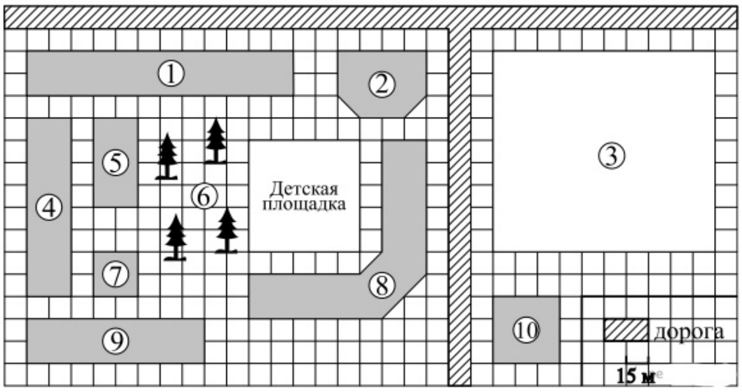
Вариант № 37446019

1. **Задание 1 № 368420**

Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на схеме. Заполните таблицу, в ответ запишите последовательность четырёх цифр.

Объекты	Магазин	Фитнес-центр	Мастерская	Дом, где живёт Олег
Цифры				



На плане (см. рисунок) изображён район города, в котором проживает Вика. Сторона каждой клетки на плане равна 15 м. Рядом с домом Вики, обозначенным на плане цифрой 4, находится одноэтажный магазин площадью 900 м^2 и фитнес-центр. В 15 м от магазина расположен дом, где живёт одноклассник Вики Артём. В 30 м от детской площадки находится дом, где живёт Олег. Если выйти из фитнес-центра, пройти небольшой ельник, обозначенный цифрой 6, и детскую площадку, то приходишь к угловому дому, где живёт дедушка Вики. Рядом с ним находится мастерская по ремонту бытовой техники. Через дорогу от дома дедушки расположен рынок, а недалеко от него – мебельный центр площадью 2025 м^2.

Решение.

Рядом с домом Вики, обозначенным на плане цифрой 4, находится одноэтажный магазин площадью 900 м^2 и фитнес-центр. Значит, магазин отмечен цифрой 7, а фитнес-центр — цифрой 5. 30 м от детской площадки находится дом, где живёт Олег. Следовательно, дом, где живёт Олег, обозначен цифрой 1. Если выйти из фитнес-центра, пройти небольшой ельник, обозначенный цифрой 6, и детскую площадку, то приходишь к угловому дому, где живёт дедушка Вики. Рядом с ним находится мастерская по ремонту бытовой техники. Значит, мастерская отмечена цифрой 2.

Ответ: 7521.

Ответ: 7521

2. Задание 2 № 368421

Детскую площадку решили покрыть резиновой плиткой размером 1 м × 1 м каждая. Плитка продаётся упаковками по 16 штук. Какое минимальное количество упаковок плитки необходимо приобрести?

Решение.

Найдём площадь детской площадки:

$$15 \cdot 5 \cdot 15 \cdot 5 = 5625 \text{ м}^2.$$

Одна плитка имеет площадь 1 м^2. Значит, потребуется $\dfrac{5625}{16} = 351,56$ упаковок плитки. Таким образом, необходимо приобрести 352 упаковки плитки.

Ответ: 352.

Ответ: 352

3. Задание 3 № 368422

Найдите суммарную площадь, которую занимают магазин и фитнес-центр. Ответ дайте в м^2.

Решение.

Площадь, которую занимают магазин и фитнес-центр, равна

$$15 \cdot 4 \cdot 15 \cdot 2 + 15 \cdot 2 \cdot 15 \cdot 2 = 1800 + 900 = 2700 \text{ м}^2.$$

Ответ: 2700.

Ответ: 2700

4. Задание 4 № 368424

По периметру детской площадки планируется поставить забор. Найдите его длину (в метрах).

Решение.

Найдём периметр детской площадки — это сумма длин четырех сторон, по 5 клеток каждая:

$$15 \cdot 5 \cdot 4 = 300 \text{ м}.$$

Ответ: 300.

