

1

Найдите корень уравнения  $\frac{1}{3x-1} = \frac{5}{7}$

29F491

**Источники:**

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Досрочная волна 2013

$$1 \cdot 1 = 5 \cdot (3x - 1)$$

$$1 = 15x - 5$$

$$1 + 5 = 15 \cdot x$$

$$6 = 15 \cdot x$$

$$x = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0,4$$

ОТВЕТ: 0,4

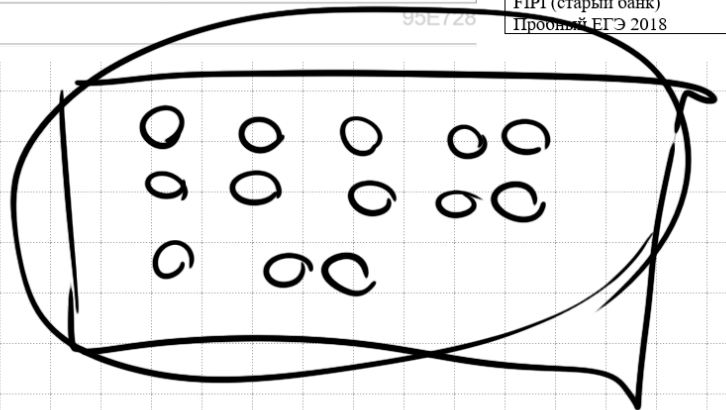
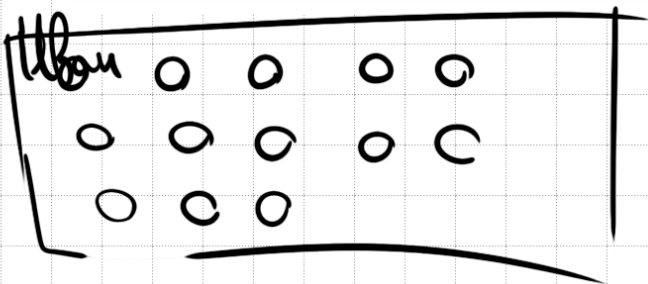
2

В классе 26 семиклассников, среди них два близнеца — Иван и Игорь. Класс случайным образом делят на две группы, по 13 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Иван и Игорь окажутся в разных группах.

95E726

**Источники:**

ФИПИ (старый банк)  
 Пробный ЕГЭ 2018

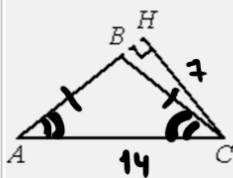


$$p = \frac{13}{25} \cdot 4 = \frac{52}{100}$$

ОТВЕТ: 0,52

3

В треугольнике  $ABC$   $AB = BC$ ,  $AC = 14$ , высота  $CH$  равна 7.



Найдите синус угла  $ACB$ .



387739

$$\sin \angle A = \frac{7}{14} = 0,5$$

$\triangle ACH$ :

**Источники:**

ФИР (старый банк)

ФИР (новый банк)

ОТВЕТ: 0 , 5

4

Найдите значение выражения

$$0,75^{\frac{1}{8}} \cdot 4^{\frac{1}{4}} \cdot 128^{\frac{7}{8}}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{8}} \cdot 4^{\frac{1}{4}} \cdot (3 \cdot 4)^{\frac{7}{8}}$$

$$\frac{3^{\frac{1}{8}}}{4^{\frac{1}{8}}} \cdot 4^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{\frac{7}{8}} \cdot 4^{\frac{7}{8}} = 3^1 \cdot 4^1 = 12$$

**Источники:**

Досрочная волна 2016

$$0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

**СВОЙСТВА СТЕПЕНЕЙ**

1  $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

2  $a^n : a^m = a^{n-m}$

3  $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

4  $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

5  $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

6  $a^0 = 1$

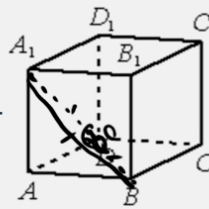
7  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

8  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

ОТВЕТ: 1 2

5

В кубе  $ABCA_1B_1C_1D_1$  найдите угол между прямыми  $A_1D$  и  $B_1D_1$ .



