

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 358

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0, 8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Решите уравнение $\cos\left(\frac{\pi x}{2} - \frac{27\pi}{16}\right) = 0$

В ответе запишите наибольший отрицательный корень уравнения

Ответ: _____.

2. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что «орел» выпадет не менее 2 раз.

Ответ: _____.

3. Найдите площадь равнобедренной трапеции, диагональ которой равна $3\sqrt{2}$ и составляет с основанием угол 45° .

Ответ: _____.

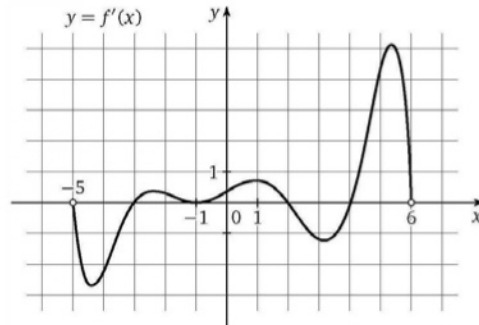
4. Найдите $\operatorname{tg}^6 t$, если $5 \sin^2 t + 8 \cos^2 t = 6$.

Ответ: _____.

5. В основании пирамиды лежит треугольник со сторонами $3\sqrt{3}$, 11 и углом 30° между ними. Все боковые ребра пирамиды равны 8. Найдите объем пирамиды (V). В ответе запишите $V\sqrt{5}$.

Ответ: _____.

6. На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$, где $f'(x)$ — производная функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-5; 6)$. В какой из точек $-2, -1, 0, 1$ значение функции $y = f(x)$ будет наименьшим? В ответе укажите эту точку.



Ответ: _____.

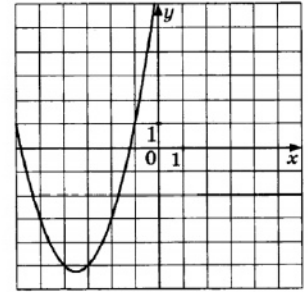
7. При нормальном падении света с длиной волны $\lambda = 650$ нм на дифракционную решётку с периодом d нм наблюдают серию дифракционных максимумов. При этом угол φ (отсчитываемый от перпендикуляра к решетке), под которым наблюдается максимум, и номер максимума k связаны соотношением $d \sin \varphi = k \lambda$. Под каким минимальным углом φ (в градусах) можно наблюдать третий максимум на решётке с периодом, не превосходящим 1950 нм?

Ответ: _____.

8. Расстояние между пристанями А и В равно 126 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через 1 час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошел 34 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

9. На рисунке изображен график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите значение a по этому графику.



Ответ: _____.

10. Баскетболист на тренировке бросает мяч в корзину с дистанции 6 м. При каждом броске он попадает в корзину с вероятностью 0,7. Найдите математическое ожидание числа попаданий при 40 бросках.

Ответ: _____.

11. Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 + 2x^2 + x + 3$ на отрезке $[-13; -0,5]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$\cos \frac{x}{2} \sin \frac{3x}{2} = 4 \sin^2(\pi + x) \cos^2(\pi - x) - \sin \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2}$$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[\pi; 3\pi]$

13. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ проведена секущая плоскость, содержащая диагональ AC_1 и пересекающая ребра BB_1 и DD_1 в точках F и E соответственно.

а) Докажите, что сечение AFC_1E - параллелограмм.

б) Найдите площадь сечения, если известно, что AFC_1E – ромб и $AB = 3$, $BC = 2$, $AA_1 = 5$.

14. Решите неравенство:

$$\log_2(4 - x)^2 + 2 \log_2(2x - 1) \leq 4 \log_2 3$$

15. 15 декабря планируется взять кредит в банке на 480 тысяч рублей на 27 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14 число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа первые два месяца и последний долг должен уменьшиться на m тысяч рублей, все остальные месяцы долг должен быть меньше долга на 15-е число предыдущего месяца на n тысяч рублей.

Найдите отношение $\frac{m}{n}$, если всего было выплачено банку 656,4 тысяч рублей?

16. В равнобедренной трапеции $ABCD$ длины оснований AD и BC соответственно равны 4 и 3. Точки M и N лежат на диагонали BD , причем точка M расположена между точками B и N , а отрезки AM и CN перпендикулярны диагонали BD .

а) Докажите, что $BN : DM = 3 : 4$.

б) Найдите длину отрезка CN , если известно, что $BM : DN = 2 : 3$.

17. Найдите все положительные значения параметра, a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (|x| + |y| - 10) \cdot (9 - |xy|) = 0 \\ x^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет не менее 12 решений

18. В океанариуме каждой акуле дают 2,5 кг рыбы, мурене – 0,2 кг, скату – 1,5 кг ежедневно. Известно, что в среднем у каждой акулы бывает ежедневно 260 посетителей, у каждой мурены – 21, у каждого ската – 150. Все эти животные едят в океанариуме.

а) Какое число посещений будет у этих животных, если ежедневно в океанариуме им дают 6,5 кг рыбы?

б) Может ли ежедневно распределяться 18,4 кг рыбы, если известно, что за 1 день у этих животных было больше 2000 посещений?

в) Каким может быть наибольшее ежедневное число посещений, если океанариум ежедневно распределяет между ними 7 кг рыбы?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.