

Строительство нового завода стоит 101,5 млн рублей. Затраты на производство  $x$  тыс. единиц продукции на таком заводе равны  $(0,5x^2 + x + 7)$  млн рублей в год. Если продукцию завода продавать по цене  $p$  тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит  $px - (0,5x^2 + x + 7)$ . Когда завод будет построен, каждый год фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. В первый год после постройки завода цена продукции  $p = 9$  тыс. рублей за единицу, каждый следующий год цена продукции увеличивается на 1 тыс. рублей за единицу. За сколько лет окупится строительство завода?

Решение. *Делаем невозможное возможным*  
 Прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составляет

$$px - (0,5x^2 + x + 7) = -0,5x^2 + (p-1)x - 7.$$

Полученное выражение является квадратным трёхчленом и достигает своего наибольшего значения  $\frac{(p-1)^2}{2} - 7$  при  $x = p - 1$ . Таким образом, в первый год прибыль составит 25 млн рублей, во второй — 33,5 млн рублей, в третий — 43 млн рублей. Поскольку  $25 + 33,5 + 43 = 101,5$ , строительство полностью окупится за 3 года.

Ответ: 3.

15 декабря 2024 года планируется взять кредит в банке на 31 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 30-й (с января 2025 года по июнь 2027 года включительно) долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15 июня 2027 года долг составит 100 тысяч рублей;
- 15 июля 2027 года кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 555 тысяч рублей?

Решение.

Пусть сумма кредита равна  $A$  тысяч рублей. По условию, долг перед банком (в тыс. рублей) по состоянию на 15-е число каждого месяца (с декабря 2024 года по июль 2027 года) должен уменьшаться до нуля следующим образом:

$$A; \frac{29A+100}{30}; \frac{28A+2 \cdot 100}{30}; \dots; \frac{A+29 \cdot 100}{30}; 100; 0.$$

Первого числа каждого месяца долг возрастает на 2%, значит, последовательность размеров долга (в тыс. рублей) по состоянию на 1-е число каждого месяца (с января 2025 года по июль 2027 года) такова:

$$1,02A; 1,02 \cdot \frac{29A+100}{30}; \dots; 1,02 \cdot \frac{A+29 \cdot 100}{30}; 102.$$

Следовательно, выплаты (в тыс. рублей) должны быть следующими:

$$0,02A + \frac{A-100}{30}; 0,02 \cdot \frac{29A+100}{30} + \frac{A-100}{30}; \dots; \\ 0,02 \cdot \frac{A+29 \cdot 100}{30} + \frac{A-100}{30}; 102.$$

Общая сумма выплат (в тыс. рублей) составит

$$0,02 \cdot \frac{31A+29 \cdot 100}{2} + A - 100 + 102 = 1,31A + 31,$$

откуда  $1,31A + 31 = 555$ ;  $1,31A = 524$ ;  $A = 400$ .

Значит, сумма, которую планируется взять в кредит, равна 400 тыс. рублей.

Ответ: 400 тысяч рублей.

В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 300 тыс. рублей на 6 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027 и 2028 годов долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2029, 2030 и 2031 годов долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2031 года кредит должен быть полностью погашен.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 498 тысяч рублей. Найдите  $r$ .

ГОТОВИМСЯ К ЭКЗАМЕНАМ 100balnik.ru

Решение.

По условию, долг перед банком (в тыс. рублей) по состоянию на июль 2025–2031 годов должен уменьшаться до нуля следующим образом:

300; 250; 200; 150; 100; 50; 0.

В январе каждого года с 2026 по 2028 долг возрастает на 20%, а в январе каждого года с 2029 по 2031 — на  $r\%$ , значит, последовательность размеров долга (в тыс. рублей) в январе 2026–2031 годов такова:

$360; 300; 240; 150\left(1 + \frac{r}{100}\right); 100\left(1 + \frac{r}{100}\right); 50\left(1 + \frac{r}{100}\right)$ .

Следовательно, выплаты (в тыс. рублей) должны быть следующими:

110; 100; 90;  $1,5r + 50$ ;  $r + 50$ ;  $0,5r + 50$ .

Значит, общая сумма выплат (в тыс. рублей) составит

$$110 + 100 + 90 + (1,5r + 50) + (r + 50) + (0,5r + 50) = 3r + 450,$$

откуда  $3r + 450 = 498$ ;  $3r = 48$ ;  $r = 16$ .

Ответ: 16.

17

15 января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на  $r$  процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где  $r$  — целое число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей. [100balnik.ru](http://100balnik.ru)

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение  $r$ , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,25 млн рублей.

Ответ: 9

В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 600 тыс. рублей на 6 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027 и 2028 годов долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2029, 2030 и 2031 годов долг возрастает на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2031 года кредит должен быть полностью погашен.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 975 тысяч рублей. Найдите  $r$ .

ГОТОВИМСЯ К ЭКЗАМЕНАМ 100balnik.ru

Решение.

По условию, долг перед банком (в тыс. рублей) по состоянию на июль 2025–2031 годов должен уменьшаться до нуля следующим образом:

$$600; 500; 400; 300; 200; 100; 0.$$

В январе каждого года с 2026 по 2028 долг возрастает на  $r\%$ , а в январе каждого года с 2029 по 2031 — на 15%, значит, последовательность размеров долга (в тыс. рублей) в январе 2026–2031 годов такова:

$$600\left(1 + \frac{r}{100}\right); 500\left(1 + \frac{r}{100}\right); 400\left(1 + \frac{r}{100}\right); 345; 230; 115.$$

Следовательно, выплаты (в тыс. рублей) должны быть следующими:

$$6r + 100; 5r + 100; 4r + 100; 145; 130; 115.$$

Значит, общая сумма выплат (в тыс. рублей) составит

$$(6r + 100) + (5r + 100) + (4r + 100) + 145 + 130 + 115 = 15r + 690,$$

откуда  $15r + 690 = 975$ ;  $15r = 285$ ;  $r = 19$ .

Ответ: 19.

15 января 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 1200 тысяч рублей на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
  - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
  - 15-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й (с февраля по ноябрь 2025 года включительно) долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
  - 15 ноября 2025 года долг составит 400 тысяч рублей;
  - 15 декабря 2025 года кредит должен быть полностью погашен.
- Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

ГОТОВИМСЯ К ЭКЗАМЕНАМ 100balnik.ru

Решение.

По условию, долг перед банком (в тыс. рублей) по состоянию на 15-е число каждого месяца (с января по декабрь 2025 года) должен уменьшаться до нуля следующим образом:

$$1200; 1120; \dots; 480; 400; 0.$$

Первого числа каждого месяца долг возрастает на 1%, значит, последовательность размеров долга (в тыс. рублей) по состоянию на 1-е число каждого месяца (с февраля по декабрь 2025 года) такова:

$$1212; 1131,2; \dots; 484,8; 404.$$

Следовательно, выплаты (в тыс. рублей) должны быть следующими:

$$92; 91,2; \dots; 84,8; 404.$$

Значит, общая сумма выплат (в тыс. рублей) составит

$$\frac{10 \cdot 176,8}{2} + 404 = 1288.$$

Ответ: 1288 тысяч рублей.