Ответ дайте в

градусах.



21B915

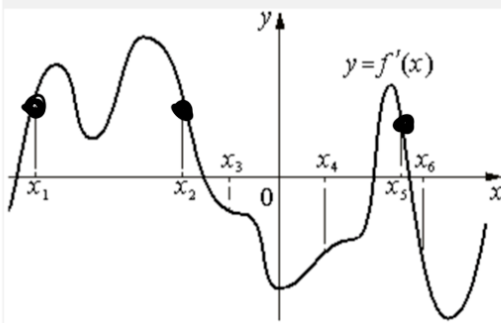
Источники:

ФИПИ (старый банк)

ОТВЕТ: 60

6

На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ .  
На оси абсцисс отмечены шесть точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ .  
Сколько из этих точек лежит на промежутках возрастания функции  $f(x)$ ?



A9FB0A

Источники:

ФИПИ (старый банк)

ФИПИ (новый банк)

Основная волна 2017

Досрочная волна 2016

Основная волна 2014



ОТВЕТ: 3

7

Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температура вычисляется по формуле  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  — время в минутах,  $T_0 = 1300$  К,  $a = -\frac{14}{3}$  К/мин<sup>2</sup>,  $b = 98$  К/мин.

Известно, что при температуре нагревателя свыше 1720 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

F88F7B

$$T \leq 1720$$

$$1300 + 98t - \frac{14}{3}t^2 \leq 1720$$

$$-\frac{14}{3}t^2 + 98t - 420 \leq 0 \quad | \cdot (-3)$$

$$14t^2 - 294t + 1260 \geq 0 \quad | : 14$$

$$t^2 - 21t + 90 \geq 0$$

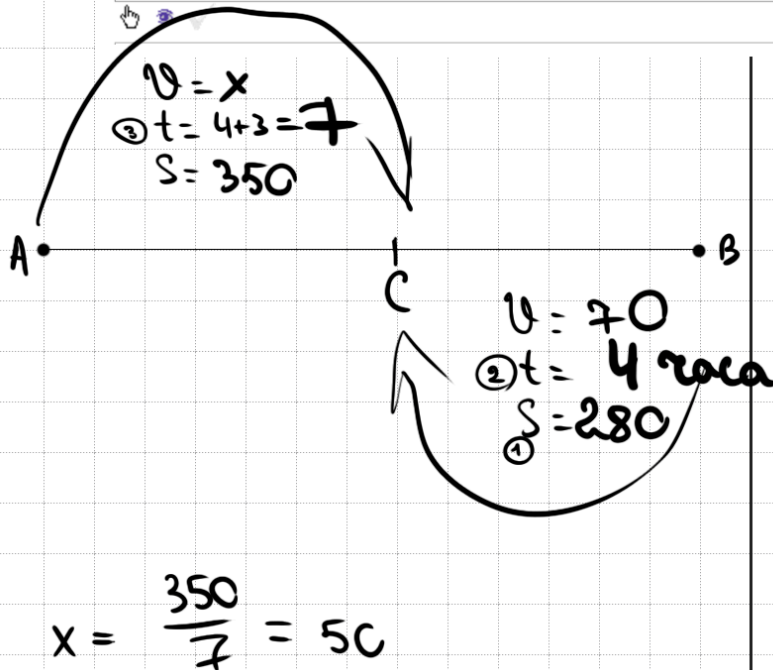
Скорость

ОТВЕТ: 6

8

Расстояние между городами А и В равно 630 км. Из города А в город В выехал первый автомобиль, а через три часа после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 70 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 350 км от города А. Ответ дайте в км/ч.

