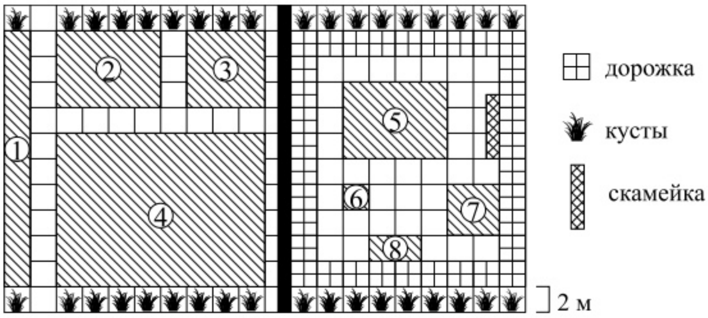
## Вариант № 37446020

### 1. Задание 1 № 368401

Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на схеме. Заполните таблицу, в ответ запишите последовательность четырёх цифр.

| Объекты | Качели | Поле для мини-футбола | Верёвочный комплекс | Песочница |
|---|---|---|---|---|
| Цифры | | | | |




На плане (см. рисунок) изображена детская площадка, расположенная в общем дворе двух многоквартирных домов (сторона самой маленькой клетки на плане равна 1 м). Площадка предназначена как для детей младшего возраста, так и для школьников, поэтому она разделена на две отдельные части. При этом по краю зоны для малышей есть специальная дорожка, по которой можно кататься на роликах, машинках, велосипедах и просто бегать. Прямо перед скамейкой расположился игровой комплекс с горкой, домиком, лесенками, а слева от скамейки находится песочница, площадь которой равна 16 м$^2$. Карусель отмечена на плане цифрой 6. Кроме того, в зоне для малышей имеются качели. В зоне для школьников находятся: комплекс уличных тренажёров, обозначенный цифрой 1, площадка для активных игр, поле для мини-футбола и верёвочный комплекс. При этом поле для мини-футбола имеет самую большую площадь, а верёвочный комплекс — самую маленькую.

**Решение.**

Прямо перед скамейкой расположился игровой комплекс с горкой, домиком, лесенками, а слева от скамейки находится песочница, площадь которой равна 16 м$^2$. Карусель отмечена на плане цифрой 6. Кроме того, в зоне для малышей имеются качели. Значит, качели отмечены цифрой 8, а песочница — цифрой 7. В зоне для школьников находятся: комплекс уличных тренажёров, обозначенный цифрой 1, площадка для активных игр, поле для мини-футбола и верёвочный комплекс. При этом поле для мини-футбола имеет самую большую площадь, а верёвочный комплекс — самую маленькую. Следовательно, поле для мини-футбола отмечено цифрой 4, а верёвочный комплекс — цифрой 3.

Ответ: 8437.
Ответ: 8437

### 2. Задание 2 № 368402

Сколько кубических метров песка понадобилось, чтобы слой песка в песочнице был 20 см?

**Решение.**

Поскольку площадь песочницы равна 16 м$^2$, чтобы слой песка в песочнице был 20 см, то есть $\frac{1}{5}$ м, понадобилось $\frac{16}{5} = 3,2$ м$^3$ песка.

Ответ: 3,2.
Ответ: 3,2

### 3. Задание 3 № 368403

Найдите площадь (в м$^2$), игрового комплекса для малышей.

**Решение.**

Заметим, что клетка имеет размер 2 x 2 м, размеры игрового комплекса для малышей — 4 x 3 клетки. Значит, площадь игрового комплекса для малышей равна

$$4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 = 48 \text{ м}^2.$$

Ответ: 48.
Ответ: 48

**4. Задание 4 № 368404**

Найдите длину (в метрах) диагонали поля для мини-футбола.

**Решение.**

Найдём длину диагонали поля для мини-футбола по теореме Пифагора:

$$\sqrt{(2\cdot 6)^2+(2\cdot 8)^2}=\sqrt{144+256}=\sqrt{400}=20 \text{ м.}$$

Ответ: 20.
Ответ: 20

**5. Задание 5 № 368406**

Жители домов тщательно изучили современные материалы для мощения детской площадки. Было решено уложить в тех зонах, где есть риск получить травму, современное резиновое бесшовное покрытие. Такими зонами оказались площадка для малышей (за исключением песочницы, но включая дорожку), комплекс уличных тренажёров, площадка для активных игр, поле для мини-футбола и верёвочный комплекс. Цены на материалы и монтаж приведены в таблице.

| **Площадь ($м^2$)** | менее 100 | 100-250 | 250-500 | более 500 |
|---|---|---|---|---|
| **Цена (руб./$м^2$)** | 1500 | 1470 | 1430 | 1400 |

Заказ на все площадки делается одновременно, и стоимость заказа зависит от суммарной площади. На сколько рублей дороже оказалось покрыть площадку для малышей, чем площадку для школьников?