Ответ: 300

5. Задание 5 № 368425

Фирма выбирает место для строительства гостиницы: в центре города или на его окраине. Стоимость прокладки 1 метра коммуникаций равна 5500 рублей. В гостинице планируется сдавать 500 номеров. Стоимость земли, цена строительства гостиницы и средняя стоимость номера даны в таблице.

Место	Цена земли (млн руб.)	Цена строительства (млн руб.)	Длина коммуникаций (м)	Стоимость номера (руб./сутки)
Центр	58,2	136	200	3200
Окраина	11,3	128	2800	2800

Обдумав оба варианта, компания выбрала местом для строительства центр города. Через сколько суток после начала сдачи номеров (при условии полной загрузки гостиницы) более высокая стоимость номеров компенсирует разность в стоимости земли, строительства и прокладывания коммуникаций?

Решение.

Стоимость постройки гостиницы в центре города равна

$$58\,200\,000+136\,000\,000+200\cdot 5500=195\,300\,000 \text{ рублей.}$$

Стоимость постройки гостиницы на окраине города равна

$$11\,300\,000+128\,000\,000+2800\cdot 5500=154\,700\,000 \text{ рублей.}$$

Разница в стоимости составляет

$$195\,300\,000-154\,700\,000=40\,600\,000 \text{ рублей.}$$

Разница в стоимости номера составляет

$$(3200-2800)\cdot 500=200\,000 \text{ рублей.}$$

Значит, более высокая стоимость номеров компенсирует разность в стоимости земли, строительства и прокладывания коммуникаций через $\dfrac{40\,600\,000}{200\,000}=203$ дня.

Ответ: 203.

Ответ: 203

6. Задание 6 № 287939

Укажите наибольшее из следующих чисел:

1) $0,7$ 2) $\dfrac{7}{9}$ 3) $\dfrac{9}{7}$ 4) $\dfrac{4}{5}$

Решение.

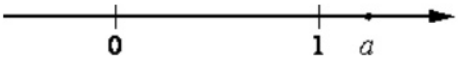
Числа 0,7; $\dfrac{7}{9}$; и $\dfrac{4}{5}$ меньше, чем 1. Число $\dfrac{9}{7}$ больше 1, поэтому оно является наибольшим.

Таким образом, верный ответ указан под номером 3.

Ответ: 3

7. Задание 7 № 337301

На координатной прямой отмечено число *a*.



Найдите наименьшее из чисел a^2, a^3, a^4.
В ответе укажите номер правильного варианта.

1) a^2
2) a^3
3) a^4
4) не хватает данных для ответа

Решение.

Заметим, что $a > 1$, откуда следует, что $1 < a^2 < a^3 < a^4$. Таким образом, наименьшее из представленных в ответе чисел — число a^2.

Правильный ответ указан под номером: 1.

Ответ: 1

8. Задание 8 № 311467

Упростите выражение $\dfrac{a^{-11} \cdot a^4}{a^{-3}}$ и найдите его значение при $a = -\dfrac{1}{2}$. В ответе запишите полученное число.

Решение.

Упростим выражение:

$$\frac{a^{-11} \cdot a^4}{a^{-3}} = \frac{a^{-7}}{a^{-3}} = a^{-4}$$

При $a = -\dfrac{1}{2}$, значение полученного выражения равно 16.

Ответ: 16.

Ответ: 16

9. Задание 9 № 137381

Решите уравнение $x^2 - x - 6 = 0$.
Если корней несколько, запишите их в ответ без пробелов в порядке возрастания.

Решение.

По теореме, обратной теореме Виета, сумма корней равна 1, а их произведение −6.
Тем самым, это числа −2 и 3.

Ответ: −23.

Ответ: -23

10. Задание 10 № 316354

Фирма «Вспышка» изготавливает фонарики. Вероятность того, что случайно выбранный фонарик из партии бракованный, равна 0,02. Какова вероятность того, что два случайно выбранных из одной партии фонарика окажутся небракованными?

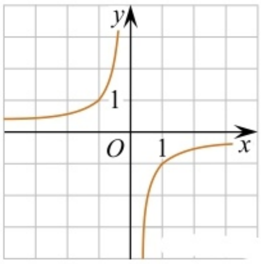
Решение.

Вероятность того, что один случайно выбранный из партии фонарик — небракованный, составляет 1 − 0,02=0,98. Вероятность того, что мы выберем *одновременно* два небракованных фонарика равна 0,98 · 0,98 = 0,9604.