305DDD



ОТВЕТ: 50

**Источники:**

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)

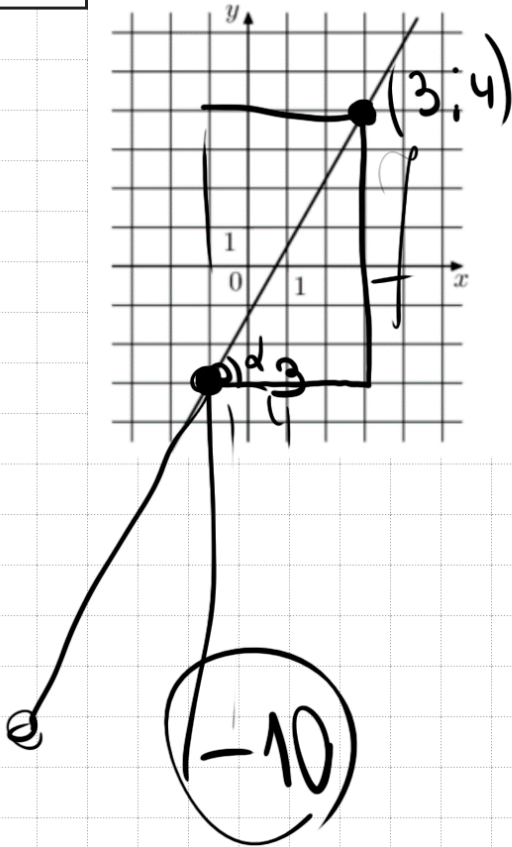
**Источники:**

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Основная волна 2019

9 На рисунке изображён график функции  $f(x) = kx + b$ . Найдите  $f(-5)$ .

Источники:

Mathege



$$y = k \cdot x + b$$

$$① \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$$

$$y = \frac{4}{3} \cdot x + b$$

$$② \quad 4 = \frac{4}{3} \cdot 3 + b$$

$$\frac{4}{3} \cdot 3 = 4$$

$$b = -4$$

$$③ \quad y = \frac{4}{3} \cdot x - 4$$

$$f(-5) = \frac{4}{3} \cdot (-5) - 4 = -\frac{20}{3} - 4 = -\frac{32}{3} \approx -10.67$$

ОТВЕТ: -10

10 В городе 48% взрослого населения – мужчины. Пенсионеры составляют 12,6% взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 15%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером».

Источники:

Демо 2022

$$\left. \begin{array}{l} 0,48 \cdot x \text{ Мужч.} \\ 0,52 \cdot x \text{ Женщ.} \end{array} \right\} \times \text{людей}$$

$$0,126 \cdot x \text{ Пенсионера}$$

$$0,15 \cdot 0,52 \cdot x \text{ Пенс. Женщины}$$

$$= 0,078 \cdot x$$

$$0,126x - 0,078x = 0,048x \text{ Пенс. Мужчины}$$

$$p = \frac{0,048 \cdot x}{0,48 \cdot x} = 0,1$$

ОТВЕТ: 0,1

11

Найдите наибольшее значение функции

$$y = 33x - 30 \sin x + 29$$

на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$ .

775EF3

$$\textcircled{1} \quad y' = 33 - 30 \cdot \cos x = 0$$

$$\cos x = \frac{33}{30} = 1,1$$

$$\emptyset$$

$$\textcircled{2} \quad y\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{33\pi}{2} \dots$$

$$y(0) = 33 \cdot 0 - 30 \cdot \sin 0 + 29 = 29$$

ОТВЕТ: 29

## Источники:

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Пробный ЕГЭ 2016  
 Досрочная волна 2015  
 Основная волна 2013

## ПРОИЗВОДНЫЕ

1	$C' = 0$
2	$x' = 1$
3	$(Cx)' = C$
4	$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$
5	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
6	$(U \cdot V)' = U'V + UV'$
7	$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$
8	$(U(V))' = (U(V))' \cdot V'$
9	$(\sin x)' = \cos x$
10	$(\cos x)' = -\sin x$
11	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
12	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
13	$(e^x)' = e^x$
14	$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
15	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
16	$(\log_a b)' = \frac{1}{b \cdot \ln a}$

12

а) Решите уравнение

$$\frac{\sin x}{\sin^2 \frac{x}{2}} = 4 \cos^2 \frac{x}{2}$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$ .