**Решение.**

Площадь, которую необходимо покрыть на площадке для малышей, равна

$$2\cdot 9\cdot 2\cdot 10-16=344 \text{ м}^2.$$

Площадь, которую необходимо покрыть на площадке для школьников, равна

$$2\cdot 1\cdot 2\cdot 10+2\cdot 4\cdot 2\cdot 3+2\cdot 3\cdot 2\cdot 3+2\cdot 8\cdot 2\cdot 6=316 \text{ м}^2.$$

Суммарная площадь составляет $344+316=660$ $м^2$, поэтому цена 1 $м^2$ покрытия составит 1400 руб.

Стоимость покрытия площадки для малышей равна

$$344\cdot 1400=481\,600 \text{ руб.}$$

Стоимость покрытия площадки для школьников равна

$$316\cdot 1400=442\,400 \text{ руб.}$$

Разница в стоимости составляет $481\,600-442\,400=39\,200$ руб.

Ответ: 39 200.
Ответ: 39200

**6. Задание 6 № 316560**

Найдите значение выражения $\dfrac{1}{\frac{1}{30}+\frac{1}{42}}$.

**Решение.**

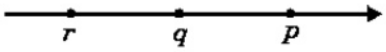
Преобразуем выражение:

$$\frac{1}{\frac{1}{30}+\frac{1}{42}}=\frac{1}{\frac{7+5}{210}}=\frac{210}{12}=17{,}5.$$

Ответ: 17,5.
Ответ: 17,5

**7. Задание 7 № 322419**

На координатной прямой отмечены числа $p$, $q$ и $r$.




Какая из разностей $p - r$, $p - q$, $r - q$ отрицательна?
*В ответе укажите номер правильного варианта.*

1) $p - r$
2) $p - q$
3) $r - q$
4) ни одна из них

**Решение.**

Заметим, что $r < q < p$. Разность отрицательна только в том случае, когда вычитаемое больше уменьшаемого. Это верно только для разности $r - q$.

Правильный ответ указан под номером: 3.

Ответ: 3

**8. Задание 8 № 338076**

Найдите значение выражения $\dfrac{16x-25y}{4\sqrt{x}-5\sqrt{y}}-\sqrt{y}$, если $\sqrt{x}+\sqrt{y}=3$.

**Решение.**

Разложим числитель на множители по формуле разности квадратов:

$$\frac{16x-25y}{4\sqrt{x}-5\sqrt{y}}-\sqrt{y}=\frac{(4\sqrt{x}-5\sqrt{y})(4\sqrt{x}+5\sqrt{y})}{4\sqrt{x}-5\sqrt{y}}-\sqrt{y}=4\sqrt{x}+5\sqrt{y}-\sqrt{y}=4\sqrt{x}+4\sqrt{y}=4(\sqrt{x}+\sqrt{y})=4\cdot 3=12.$$

Ответ: 12.

Ответ: 12

**9. Задание 9 № 338915**

Решите уравнение $4x^2+7=7+24x$.
*Если корней несколько, запишите их в ответ без пробелов в порядке возрастания.*

**Решение.**

Последовательно получаем:

$$4x^2+7=7+24x \Leftrightarrow 4x^2-24x=0 \Leftrightarrow 4x(x-6)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0, \\ x=6. \end{array}\right.$$

Ответ: 06.

Ответ: 06

10. Задание 10 № 132728

Коля выбирает трехзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 5.

**Решение.**

Всего трехзначных чисел 900. На пять делится каждое пятое из них, то есть таких чисел $\frac{900}{5}=180.$ Вероятность того, что Коля выбрал трехзначное число, делящееся на 5, определяется отношением количества трехзначных чисел, делящихся на 5, ко всему количеству трехзначных чисел: $\frac{180}{900}=\frac{1}{5}=0,2.$

Ответ: 0,2.