Ответ: 0,9604

11. **Задание** 11 **№** 193102

Найдите значение k по графику функции $y=\frac{k}{x}$, изображенному на рисунке.



Решение.

Поскольку гипербола проходит через точку $(-1; 1)$, имеем: $1=\frac{k}{-1}\Leftrightarrow k=-1.$

Ответ: -1.

Ответ: -1

12. **Задание** 12 **№** 311536

Длину биссектрисы треугольника, проведённой к стороне a, можно вычислить по формуле $l_a=\frac{2bc\cos\frac{\alpha}{2}}{b+c}$. Вычислите $\cos\frac{\alpha}{2}$, если $b=1,\ c=3,\ l_a=1,2.$

Решение.

Выразим из данной формулы $\cos\frac{\alpha}{2}$:

$$\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{l_a(b+c)}{2bc}.$$

Подставляя, получаем:

$$\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{l_a(b+c)}{2bc}=\frac{1,2\cdot 4}{6}=0,8.$$

Ответ: 0,8.

Ответ: 0,8

13. **Задание** 13 **№** 369736

Укажите решение неравенства

$$(x+2)(x-7)>0.$$

Решение.

Решим данное неравенство:

$$(x+2)(x-7)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-2,\\ x>7.\end{array}\right.$$

Неравенству соответствует *третий* график.

Ответ: 3.

Ответ: 3

14. Задание 14 № 393946

Васе надо решить 434 задачи. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вася решил 5 задач. Определите, сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 14 дней.

Решение.

В первый день Вася решил $a_1 = 5$ задач, в последний — a_{14} задач. Всего надо решить $S_{14} = 434$ задач. Поскольку $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$, где $a_1 = 5, n = 14$ имеем:

$$S_{14} = \frac{a_1 + a_{14}}{2} \cdot 14 = 7(5 + a_{14}).$$

Тогда

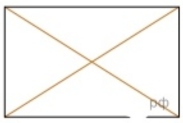
$7(5 + a_{14}) = 434 \Leftrightarrow 5 + a_{14} = 62 \Leftrightarrow a_{14} = 57$ задач.

Ответ: 57.

Ответ: 57

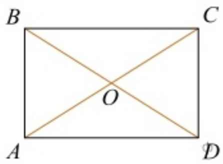
15. Задание 15 № 323537

Диагональ прямоугольника образует угол 51° с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.



Решение.

Введём обозначения, как показано на рисунке. Пусть диагональ BD образует со стороной AB угол 51°. Диагонали прямоугольника точкой пересечения делятся пополам, поэтому треугольник ABO — равнобедренный, откуда получаем, что $\angle ABO = \angle BAO = 51°$. Сумма углов треугольника равна 180°, откуда $\angle BOA = 180° - 2 \cdot 51° = 78°$. Этот угол является острым углом между диагоналями прямоугольника.

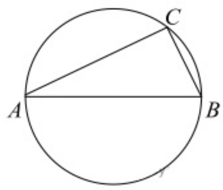


Ответ: 78°.

Ответ: 78

16. Задание 16 № 348379

Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Найдите угол ABC, если угол BAC равен 30°. Ответ дайте в градусах.



Решение.

Известно, что если центр описанной окружности лежит на стороне треугольника, то угол напротив этой стороны — прямой. Таким образом, угол ACB равен 90°. Таким образом:

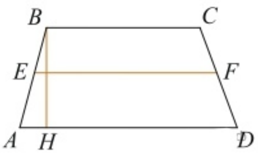
$$\angle ABC = 180° - 30° - 90° = 60°$$

Ответ: 60

Ответ: 60

17. Задание 17 № 311480

Средняя линия трапеции равна 11, а меньшее основание равно 5. Найдите большее основание трапеции.



Решение.

Средняя линия трапеции равна полусумме оснований. Имеем:

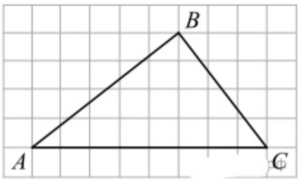
$$\frac{1}{2}(5+AD)=11 \Leftrightarrow AD=17.$$

Ответ: 17.