$$\text{а) } \frac{\sin x}{\sin^2 \frac{x}{2}} - \frac{4 \cos^2 \frac{x}{2}}{1} = 0$$

$$\sin x - \frac{2 \cdot \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}}{2 \cdot \sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}} = 0$$

$$\frac{\sin x - \sin^2 \frac{x}{2}}{\sin^2 \frac{x}{2}} = 0$$

$$\sin x - \sin^2 \frac{x}{2} = 0$$

$$\sin x \cdot (1 - \sin \frac{x}{2}) = 0$$

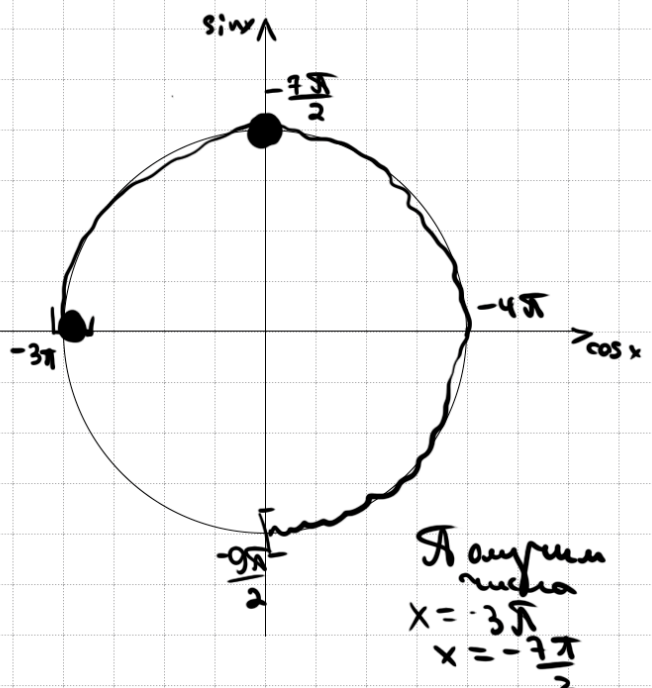
$$\sin x = 0 \quad \sin \frac{x}{2} = 1$$

$$x = 2\pi n \text{ (не подходит)} \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \text{ не подходит}$$

$$x = \pi + 2\pi n$$

ОТВЕТ: а)  $\pi + 2\pi n, \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 б)  $-3\pi, -\frac{7\pi}{2}$

б) Ответим корни с помощью окружности



## Источники:

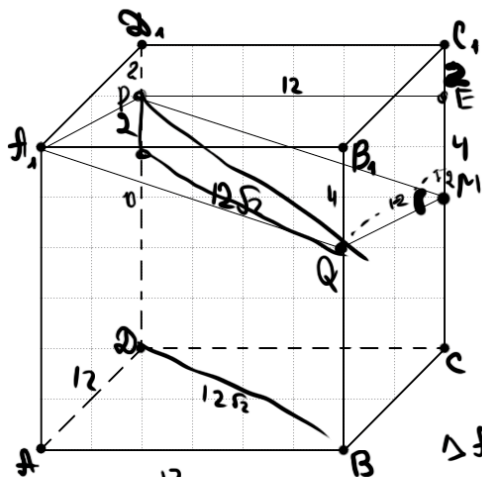
ФИПИ (новый банк)  
 Досрочная волна 2018

ФОРМУЛЫ  
ДВОЙНОГО УГЛА

1	$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
2	$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
3	$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$
4	$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$

На рёбрах  $DD_1$  и  $BB_1$  куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром 12 отмечены точки  $P$  и  $Q$  соответственно, причём  $DP = 10$ , а  $B_1 Q = 4$ . Плоскость  $A_1 P Q$  пересекает ребро  $CC_1$  в точке  $M$ .

- а) Докажите, что точка  $M$  является серединой ребра  $CC_1$ .
- б) Найдите расстояние от точки  $C_1$  до плоскости  $A_1 P Q$ .



а) Построение сечения:  
 ①  $A_1 P$   
 ②  $A_1 Q$   
 ③  $P M$  такую, что  $P M \parallel A_1 Q$   
 ④  $Q M$   
 $\triangle A_1 P M Q$  - сеч.

