\angle A=180°-\angle B-\angle C=45°$.

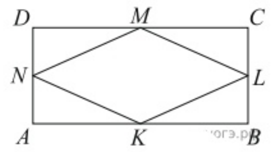
Радиус описанной окружности равен $\frac{BC}{2\sin A}=2.$

Ответ: 2.

24. Задание 24 № 311608

Середины сторон параллелограмма являются вершинами ромба. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

Решение.



Пусть точки K, L, M, N — середины сторон AB, BC, CD и DA параллелограмма $ABCD$ соответственно

1) $BL = CL$ т. к. L — середина BC;

2) $KB = MC$, т. к. $AB = CD$ как противоположные стороны параллелограмма, а K и M — середины этих сторон;

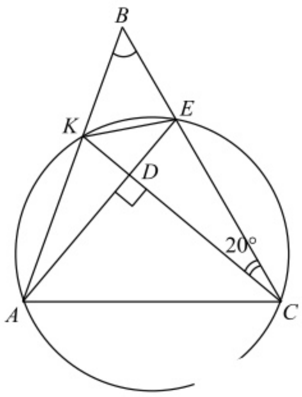
3) $KL = ML$ как стороны ромба.

Тогда треугольники KBL и LCM равны по трем сторонам. Это означает, что угол KBL равен углу MCL. Но эти углы в сумме дают 180°, поэтому каждый из них равен 90°. Таким образом, углы параллелограмма прямые. Значит, он прямоугольник.

25. Задание 25 № 311581

Окружность проходит через вершины A и C треугольника ABC и пересекает его стороны AB и BC в точках K и E соответственно. Отрезки AE и CK перпендикулярны. Найдите $\angle ABC$, если $\angle KCB = 20°$.

Решение.



Из ΔCDE имеет $\angle DEC = 90° - 20° = 70°$, тогда $\angle BEA = 180° - 70° = 110°$. Далее $\angle BAE = \angle BCK$, так как они опираются на одну дугу окружности: следовательно, $\angle BKC = \angle BEA$. В четырёхугольнике $BKDE$ имеем $\angle KBE = 360° - 90° - 2 \cdot 110° = 50°$.

Ответ: 50°.