МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ.

Название величины	Обозначение	Единица измерения	Формула
Амплитуда колебаний	A	м	
Период колебаний	T	с	T = 1 / v ; T = t / N
Частота колебаний	v	Гц	v = 1 / T v = N / t
Число колебаний за какое-то время	N		N = t /T N = vt
Время	t	с	t = NT t = N / v
Период колебаний пружинного маятника	T	с	$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$
Период колебаний математического маятника	T	с	$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$
Длина волны	λ	м	λ = Tυ

Оценка «3».

1. Шарик на нити совершил 50 колебаний за 2 мин. Определите период и частоту колебаний шарика.
2. Пружинный маятник совершил за 8 с 40 полных колебаний. Определите период и частоту колебаний этого маятника.
3. Длина волны равна 600 м, период 30с. Определите скорость распространения данной волны.
4. Волна распространяется со скоростью 350 м/с, с частотой 700 м. Определите длину волны.
5. Найти период колебания, если длина волны составляет 8 метра, а скорость распространения волн равна 2 м/с.

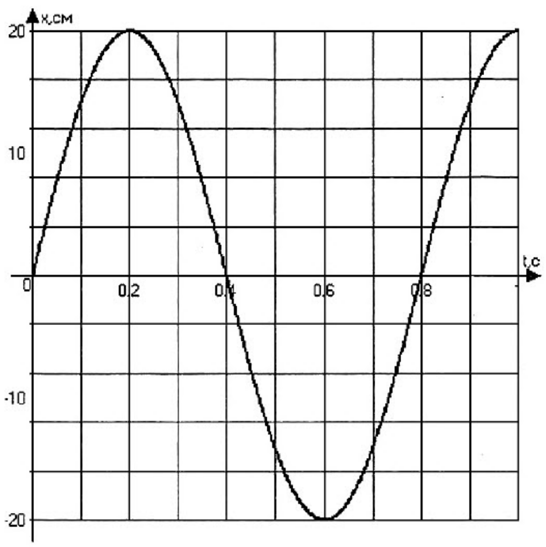
Оценка «5»

1. Какова длина математического маятника, совершающего гармонические колебания с частотой 1? (Ускорение свободного падения 2 м/с^2).
2. Частота колебаний равна 12 Гц. Сколько колебаний будет сделано, если тело переместилось на 500 м со скоростью 10 м/с?
3. В результате выстрела было услышано эхо через 40 с после произведенного выстрела. Определите расстояние до преграды, если скорость звука составляла 360 м/с.
4. Определить сколько колебаний за 2 минуты совершит тело, если скорость распространения волны составляет 4 м/с, а длина волны равна 5 метрам.
5. По поверхности воды идут волны. Определить параметры волны (период колебания, длину волны, скорость распространения), если расстояния между 1 и 4 гребнями волн составляет 18 метров, а мимо наблюдателя за 20 секунд проходят 10 гребней волн.

Задача № 1. Шарик на нити совершил 60 колебаний за 2 мин. Определите период и частоту колебаний шарика.

Дано:	СИ	Решение:
$N = 60$		$T = \dfrac{t}{N} = \dfrac{120}{60} = 2$ (с)
$t = 2$ мин	120 с	$\nu = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{2} = 0{,}5$ (Гц)
$T - ?$		*Ответ:* 2 с; 0,5 Гц
$\nu - ?$		

Задача № 2. На рисунке изображен график зависимости координаты от времени колеблющегося тела.



По графику определите: 1) амплитуду колебаний; 2) период колебаний; 3) частоту колебаний; 4) запишите уравнение координаты.

Решение:

1) $A = 20$ см $= 0{,}2$ м;

2) $T = 0{,}8$ с;

3) $\nu = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{0{,}8} = 1{,}25$ Гц;

4) $x(t) = A\sin 2\pi\nu t = 0{,}2\sin 2\pi \cdot 1{,}25t = 0{,}2\sin 2{,}5\pi t.$

Задача № 3. Амплитуда незатухающих колебаний точки струны 2 мм, частота колебаний 1 кГц. Какой путь пройдет точка струны за 0,4 с? Какое перемещение совершит эта точка за один период колебаний?

Дано:

$A = 2$ мм $= 2 \cdot 10^{-3}$ м;

$\nu = 1$ кГц $= 10^3$ Гц;

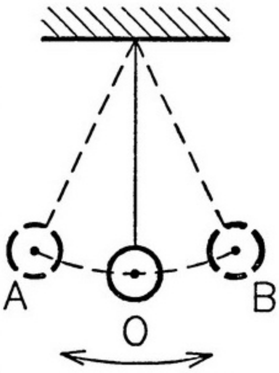
$t = 0{,}4$ с

Найти:

l — ?