$B D = \sqrt{12^2 + 12^2} = 12\sqrt{2}$

Построим  $P E$  такую, что  $P E \parallel C D$   
 $\Rightarrow C_1 E = 2$

$\triangle A_1 B_1 Q = \triangle P E M$  по 1-му признаку  
 $\Rightarrow E M = 4 = B_1 Q$

ОТВЕТ:  $\frac{36\sqrt{41}}{41}$

$\Rightarrow C_1 M = 2 + 4 = 6$

$\Rightarrow C_1 M = \frac{1}{2} C C_1$

$\Rightarrow M$  - середина  $C C_1$

$V_{C_1 P Q M} = \frac{1}{3} \cdot S_{P Q M} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot S_{C_1 P Q M} \cdot PE$

$P M = \sqrt{12^2 + 4^2} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$

$Q M = \sqrt{12^2 + 2^2} = \sqrt{148} = 2\sqrt{37}$

$P Q = \sqrt{(12\sqrt{2})^2 + 12^2} = \sqrt{292} = 2\sqrt{73}$

$\cos \angle P M Q = \frac{160 + 148 - 292}{2 \cdot 4\sqrt{10} \cdot 2\sqrt{37}} = \frac{1}{\sqrt{370}}$

$\sin \angle P M Q = \frac{\sqrt{369}}{\sqrt{370}} = \frac{3\sqrt{41}}{\sqrt{370}}$

$S_{P Q M} = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{10} \cdot 2\sqrt{37} \cdot \frac{3\sqrt{41}}{\sqrt{370}} = 12\sqrt{41}$

$12\sqrt{41} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 12 \cdot 12$

$h = \frac{36}{\sqrt{41}} = \frac{36\sqrt{41}}{41}$

Решите неравенство  $\frac{2^x}{2^x - 3} + \frac{2^x + 1}{2^x - 2} + \frac{5}{4^x - 5 \cdot 2^x + 6} \leq 0$ .

Пусть  $2^x = t$

$\frac{t}{t-3} + \frac{t+1}{t-2} + \frac{5}{t^2 - 5t + 6} \leq 0$

$\frac{t^{1+2}}{t-3} + \frac{t+1^{1+3}}{t-2} + \frac{5}{(t-2)(t-3)} \leq 0$

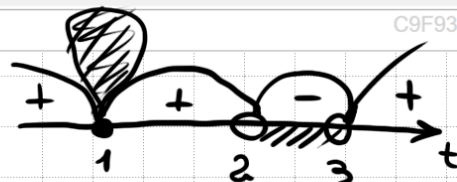
$\frac{t^2 - 2t + t^2 - 3t + t - 3 + 5}{(t-2)(t-3)} \leq 0$

$\frac{2t^2 - 4t + 2}{(t-2)(t-3)} \leq 0 \quad | :2$

$\frac{t^2 - 2t + 1}{(t-2)(t-3)} \leq 0$

$\frac{(t-1)^2}{(t-2)(t-3)} \leq 0$

ОТВЕТ:  $\{0\} \cup (1; \log_2 3)$



$\begin{cases} t = 1 \\ 2 < t < 3 \end{cases}$

$2^x = 1$   
 $x = 0$

$2 < 2^x < 3$

$2^1 < 2^x < 2^{\log_2 3}$   
 $1 < x < \log_2 3$

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Ященко 2021 (36 вар)  
 Ященко 2020 (36 вар)  
 Ященко 2019 (36 вар)  
 Основная волна 2021  
 Основная волна 2017  
 Материалы для экспертов ЕГЭ  
**РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ**  
 $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	$S$	$0,7S$	$0,4S$	0

Найдите наименьшее значение  $S$ , при котором каждая из выплат будет больше 5 млн рублей.

Пусть  $март$  - месяц платежа

Дата	Сумма долга
И 16	$S$
Я 17	$1,25 \cdot S$
М 17	$\Rightarrow$ было в долг $0,55 \cdot S$
И 17	$0,7 \cdot S$
Я 18	$0,7 \cdot S \cdot 1,25 = 0,875S$
М 18	$\Rightarrow$ в. $0,475 \cdot S$
И 18	$0,4 \cdot S$
Я 19	$0,4 \cdot S \cdot 1,25 = 0,5 \cdot S$
М 19	$\Rightarrow$ в. $0,5 \cdot S$
И 19	0

$$\begin{cases} \frac{55}{100} \cdot S > 5 & | \cdot \frac{100}{55} \\ \frac{475}{1000} \cdot S > 5 & | \cdot \frac{1000}{475} \\ \frac{5}{10} \cdot S > 5 & | \cdot \frac{10}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S > \frac{5 \cdot 100}{55} \\ S > \frac{5 \cdot 1000}{475} \\ S > \frac{5 \cdot 10}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S > 9 \frac{1}{11} \\ S > 10 \frac{10}{19} \\ S > 10 \end{cases}$$