Ответ: 17

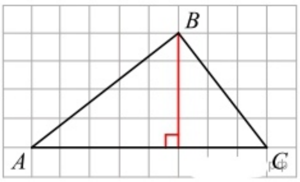
18. Задание 18 № 341709

На клетчатой бумаге с размером клетки 1x1 изображён треугольник ABC. Найдите длину его высоты, опущенной на сторону AC.



Решение.

Заметим, что высота, опущенная из точки B на сторону AC равна 4.



Ответ: 4.

Ответ: 4

19. Задание 19 № 341332

Какое из следующих утверждений верно?

1) Диагонали параллелограмма равны.

2) Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне.

3) Если две стороны и угол одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Диагонали параллелограмма равны» — *неверно*, если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм — прямоугольник, т. е. не у каждого параллелограмма диагонали равны.

2) «Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне» — *верно*, ромб — частный случай параллелограмма, а площадь параллелограмма равна $a \cdot h$.

3) «Если две стороны и угол одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны» — *неверно*, нет такого признака равенства треугольников. Признак равенства треугольников звучит так: «Если две стороны и угол между ними одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны».

Ответ: 2.

Ответ: 2

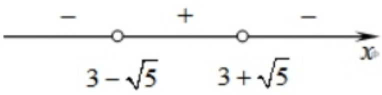
20. Задание 20 № 338512

Решите неравенство $\dfrac{-10}{(x-3)^2-5} \geq 0.$

Решение.

Решим неравенство методом интервалов, для этого, сначала, найдём корни уравнения $(x-3)^2-5=0$:

$$(x-3)^2-5=0 \Leftrightarrow x^2-6x+9-5=0 \Leftrightarrow x^2-6x+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3-\sqrt{5}, \\ x=3+\sqrt{5}. \end{array}\right.$$



Теперь расставим точки на прямой и определим знаки *исходного* выражения на каждом получившемся промежутке(см рис.).

Таким образом, ответ $(3-\sqrt{5};\ 3+\sqrt{5})$.

Ответ: $(3-\sqrt{5};\ 3+\sqrt{5})$.

Примечание.

Обратите внимание, что при определении знаков выражения используется исходное выражение, а именно, $\dfrac{-10}{(x-3)^2-5}$.

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	**Баллы**
Правильно составлено уравнение, получен верный ответ	2
Правильно составлено уравнение, но при его решении допущена вычислительная ошибка, с её учётом решение доведено до ответа	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	2

21. Задание 21 № 338603

Первые 5 часов автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 3 часа — со скоростью 100 км/ч, а последние 4 часа — со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Средняя скорость, это отношение пройденного пути ко времени, за который пройден этот путь. За первые 5 часов автомобиль проехал 5 · 60 = 300 км, за следующие три часа — 3 · 100 = 300 км и за последние 4 часа — 4 · 75 = 300 км. Весь путь составил 300 + 300 + 300 = 900 км, а суммарное время движения — 5 + 3 + 4 = 12 часов, откуда средняя скорость автомобиля на протяжении всего пути 900/12 = 75 км/ч.

Ответ: 75.

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	**Баллы**
Правильно составлено уравнение, получен верный ответ	2
Правильно составлено уравнение, но при его решении допущена вычислительная ошибка, с её учётом решение доведено до ответа	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	2

22. Задание 22 № 311246

Найдите все значения a, при которых неравенство $x^2+(2a+4)x+8a+1\le 0$ не имеет решений.

Решение.

График функции $y=x^2+(2a+4)x+8a+1$ — парабола, ветви которой направлены вверх. Значит, данное неравенство не имеет решений в том и только том случае, когда эта парабола целиком расположена в верхней полуплоскости. Отсюда следует, что дискриминант квадратного трёхчлена $x^2+(2a+4)x+8a+1$ должен быть отрицателен.

Найдем четверть дискриминанта: $\dfrac{D}{4}=(a+2)^2-(8a+1)=a^2-4a+3.$ Полученный квадратный трехчлен отрицателен при $1<a<3$.

Ответ: $1<a<3$.

