

**Государственная итоговая аттестация по образовательным
программам основного общего образования в форме
основного государственного экзамена (ОГЭ)**

**Тренировочный вариант
контрольных измерительных материалов основного
государственного экзамена 2021 года по
МАТЕМАТИКЕ**

Разрешается копирование в некоммерческих образовательных целях

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

**Пояснения к тренировочному варианту контрольных
измерительных материалов основного государственного экзамена
2021 года по МАТЕМАТИКЕ**

Тренировочный вариант предназначен для того, чтобы дать возможность участнику экзамена составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, количестве и форме заданий, а также об их уровне сложности.

Эти сведения дают возможность потренироваться в решении заданий и выработать стратегию подготовки к сдаче экзамена по математике в 2021 году.

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня: x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n-1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ГЕОМЕТРИЯ

- Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.
- Радиус r окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{6}a$.

- Радиус R окружности, описанной около правильного треугольника со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{3}a$.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Формула длины l окружности радиусом R :

$$l = 2\pi R.$$

- Формула длины l дуги окружности радиусом R , на которую опирается центральный угол в φ градусов:

$$l = \frac{2\pi R \varphi}{360}.$$

- Формула площади S параллелограмма со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = ah.$$

- Формула площади S треугольника со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площади S трапеции с основаниями a , b и высотой h :

$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

- Формула площади S круга радиусом R :

$$S = \pi R^2.$$

**Тренировочный вариант
контрольных измерительных материалов основного государственного
экзамена 2021 года по МАТЕМАТИКЕ**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

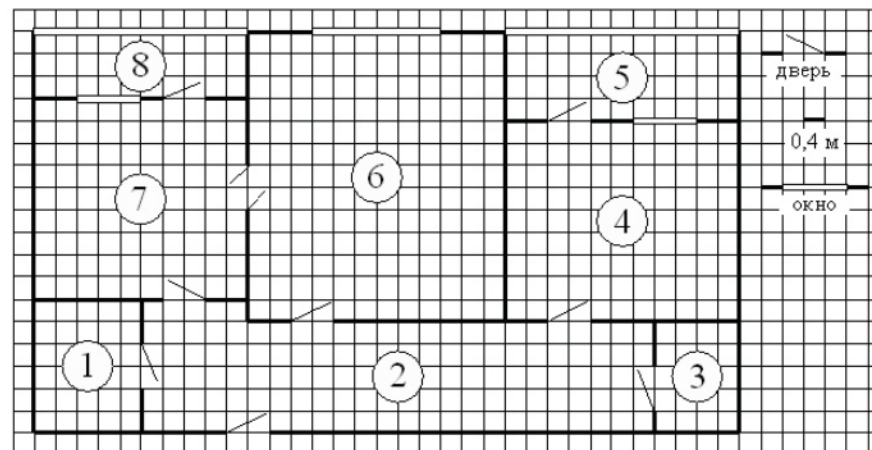
После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На рисунке изображён план двухкомнатной квартиры в многоэтажном жилом доме. Сторона одной клетки на плане соответствует 0,4 м, а условные обозначения двери и окна приведены в правой части рисунка.

Вход в квартиру находится в коридоре. Слева от входа в квартиру находится санузел, а в противоположном конце коридора — дверь в кладовую. Рядом с кладовой находится спальня, из которой можно пройти на одну из застеклённых лоджий. Самое большое по площади помещение — гостиная, откуда можно попасть в коридор и на кухню. Из кухни также можно попасть на застеклённую лоджию.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк перенесите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Объекты	коридор	кладовая	спальня	гостиная
Цифры				

Ответ: _____.

- 2 Плитка для пола размером 20 см на 40 см продаётся в упаковках по 8 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить пол санузла?

Ответ: _____.

- 3 Найдите площадь большей лоджии. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

- 4 На сколько процентов площадь санузла больше площади кладовой?

Ответ: _____.