$\Rightarrow$  наим. целое = 11

ОТВЕТ: 11

Источники:

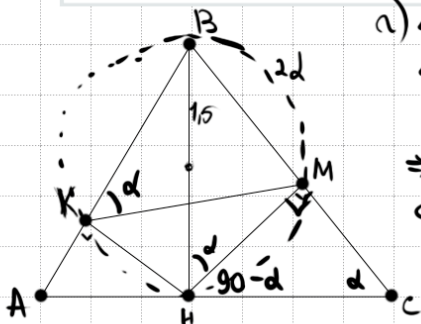
- ФИПИ (старый банк)
- ФИПИ (новый банк)
- Основная волна (Резерв) 2020
- СтатГрад 29.01.2020
- Досрочная волна 2019
- СтатГрад 24.01.2019
- СтатГрад 26.01.2017
- Досрочная волна (Резерв) 2017
- Основная волна 2016

Задание с развернутым ответом

В остроугольном треугольнике  $ABC$  провели высоту  $BH$ . Из точки  $H$  на стороны  $AB$  и  $BC$  опустили перпендикуляры  $HK$  и  $HM$  соответственно.

- Докажите, что треугольник  $MBK$  подобен треугольнику  $ABC$ .
- Найдите отношение площади треугольника  $MBK$  к площади четырёхугольника  $AKMC$ , если  $BH = 3$ , а радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , равен 4.

Номер: 4383



а)  $\angle BKM = 90^\circ$  - эти углы опущены на отрезок  $BH$   
 $\angle BKM = 90^\circ$   
 $\Rightarrow$  Можно описать окруж-ть с диаметром  $BH$

$R_{MBK} = 1,5$   
 $R_{ABC} = 4$

$k = \frac{4}{1,5} = \frac{8}{3}$

$\frac{S_{ABC}}{S_{MBK}} = \frac{64}{9}$

Пусть  $\angle BKM = \alpha$   
 Тогда  $BM = 2d$   
 $\angle BKM = \frac{1}{2} \cdot 2d = d$   
 $\angle CKM = 90 - d$

$\Delta CKM$ :  
 $\angle C = 180 - 90 - (90 - d) = d$

$\Rightarrow \Delta MBK \sim \Delta ABC$  по 2 углам  
 ( $d = \angle B$  - общий)

Пусть  $S_{ABC} = 64x$   
 Тогда  $S_{MBK} = 9x$

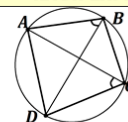
$S_{AKMC} = 55x$   
 $\frac{S_{MBK}}{S_{AKMC}} = \frac{9x}{55x} = 9:55$

ОТВЕТ: 9/55

Источники:

- ФИПИ (новый банк)
- Ященко 2016 (36 вар)
- Семёнов 2015
- Основная волна 2014
- Материалы для экспертов ЕГЭ

ПРИЗНАК ВПИСАННОГО ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА



Если два равных угла опираются на один отрезок, то около четырёхугольника можно описать окружность

ОТНОШЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ В ПОДОБНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКАХ

В подобных треугольниках отношение периметров, биссектрис, медиан, высот и средних перпендикуляров равно коэффициенту подобия

ОТНОШЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ

Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия



$\frac{S_{\text{большого треугольника}}}{S_{\text{меньшего треугольника}}} = k^2$



$$\sqrt{x^2 - a^2} = \sqrt{3x^2 - (3a + 1)x + a}$$

имеет ровно один корень на отрезке  $[0; 1]$ .