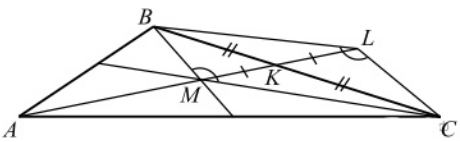
Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Неравенство выписано верно, верно найдены искомые значения параметра	2
Неравенство выписано верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	2

23. Задание 23 № 311714

Медианы треугольника ABC пересекаются в точке M. Найдите длину медианы, проведённой к стороне BC, если угол BAC равен 47°, угол BMC равен 133°, $BC=4\sqrt{3}$.

Решение.



Обозначим середину стороны BC за K. Продлим MK на свою длину за точку K до точки L. Четырёхугольник $BLCM$ — параллелограмм, потому что $MK=KL$ и $BK=KC$. Значит, $\angle BLC=\angle BMC=$ 133°, поэтому четырёхугольник $ABLC$ — вписанный. Тогда $AK\cdot KL=BK\cdot KC;\ \dfrac{AK^2}{3}=\dfrac{BC^2}{4};\ AK=6$.

Ответ: 6.

Критерии проверки:

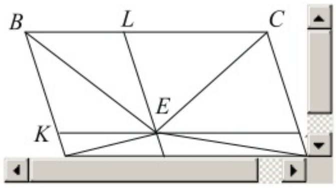
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, чертёж соответствует условию задачи, но пропущены существенные объяснения или допущена вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	4

24. Задание 24 № 333131

Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку E. Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.

Решение.

Проведём через точку E прямые, параллельные сторонам параллелограмма, пересекающие его стороны AB, BC, CD и AD в точках K, L, M и N соответственно. Эти прямые делят параллелограмм $ABCD$ на четыре параллелограмма. Поскольку диагональ делит параллелограмм на два равных треугольника, получаем



$$S_{BEC}+S_{AED}=S_{BEL}+S_{LEC}+S_{AEN}+S_{EDN}=$$
$$=\frac{1}{2}S_{BLEK}+\frac{1}{2}S_{LCME}+\frac{1}{2}S_{ANEK}+\frac{1}{2}S_{NEMD}=$$
$$=\frac{1}{2}(S_{BLEK}+S_{LCME}+S_{ANEK}+S_{NEMD})=\frac{1}{2}S_{ABCD}.$$

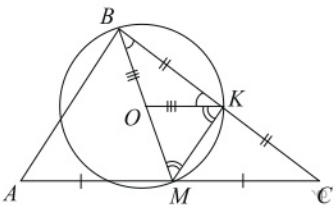
Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы.	2
Доказательство в целом верное, но содержит неточности.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	2

25. Задание 25 № 315126

Медиана BM треугольника ABC является диаметром окружности, пересекающей сторону BC в её середине. Найдите длину стороны AC, если радиус описанной окружности треугольника ABC равен 7.

Решение.



Введём обозначения, как показано на рисунке. Рассмотрим треугольник BOK: он равнобедренный, следовательно, $\angle OBK = \angle BKO$. Аналогично в треугольнике OKM имеем: $\angle OMK = \angle OKM$. Теперь рассмотрим треугольник MBK: сумма его углов равна 180°, поэтому

$$\angle MBK + \angle BKM + \angle KMO = 180^\circ.$$

Поскольку кроме этого $\angle BKM = \angle BKO + \angle OKM$, имеем:

$$2\angle BKO + 2\angle OKM = 180^\circ \Leftrightarrow \angle BKO + \angle OKM = 90^\circ \Leftrightarrow \angle BKM = 90^\circ.$$

Рассмотрим треугольники BMK и MKC: они прямоугольные, имеют общий катет, а катеты BK и KC равны. Следовательно, эти треугольники равны, а значит, $BM = MC$.

Точка M равноудалена от всех вершин треугольника: $AM = MC = BM$, следовательно, точка M — центр окружности, описанной около треугольника ABC. Тогда $AC = 2R = 2 \cdot 7 = 14$.

Ответ: 14.

Приведем другое решение.

Введем обозначения, как показано на рисунке. Угол BKM прямой, поскольку он опирается на диаметр окружности. Тогда отрезок MK является высотой треугольника BMC, и так как он является также медианой этого треугольника, треугольник BMC равнобедренный. Поэтому $BM = MC = AM$. Следовательно, точка M является центром окружности, описанной вокруг треугольника ABC, тогда $AC = 2R = 2 \cdot 7 = 14$.

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Получен верный обоснованный ответ	2
При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	2