**Примечание.**

Количества чисел можно было не находить: искомая вероятность равна одной пятой потому, что пятая часть чисел делится на 5.

**Приведем решение с нахождением количества чисел, делящихся на 5.**

Трехзначные числа - это числа от 100 до 999, всего их 900.

Найдем первое число в заданном диапазоне, делящееся на 5 — это 100 = 5 · 20.

Найдем первое число, большее правой границы диапазона, делящееся на 5 — это 1000 = 5 · 200.

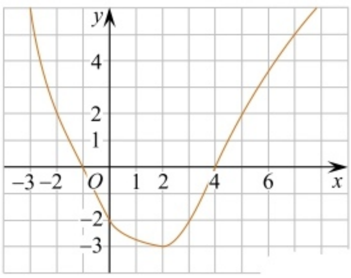
Тогда количество чисел, делящихся на 5, в заданном диапазоне равно 200 − 20 = 180.

Вероятность выбрать трехзначное число, делящееся на 5, равна $\frac{180}{900}=\frac{1}{5}=0,2.$

Ответ: 0,2

11. Задание 11 № 311406

На рисунке изображён график функции $y=f(x)$. Какие из утверждений относительно этой функции неверны? Укажите их номера.




1) функция возрастает на промежутке $[-2;\ +\infty)$

2) $f(3)>f(-3)$

3) $f(0)=-2$

4) прямая $y=2$ пересекает график в точках $(-2;\ 2)$ и $(5;\ 2)$

**Решение.**

Проверим каждое из утверждений.

1) Функция возрастает на промежутке $[-2;\ +\infty)$ — *неверно,* функция убывает на промежутке $[-2;2)$ и затем возрастает на $[2;\ +\infty)$.

2) $f(3)>f(-3)$ — *неверно,* $f(3)=-1,5,$ $f(-3)=6.$

3) $f(0)=-2$ — *верно,* видно из графика.

4) Прямая $y=2$ пересекает график в точках $(-2;\ 2)$ и $(5;\ 2)$ — *верно,* видно из графика.

Таким образом, неверные утверждения находятся под номерами 1 и 2.

Ответ: 12.

Ответ: 12|21

12. Задание 12 № 318530

Закон Кулона можно записать в виде $F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$, где $F$ — сила взаимодействия зарядов (в ньютонах), $q_1$ и $q_2$ — величины зарядов (в кулонах), $k$ — коэффициент пропорциональности (в Н·м$^2$/Кл$^2$ ), а $r$ — расстояние между зарядами (в метрах). Пользуясь формулой, найдите величину заряда $q_1$ (в кулонах), если $k = 9\cdot 10^9$ Н·м$^2$/Кл$^2$, $q_2 = 0{,}004$ Кл, $r = 3000$ м, а $F = 0{,}016$ Н.

**Решение.**

Выразим заряд $q_1$ из закона Кулона:

$$q_1 = \frac{Fr^2}{kq_2}.$$

Подставляя, получаем:

$$q_1 = \frac{0{,}016\cdot 3000^2}{9\cdot 10^9\cdot 0{,}004} = \frac{16\cdot 10^{-3}\cdot 9\cdot 10^6}{9\cdot 10^9\cdot 4\cdot 10^{-3}} = 4\cdot 10^{-3} = 0{,}004 \text{ Кл}.$$

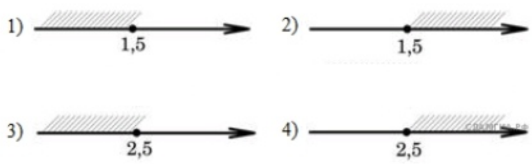
Ответ: 0,004.

Ответ: 0,004

13. Задание 13 № 339292

На каком рисунке изображено множество решений неравенства $2 + x \le 5x - 8$?

*В ответе укажите номер правильного варианта.*




**Решение.**

Последовательно получаем:

$$2 + x \le 5x - 8 \Leftrightarrow 4x \ge 10 \Leftrightarrow x \ge 2{,}5.$$

Правильный ответ указан под номером: 4.

Ответ: 4

14. Задание 14 № 393948

Турист идет из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошел 10 километров. Определите, сколько километров прошел турист за третий день, если весь путь он прошел за 6 дней, а расстояние между городами составляет 120 километров.