S — ?

Решение:



Движение точки колеблющейся струны аналогично движению шарика на нити. Будем считать, что колебания начинаются в положении А.

Тогда за период колебания груз должен пройти в положение В, а из него в положение А. Расстояния ОА и ОВ равны по модулю амплитуде колебаний, то есть ОА = ОВ = А. Поэтому расстояние от точки А до точки В: АВ = 2А (две амплитуды) и от В до А — тоже две амплитуды. Тогда общий путь колеблющегося шара за один период равен четырем амплитудам, то есть $l_1 = 4 \cdot A$.

Поскольку перемещение — это вектор, проведенный из начального положения тела в конечное, а положение тела в конце периода колебаний совпадает с его начальным положением, то перемещение тела (а в нашей задаче — точки струны) за период равно нулю, то есть $S = 0$.

Чтобы определить путь этой точки за все время движения, необходимо сначала определить число колебаний за все время движения N, а затем путь, пройденный точкой за одно колебание, умножить на число колебаний, то есть

$$l = l_1 \cdot N$$

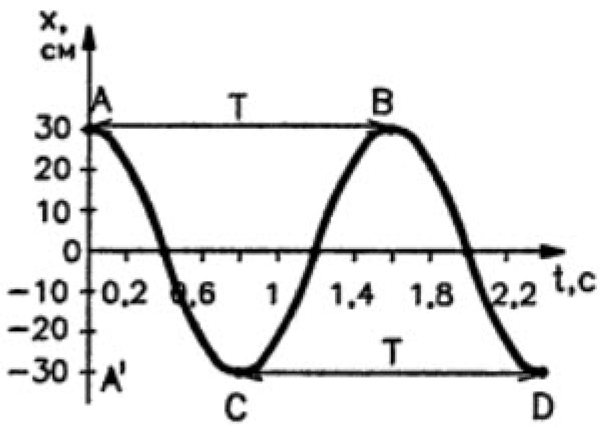
Найдем число колебаний $N = \frac{t}{T} = t \cdot \nu$, так как ν — частота, то есть число колебаний за 1 секунду, а t — время всех колебаний.

Тогда $l = l_1 \cdot t \cdot \nu$ или $l = 4A \cdot t \cdot \nu$; $l = \left[м \cdot с \cdot \frac{1}{с} = м \right]$

$$l = 4 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}4 \cdot 10^3 = 3{,}2 \text{ м}$$

Ответ: $l = 3{,}2$ м; $S = 0$.

Задача № 4. Пользуясь графиком изменения координаты колеблющегося тела от времени, определить амплитуду, период и частоту колебаний. Записать уравнение зависимости x(t) и найти координату тела через 0,1 и 0,2 с после начала отсчета времени.



Дано:	***Решение:***
График $x(t)$; $t_1 = 0,1$ с; $t_2 = 0,2$ с	

Найти:

A — ?
T — ?
ν — ?
$x(t)$ — ?
x_1 — ?
x_2 — ?

1) Амплитуда колебаний — это наибольшее смещение от положения равновесия, поэтому необходимо определить по оси 0x — оси координаты — наибольшее удаление от точки О. Амплитуда колебаний будет равна длине отрезка ОА. Для большей точности можно длину отрезка AA' разделить на 2, так как отрезок AA' соответствует двум амплитудам.
Так как $|OA| = 30$ см, следовательно, и амплитуда колебаний $A = 30$ см $= 0,3$ м.
Или

$$A = \frac{|AA'|}{2} = \frac{60}{2} = 30 \text{ см} = 0,3 \text{ м}.$$

2) Период колебаний — это продолжительность одного полного колебания, или это наименьший промежуток времени, через который тело вернется в начальное положение. Из графика видно, что период — это промежуток времени между точками A и B (или C и D). Так как относительно оси времени Ot координата точки A $t_A = 0$, а точки B $t_B = 1,6$ с, то, очевидно, период равен

$$T = t_B - t_A = 1,6 - 0 = 1,6 \text{ с} \Rightarrow T = 1,6 \text{ с}$$

Найдем интервал времени между точками C и D:

$$t_C = 0,8 \text{ с}; t_D = 2,4 \text{ с} \Rightarrow T = 2,4 - 0,8 = 1,6 \text{ с}.$$

Таким образом, получили, что для определения периода колебаний можно рассчитывать промежуток времени между двумя последовательными прохождениями точкой одинаковой координаты.