Разложим <sup>подтвердив на множестве</sup>  $3x^2 - (3a+1)x + a = 0$  на множители

$$\begin{cases} 3x^2 - (3a+1)x + a = 0 \\ x_1 + x_2 = \frac{3a+1}{3} = a + \frac{1}{3} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{a}{3} \end{cases} \quad \begin{matrix} x_1 = a \\ x_2 = \frac{1}{3} \end{matrix}$$

Получаем  $3x^2 - (3a+1)x + a = 3 \cdot (x-a) \left(x - \frac{1}{3}\right) = (x-a)(3x-1)$

Вернемся к изначальной ур-ю:

$$\sqrt{x^2 - a^2} = \sqrt{(x-a)(3x-1)}$$

$$\begin{cases} (x-a)(x+a) = (x-a)(3x-1) \\ x^2 - a^2 \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-a)(x+a) - (x-a)(3x-1) = 0 \\ x^2 - a^2 \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

ОТВЕТ:

$$\begin{cases} (x-a) \cdot (x+a - 3x+1) = 0 \\ x^2 - a^2 \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = a \\ -2x = -a-1 \\ x^2 - a^2 \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = a \\ x_2 = \frac{a+1}{2} \\ x^2 - a^2 \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

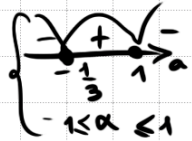
$x_1 = a$  является корнем ур-я

при  $a$ , удовн.  $\begin{cases} x^2 - a^2 \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} a^2 - a^2 \geq 0 \\ 0 \leq a \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \text{при } 0 \leq a \leq 1 \quad x_1 = a \text{ явл. корн. ур-я}$$

$x_2 = \frac{a+1}{2}$  является корнем ур-я при  $a$ , удовн.  $\begin{cases} x^2 - a^2 \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} \left(\frac{a+1}{2}\right)^2 - a^2 \geq 0 \\ 0 \leq \frac{a+1}{2} \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} a^2 + 2a + 1 - 4a^2 \geq 0 \\ 0 \leq a+1 \leq 2 \end{cases} \quad \begin{cases} -3a^2 + 2a + 1 \geq 0 \\ -1 \leq a \leq 1 \end{cases}$$

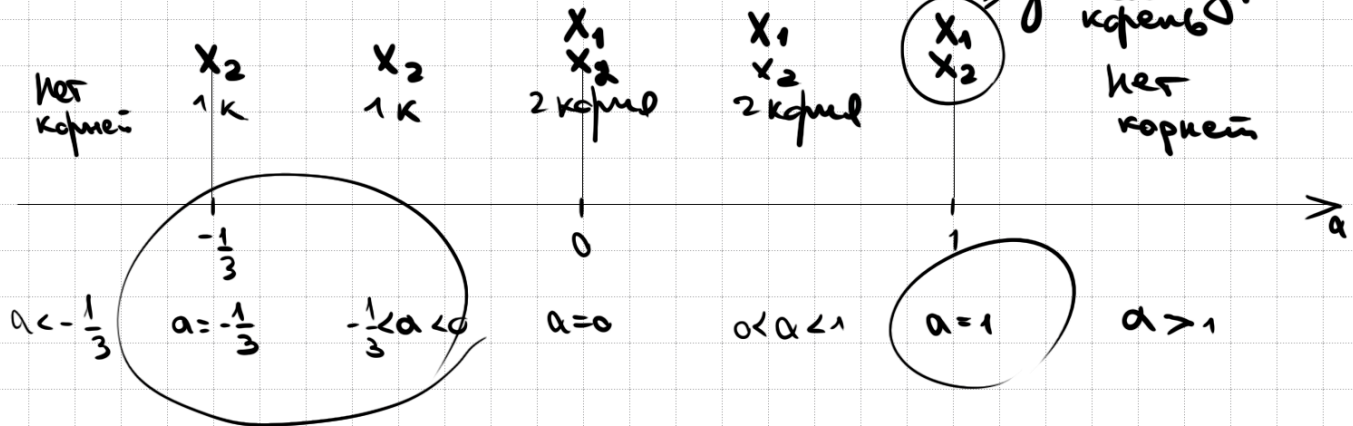


$\Rightarrow$  при  $a \in \left[-\frac{1}{3}; 1\right]$   $x_2 = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}$  явл. корнем ур-я

$x_1$  совпадает с  $x_2$ , если  $a = \frac{a+1}{2} \quad | \cdot 2$

при  $2a = a+1 \Rightarrow a = 1$

$x_1 = x_2$  = один совпад. корень.