**Решение.**

В первый день турист прошел $a_1 = 10$ км, во второй — $a_2$, …, в последний — $a_6$ км. Всего он прошел $S_n = 120$ км. Если каждый день турист проходил больше, чем в предыдущий день, на $d$ км, то

$$S_n = \frac{2a_1 + d\cdot(n-1)}{2}n,$$

где $n = 6$ дней, $a_1 = 10$ км. Таким образом,

$$\frac{2\cdot 10 + 5d}{2}\cdot 6 = 120 \Leftrightarrow 5d = 20 \Leftrightarrow d = 4.$$

Тогда за третий день турист прошел

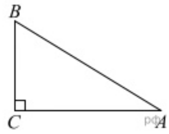
$$a_3 = a_1 + 2d = 10 + 2\cdot 4 = 18\,\text{км}.$$

Ответ: 18.

Ответ: 18

### 15. Задание 15 № 311387

В треугольнике $ABC$ угол $C$ равен $90°$, $AC = 15$, $\cos A = \frac{5}{7}$. Найдите $AB$.




**Решение.**

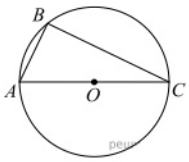
Так как треугольник $ABC$ — прямоугольный, то $\cos A = \frac{AC}{AB}$. Имеем:

$$\frac{5}{7} = \frac{15}{AB} \Leftrightarrow AB = 21.$$

Ответ: 21.
Ответ: 21

### 16. Задание 16 № 341673

Сторона $AC$ треугольника $ABC$ содержит центр описанной около него окружности. Найдите $\angle C$, если $\angle A = 75°$. Ответ дайте в градусах.




**Решение.**

Так как $AC$ — диаметр окружности, то дуга $AC$ равна сумме дуг $AB$ и $BC$ и равна $180°$. А так как углы $ACB$ и $BAC$ — вписанные и опираются на эти дуги, то их сумма равна $\frac{180°}{2}$, а значит, $\angle C = 90° - \angle A = 90 - 75 = 15°$.

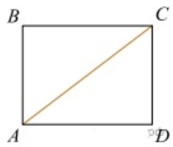
Ответ: 15.
Ответ: 15

### 17. Задание 17 № 169898

В прямоугольнике диагональ равна 10, угол между ней и одной из сторон равен $30°$, длина этой стороны $5\sqrt{3}$. Найдите площадь прямоугольника, *деленную на* $\sqrt{3}$.

**Решение.**

Диагональ прямоугольника делит его на два прямоугольных треугольника. Катет, лежащий напротив угла в $30°$, равен половине гипотенузы, поэтому $CD = 5$. Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон:




$$S = 5\sqrt{3} \cdot 5 = 25\sqrt{3}.$$

Ответ: 25.

**Примечание:**

Вторую сторону можно было найти из определения синуса.

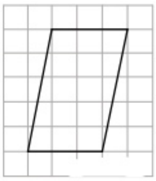
----------

В открытом банке иррациональный ответ.

Ответ: 25

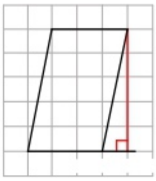
18. Задание 18 № 311400

На клетчатой бумаге с размером клетки 1см × 1см изображён параллелограмм. Найдите длину его большей высоты. Ответ дайте в сантиметрах.



**Решение.**

Большей будет высота, проведённая к меньшей стороне. По рисунку видно, что длина большей высоты параллелограмма равна 5 см.



Ответ: 5.

Ответ: 5

19. Задание 19 № 67

Укажите номера верных утверждений.

1) Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

2) Вертикальные углы равны.

3) Любая биссектриса равнобедренного треугольника является его медианой.

*Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.*

**Решение.**

Проверим каждое из утверждений.

1) «Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны» — *верно* по признаку подобия треугольников.

2) «Вертикальные углы равны» — *верно*, это теорема планиметрии.

3) «Любая биссектриса равнобедренного треугольника является его медианой» — *неверно*, это утверждение справедливо только для равностороннего треугольника.

Ответ: 12.

**Примечание.**

Заметим, что признак подобия треугольников в учебнике геометрии сформулирован так: "если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны". В утверждении номер 1 опущено слово "соответственно", что не меняет сути.

