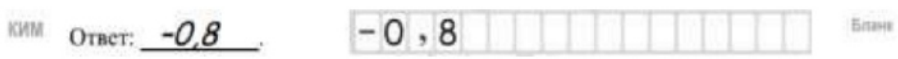
Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 142
Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

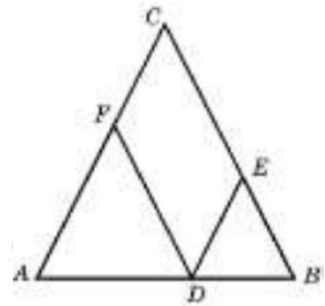
Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Решите уравнение $\dfrac{x-105}{x+3}=-5.$

2. Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 40 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день 10 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

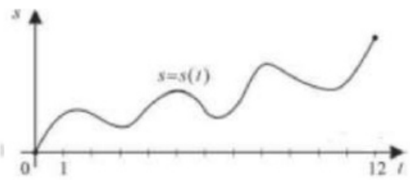
3. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 10. Из точки, взятой на основании этого треугольника, проведены две прямые, параллельные боковым сторонам. Найдите периметр получившегося параллелограмма.



4. Найдите значение выражения $\dfrac{2\sin(\alpha-7\pi)+\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)}{\sin(\alpha+\pi)}$

5. Найдите площадь поверхности правильной четырехугольной пирамиды, стороны основания которой равны 6 и высота равна 4.

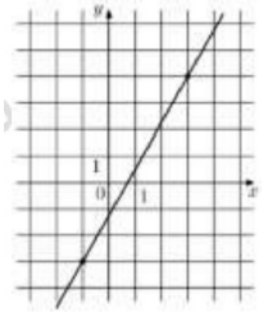
6. Материальная точка M начинает движение из точки A и движется по прямой на протяжении 12 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки A до точки M со временем. На оси абсцисс откладывается время t в секундах, на оси ординат — расстояние S. Определите, сколько раз за время движения скорость точки M обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывайте).



7. При температуре $0^\circ C$ рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5} (^\circ C)^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

8. Расстояние между городами А и В равно 470 км. Из города А в город В выехал первый автомобиль, а через 3 часа после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 60 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 350 км от города А. Ответ дайте в км/ч.

9. На рисунке изображён график функции $f(x) = kx + b$. Найдите $f(-5)$.



10. При двукратном бросании игральной кости в сумме выпало 9 очков. Какова вероятность того, что хотя бы раз выпало 5 очков?

11. Найдите наибольшее значение функции $y = 2x + \dfrac{72}{x} + 9$ на отрезке $[-18; -0{,}5]$

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$\operatorname{tg}^2 x+\left(1+\sqrt{3}\right)\operatorname{tg} x+\sqrt{3}=0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

13. В основании пирамиды $DABC$ лежит прямоугольный треугольник ABC с прямым углом при вершине C. Высота пирамиды проходит через точку B.

а) Докажите, что отрезок, соединяющий середины рёбер BC и AD, равен отрезку, соединяющему середины рёбер AB и CD.

б) Найдите угол между прямой BD и прямой, проходящей через середины рёбер BC и AD, если известно, что $BD=AC$.

14. Решите неравенство:

$$16^{\frac{1}{x}-1}-4^{\frac{1}{x}-1}-2\geq 0.$$

15. В июле 2020 года планируется взять кредит на некоторую сумму. Условия возврата таковы:

— в январе каждого года долг увеличивается на 30% по сравнению с предыдущим годом;

— с февраля по июнь нужно выплатить часть долга одним платежом.

Определите, на какую сумму взяли кредит банке, если известно, что кредит был выплачен тремя равными платежами (за 3 года) и общая сумма выплат на $156\,060$ рублей больше суммы взятого кредита.

16. В параллелограмме $ABCD$ точка M — середина стороны AD, P — точка пересечения отрезка BM с диагональю AC.

а) Докажите, что прямая DP проходит через середину стороны AB.

б) Биссектриса угла BAC пересекает отрезок BM в точке Q. Найдите отношение $PM:BQ$, если $AB:AC=1:3$.

17. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\sin^{14} x+\left(a-3\sin x\right)^7+\sin^2 x+a=3\sin x$$

имеет хотя бы один корень.

18 Даны n различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию ($n\geq 3$).

а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 16?

б) Каково наибольшее значение n, если сумма всех данных чисел меньше 900?

в) Найдите все возможные значение n, если сумма всех данных чисел равна 235.

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 142

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	

12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		