Ответ:  $\left[-\frac{1}{3}; 0\right) \cup \{1\}$ .

В ящике лежат 65 овощей, масса каждого из которых выражается целым числом граммов. В ящике есть хотя бы два овоща различной массы, а средняя масса всех овощей равна 1000 г. Средняя масса овощей, масса каждого из которых меньше 1000 г, равна 982 г. Средняя масса овощей, масса каждого из которых больше 1000 г, равна 1024 г.

- а) Могло ли в ящике оказаться поровну овощей массой меньше 1000 г и овощей массой больше 1000 г?  
 б) Могло ли в ящике оказаться ровно 13 овощей, масса каждого из которых равна 1000 г?  
 в) Какую наименьшую массу может иметь овощ в этом ящике?

**Источники:**

Основная волна 2019  
 Ященко 2021 (36 вар)  
 Ященко 2020 (36 вар)

Пусть  $x$  - кол-во лёгких овощей  
 $y$  - кол-во тяжёлых овощей  
 $(65-x-y)$  - кол-во средн. овощей.

$$\text{Ср. масса лёгких} = \frac{\text{Сумма масс лёгких}}{x} = 982$$

$$\text{Ср. масса средних} = \frac{\text{Сумма масс средн.}}{65-x-y} = 1000$$

$$\text{Ср. масса тяжёлых} = \frac{\text{Сумма масс тяжёлых}}{y} = 1024$$

$$\text{Ср. масса всех} = \frac{\text{Сумма масс всех}}{65} = 1000$$

ОТВЕТ: а) нет  
 б) нет  
 в)

а) Могло ли быть  $x=y$   

$$\frac{982x + 1000(65-x-y) + 1024y}{65} = 1000$$

$$982x - 2000x + 1024x = 0$$

$$x = 0 = y$$

$\Rightarrow$  ни лёгких, ни тяжёлых нет, что противоречит условию

б) Может ли  $65-x-y = 13$ ?

$$\frac{982x + 1000 \cdot (65-x-y) + 1024y}{65} = 1000$$

$$982x - 1000x - 1000y + 1024y = 0$$

$$24y = 18x$$

$$4y = 3x$$

$$y = \frac{3}{4}x$$

Если  $x=4$ , то  $y=3$

$x=8$ , то  $y=6$

$x=12$ , то  $y=9$

$x=16$ , то  $y=12$

$x=20$ , то  $y=15$

$x=24$ , то  $y=18$

$x=28$ , то  $y=21$

$x=32$ , то  $y=24$

$x=36$ , то  $y=27$

При всех возможных комбинациях  $65-x-y \neq 13$

В ящике лежат 65 овощей, масса каждого из которых выражается целым числом граммов. В ящике есть хотя бы два овоща различной массы, а средняя масса всех овощей равна 1000 г. Средняя масса овощей, масса каждого из которых меньше 1000 г, равна 982 г. Средняя масса овощей, масса каждого из которых больше 1000 г, равна 1024 г.

- а) Могло ли в ящике оказаться поровну овощей массой меньше 1000 г и овощей массой больше 1000 г?  
 б) Могло ли в ящике оказаться ровно 13 овощей, масса каждого из которых равна 1000 г?  
 в) Какую наименьшую массу может иметь овощ в этом ящике?

в) Чтобы найти самый лёгкий овощ, нужно, чтобы среди всех лёгких был один самый лёгкий и остальные по 999 г

$$x_{\max} = 36$$

Пусть кол-во 999 г = 35 шт

$$\text{Ср. масса лёгких} = \frac{? + 35 \cdot 999}{36} = 982$$

$$? = 982 \cdot 36 - 35 \cdot 999 = 387$$

Пример:  $\left. \begin{array}{l} 1 \text{ овощ по } 387 \\ 35 \text{ овощей по } 999 \end{array} \right\} 36 \text{ лёгких}$

27 овощей по 1024 г

2 овоща по 1000 г