Ответ: 12

20. Задание 20 № 73

Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x+y=5, \\ \dfrac{x+2}{5}+\dfrac{y}{2}=-1. \end{cases}$

**Решение.**

Подставим $y=5-3x$ во второе уравнение системы, получим уравнение относительно $x$: $\dfrac{x+2}{5}+\dfrac{5-3x}{2}=-1$. Отсюда $x=3$. Подставим $x=3$ в уравнение $y=5-3x$, получим: $y=-4$.

Ответ: (3; −4).

21. Задание 21 № 338561

Из $A$ в $B$ одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого автомобилиста на 11 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью 66 км/ч, в результате чего прибыл в $B$ одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 40 км/ч.

**Решение.**

Пусть $S$ — расстояние между $A$ и $B$, $x$ км/ч — скорость первого автомобилиста, $x>40$, тогда $x-11$ км/ч — скорость второго автомобилиста на первой половине пути.

Составим таблицу по данным задачи:

| | Скорость, км/ч | Время, ч | Расстояние, км |
|---|---|---|---|
| Первый автомобилист | $x$ | $\frac{S}{x}$ | S |
| Второй автомобилист (первая половина) | $x-11$ | $\frac{S}{2(x-11)}$ | $\frac{S}{2}$ |
| Второй автомобилист (вторая половина) | 66 | $\frac{S}{2\cdot 66}$ | $\frac{S}{2}$ |

Время, за которое оба автомобилиста проехали весь путь от $A$ до $B$ одинаково, следовательно, можно составить уравнение:

$$\frac{S}{x}=\frac{S}{2(x-11)}+\frac{S}{2\cdot 66}\Leftrightarrow\frac{1}{x}=\frac{66+x-11}{132(x-11)}\underset{x>40}{\Leftrightarrow}x^2+55x=132x-11\cdot 132\Leftrightarrow$$

$$x^2-77x+11\cdot 132=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=33,\\x=44.\end{array}\right.$$

По условию задачи скорость первого автомобилиста больше 40 км/ч, следовательно, скорость первого автомобилиста равна 44 км/ч.

Ответ: 44 км/ч.

Ответ: 44

22. Задание 22 № 153

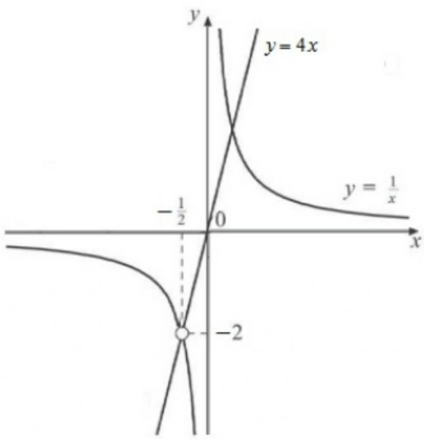
Постройте график функции $y=\frac{2x+1}{2x^2+x}$ и определите, при каких значениях $k$ прямая $y=kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

**Решение.**

При $x\neq -0,5$ имеем:

$$y=\frac{2x+1}{2x^2+x}=\frac{2x+1}{x(2x+1)}=\frac{1}{x}.$$

Поэтому график заданной функции представляет собой гиперболу, с выколотой точкой (−0,5; −2). Прямая $y=kx$ будет иметь с графиком одну общую точку, если пройдёт через выколотую точку. Тогда $k=\frac{-2}{-0,5}=4$, и уравнение прямой примет вид: $y=4x$.




Ответ: 4.

**23. Задание 23 № 311566**

Периметр прямоугольника равен 56, а диагональ равна 27. Найдите площадь этого прямоугольника.

**Решение.**

Пусть одна из сторон прямоугольника равна $a$. Тогда другая сторона равна $28-a$, а площадь $a(28-a)$. По теореме Пифагора:

$$a^2+(28-a)^2=27^2 \Leftrightarrow a^2+2a(28-a)+(28-a)^2=2a(28-a)+27^2 \Leftrightarrow (a+(28-a))^2=2a(28-a)+27^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 28^2=2a(28-a)+27^2 \Leftrightarrow a(28-a)=\frac{28^2-27^2}{2}=27,5.$$

Значит, искомая площадь равна 27,5.

Ответ: 27,5.

