

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**  
**Тренировочный вариант № 360**

**Профильный уровень**  
**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ    Ответ: -0,8    10 - 0, 8    Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

**1.** Решите уравнение  $2^{x^2-3} \cdot 5^{x^2-3} = 0,01 \cdot (10^{x-1})^3$

В ответе запишите сумму всех корней уравнения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2.** Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков будет меньше, чем 4. Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3.** Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, равен 6. Найдите гипотенузу, если точка касания с вписанной окружностью делит ее на отрезки, длины которых относятся как 5 : 12.

Ответ: \_\_\_\_\_.

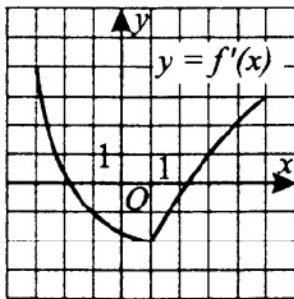
**4.** Вычислите  $\log_{16} a - \log_{16} b$ , если  $a - 4b = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5.** В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 15, а тангенс угла между боковой гранью и плоскостью основания равен  $\sqrt{23}$ . Найдите сторону основания пирамиды.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. К графику функции  $y = f(x)$  проведена касательная в точке с абсциссой  $x_0 = 3$ . Определите градусную меру угла наклона касательной, если на рисунке изображен график производной этой функции.



Ответ: \_\_\_\_\_.

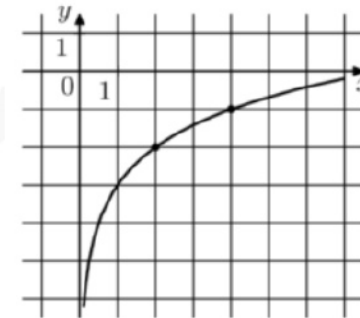
7. Глубоководники проектируют новый батискаф в виде сферы радиуса  $R$ . Выталкивающая сила Архимеда, действующая на батискаф, вычисляется по формуле  $F_A = \rho g V = \rho g \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$ . Определите максимальный радиус батискафа (в метрах), если сила Архимеда по технологии не должна превосходить 1130400 Н. При расчёте примите следующие значения постоянных:  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ ,  $g = 10 \text{ Н/кг}$ ,  $\pi = 3,14$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. В бутылки содержится 25 %-ый раствор соли. Из нее вылили некоторую часть раствора и добавили такое же количество воды. В результате получили 12 %-ый раствор соли. Какая часть первоначального раствора была заменена водой?

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. На рисунке изображен график функции вида  $f(x) = b + \log_a x$ . Найдите  $f(32)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

10. В бутике модной обуви в случайный момент каждый продавец занят с покупателем с вероятностью 0,1. Всего продавцов трое. Найдите вероятность того, что в случайно выбранный момент хотя бы один из продавцов свободен.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Найдите наименьшее значение функции  $y = \frac{5x^2 + 2}{3x^2 + 20} + \frac{3x^2 + 20}{5x^2 + 2}$  на отрезке  $[-1; 4]$

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания*

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение  $\sin 3x = 4 \sin x \cos 2x$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие интервалу  $\left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$

13. Две правильные четырехугольные пирамиды EABCD и FABCD имеют общее основание ABCD и расположены по разные стороны от него. Точки M и N – середины ребер BC и AB соответственно. Все ребра пирамид равны.

а) Докажите, что угол между прямыми AE и BF равен  $60^\circ$ .

б) Найдите угол между прямыми EM и FN.

14. Решите неравенство:  $\sqrt{x^3 - 2x^2 + 4x - 2} \geq x$

15. Владимир поместил в банк 3600 тысяч рублей под 10% годовых. В конце каждого из первых двух лет хранения после начисления процентов он дополнительно вносил на счет одну и ту же фиксированную сумму. К концу третьего года после начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 48,5%. Какую сумму (в тыс. руб.) Владимир ежегодно добавлял к вкладу?

16. Дан прямоугольник ABCD. Окружности, вписанные в треугольники ABD и BDC, касаются диагонали BD в точках M и N соответственно. Окружности, вписанные в треугольники ABC и ADC, касаются диагонали AC в точках K и L соответственно.

а) Докажите, что MNKL – прямоугольник, подобный исходному.

б) Найдите коэффициент подобия, если косинус угла между диагоналями исходного прямоугольника равен  $\frac{7}{25}$ .

17. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений имеет хотя бы одно решение:

$$\begin{cases} 4x^2 - 12xy + 9y^2 + 2x - 6y = 0, \\ 5x^2 - 16xy + 13y^2 - 6x + 10y + 2ax - 4ay + a^2 - 2a - 5 = 0 \end{cases}$$

18. На доске написано несколько различных натуральных чисел, в записи которых могут быть только цифры 1 и 6.

а) Может ли сумма этих чисел быть равна 173?

б) Может ли сумма этих чисел быть равна 109?

в) Какое наименьшее количество чисел может быть на доске, если их сумма равна 1021?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.