3) Определим теперь частоту колебаний по формуле:

$$\nu = \frac{1}{T}$$

Получим: $\nu = \frac{1}{1,6} = 0,625$ Гц.

4) Запишем закон гармонического колебания, то есть уравнение зависимости $x(t)$. Из курса алгебры известно, что данная кривая — косинусоида. Поэтому координата колеблющегося тела изменяется по закону косинуса. Тогда

$$x = A\cos\frac{2\pi}{T} \cdot t$$

В это уравнение вместо множителя A, то есть амплитуды колебаний и периода T, подставим найденные из графика числовые значения.

Отсюда: $x = 0,3 \cdot \cos\frac{2\pi}{1,6} \cdot t$

Упростив это выражение, получим окончательно:

$$x = 0,3\cos 1,25\pi t$$

5) Определим координату тела через 0,1 с и 0,2 с, подставляя эти числа в уравнение координаты. Тогда при $t_1 = 0,1$ с получим:

$$x_1 = 0,3\cos 1,25\pi \cdot 0,1 = 0,3\cos 0,125\pi \approx 0,28 \text{ м}$$

В данном случае значение косинуса аргумента $0,125\pi$

Задача № 5. Какова длина математического маятника, совершающего гармонические колебания с частотой 0,5 Гц на поверхности Луны? Ускорение свободного падения на поверхности Луны 1,6 м/с^2.

Дано:

$\nu = 0{,}5$ Гц;

$g = 1{,}6$ м/с^2

Найти:

l — ?

Решение:

Период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

По определению $\nu = \frac{1}{T}$, откуда $T = \frac{1}{\nu}$

Получим, $\frac{1}{\nu} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

Выразим длину маятника. Возведем обе части равенства в квадрат:

$$\frac{1}{\nu^2} = 4\pi^2 \cdot \frac{l}{g} \Rightarrow l = \frac{g}{4\pi^2\nu^2};\ l = \left[\frac{м}{с^2 \cdot Гц^2} = \frac{м}{с^2 \cdot 1/с^2} = \frac{с^2 \cdot м}{с^2} = м\right]$$

$$l = \frac{1{,}6}{4 \cdot 3{,}14^2 \cdot 0{,}5^2} \approx 0{,}16 \text{ м}$$

Ответ: $l \approx 0{,}16$ м

Задача № 6. Груз массой 400 г совершает колебания на пружине с жесткостью 250 Н/м. Амплитуда колебаний 15 см. Найти полную механическую энергию колебаний и наибольшую скорость движения груза.

Дано:

$m = 400$ г $= 0{,}4$ кг;

$k = 250$ Н/м;

$A = 15$ см $= 0{,}15$ м

Найти:

W — ?

v_{max} — ?

Решение:

Полная механическая энергия колебания равна сумме кинетической энергии движения и потенциальной энергии взаимодействия, то есть

$$W = E_k + E_p = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$$

В положении наибольшего отклонения от положения равновесия ($x = A$) $W = E_p = \frac{kA^2}{2}$

В момент прохождения телом положения равновесия:

$$W = E_k = \frac{mv_{max}^2}{2}$$

Отсюда $W = \frac{250 \cdot 0{,}15^2}{2} = 2{,}8$ Дж.

Определим наибольшую скорость движения груза:

$$W = \frac{mv_m^2}{2} \Rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{m}},$$

$$v_m = \left[\sqrt{\frac{Дж}{кг}} = \sqrt{\frac{Н \cdot м}{кг}} = \sqrt{\frac{кг \cdot м \cdot м}{с^2 \cdot кг}} = \frac{м}{с}\right]$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}8}{0{,}4}} = \sqrt{14} \approx 3{,}7 \text{ м/с}$$

Ответ: $W = 2{,}8$ Дж; $v_{max} = 3{,}7$ м/с.

Задача № 7. Частота колебаний крыльев вороны в полете равна в среднем 3 Гц. Сколько взмахов крыльями сделает ворона, пролетев путь 650 м со скоростью 13 м/с?

Дано:	Решение:
$\nu = 3$ Гц; $s = 650$ м $v = 13$ м/с	$t = \dfrac{s}{v} = \dfrac{650\text{ м}}{13\,\frac{\text{м}}{\text{с}}} = 50$ с; $N = \nu \cdot t = 3\text{ Гц} \cdot 50\text{ с} = 150.$
N — ?	