**Приведем другое решение.**

Пусть одна из сторон прямоугольника равна $a$. Тогда другая сторона равна $28-a$, а площадь $a(28-a)$. По теореме Пифагора:

$$a^2+(28-a)^2=27^2 \Leftrightarrow a^2+784-56a+a^2=729 \Leftrightarrow 2a^2-56a+55=0 \Leftrightarrow a=\frac{56\pm\sqrt{2696}}{4}.$$

Заметим, что если одна сторона равна $a=\frac{56+\sqrt{2696}}{4}$, то другая сторона равна $a=28-\frac{56+\sqrt{2696}}{4}=\frac{56-\sqrt{2696}}{4}$, тогда площадь равна

$$S=\frac{56+\sqrt{2696}}{4}\cdot\frac{56-\sqrt{2696}}{4}=\frac{56^2-2696}{16}=\frac{440}{16}=27,5.$$

Заметим, что такое решение связано с трудоемкими вычислениями, поэтому более рациональным является способ, представленный в основном решении.

**Приведем еще одно решение.**

Пусть одна из сторон прямоугольника равна $a$, а другая $b$, тогда площадь равна $ab$. Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} a+b=28, \\ a^2+b^2=27^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+b)^2=28^2 \\ a^2+b^2=27^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+2ab+b^2=28^2 \\ a^2+b^2=27^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 27^2+2ab=28^2 \\ a^2+b^2=27^2 \end{cases} \Leftrightarrow ab=\frac{28^2-27^2}{2}=27,5.$$

**Приведем решение Артема Глебова.**

Пусть одна из сторон прямоугольника равна $a$. Тогда другая сторона равна $28-a$, а площадь $a(28-a)$. По теореме Пифагора:

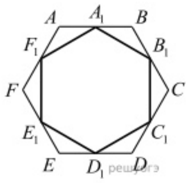
$$a^2+(28-a)^2=27^2 \Leftrightarrow a^2+784-56a+a^2=729 \Leftrightarrow 2a^2-56a+55=0 \Leftrightarrow a^2-28a+27,5=0.$$

Корнями этого уравнения являются длины смежных сторон прямоугольника. По теореме Виета произведение корней равно 27,5. Произведение двух смежных сторон — это площадь прямоугольника, следовательно, площадь равна 27,5.

**24. Задание 24 № 315039**

Дан правильный шестиугольник. Докажите, что если последовательно соединить отрезками середины его сторон, то получится правильный шестиугольник.

**Решение.**




Рассмотрим маленькие треугольники $F_1AA_1$ и $A_1BB_1$, $F_1A = A_1B$, $AA_1 = BB_1$ , $\angle A = \angle B = 120^\circ$, следовательно, эти треугольники равны по двум сторонам и углу. Аналогично равны между собой и остальные маленькие треугольники. Следовательно, $A_1B_1 = B_1C_1 = C_1D_1 = D_1E_1 = E_1F_1 = F_1A_1$.

Любой угол правильного шестиугольника равен $\dfrac{180^\circ \cdot (6-2)}{6} = 120^\circ$. Треугольники $F_1AA_1$ и $A_1BB_1$ — равнобедренные, углы при основаниях равны $\dfrac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$. Рассмотрим развёрнутый угол $FF_1A$ :

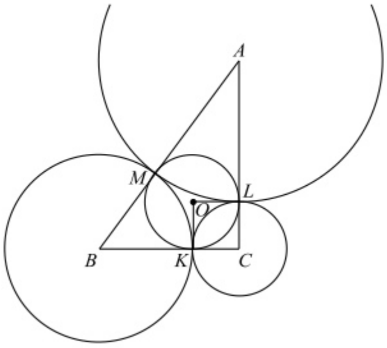
$$180^\circ = \angle FF_1E_1 + \angle E_1F_1A_1 + \angle AF_1A_1 \Leftrightarrow \angle E_1F_1A_1 = 180^\circ - \angle FF_1E_1 - \angle AF_1A_1 = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ.$$

Аналогично все остальные углы шестиугольника $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ равны $120^\circ$, следовательно, шестиугольник $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ — правильный.

**25. Задание 25 № 311568**

Три окружности, радиусы которых равны 2, 3 и 10, попарно касаются внешним образом. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, вершинами которого являются центры этих трёх окружностей.

**Решение.**




Стороны треугольника, вершинами которого является центры этих трёх окружностей, равны 5, 12 и 13. Поскольку $5^2 + 12^2 = 13^2$, этот треугольник прямоугольный. Площадь этого треугольника равна 30. В то же время, она равна произведению радиуса вписанной окружности на полупериметр. Значит, искомый радиус равен $30 : \dfrac{5+12+13}{2} = 2$.

Ответ: 2.