- 5 В квартире планируется подключить интернет. Предполагается, что трафик составит 650 Мб в месяц, и исходя из этого выбирается наиболее дешёвый вариант. Интернет-провайдер предлагает три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План «500»	600 руб. за 500 Мб трафика в месяц	2 руб. за 1 Мб сверх 500 Мб
План «1000»	820 руб. за 1000 Мб трафика в месяц	1,5 руб. за 1 Мб сверх 1000 Мб
План «Безлимитный»	900 руб. за неограниченное количество Мб трафика	_____

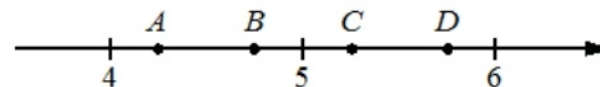
Сколько рублей нужно будет заплатить за интернет за месяц, если трафик действительно будет равен 650 Мб?

Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения $\frac{6,8}{1,7}$.

Ответ: _____.

- 7 На координатной прямой отмечены точки A , B , C , и D .



Одна из них соответствует числу $\frac{100}{21}$. Какая это точка?

1) точка A

2) точка B

3) точка C

4) точка D

Ответ: _____.

- 8 Найдите значение выражения $\sqrt{9x^4y^6}$, при $x = 5, y = 3$.

Ответ: _____.

- 9 Решите уравнение $8x^2 = 72x$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

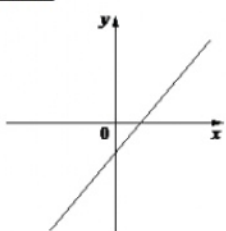
- 10 На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 4 с мясом, 9 с капустой и 3 с вишней. Петя наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что этот пирожок окажется с мясом.

Ответ: _____.

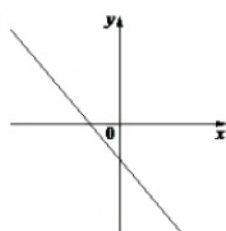
- 11 На рисунке изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов k и b .

КОЭФФИЦИЕНТЫА) $k > 0, b > 0$ Б) $k > 0, b < 0$ В) $k < 0, b < 0$ ГРАФИКИ

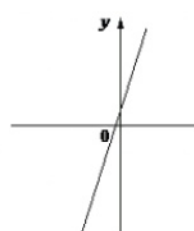
1)



2)



3)



Ответ:

А	Б	В

- 12 В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) длиной более 5 минут рассчитывается по формуле $C = 150 + 11 \cdot (t - 5)$, где t — длительность поездки (в минутах). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 15-минутной поездки. Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

- 13 Укажите решение неравенства

$$-3 - 3x > 7x - 9$$

- 1) $(0,6; +\infty)$ 2) $(-\infty; 1,2)$ 3) $(1,2; +\infty)$ 4) $(-\infty; 0,6)$

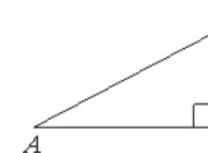
Ответ: _____.

- 14 При проведении опыта вещество равномерно охлаждали в течение 10 минут. При этом каждую минуту температура вещества уменьшалась на 7°C . Найдите температуру вещества (в градусах Цельсия) через 6 минут после начала проведения опыта, если его начальная температура составляла -8°C .

Ответ: _____.

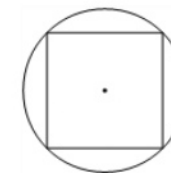
- 15 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 16$, $AB = 25$. Найдите $\cos B$.

Ответ: _____.



- 16 Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $32\sqrt{2}$. Найдите длину стороны этого квадрата.

Ответ: _____.

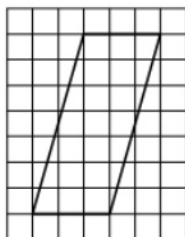


- 17 Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 218° . Найдите меньший угол трапеции. Ответ дайте в градусах

Ответ: _____.



- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

- 19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Диагонали прямоугольника точкой пересечения делятся пополам.
- 2) Точка пересечения двух окружностей равноудалена от центров этих окружностей.
- 3) Площадь любого параллелограмма равна произведению длин его сторон.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Часть 2

- 20 Решите уравнение $(x - 1)(x^2 + 4x + 4) = 4(x + 2)$.

- 21 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 141 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 6 км/ч, за 12 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

- 22 Постройте график функции

$$y = \frac{3,5|x| - 1}{|x| - 3,5x^2}$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

- 23 Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F . Найдите AB , если $AF = 24$, $BF = 7$.

- 24 Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Докажите, что отрезки AE и CF равны.

- 25 В треугольнике ABC известны длины сторон $AB = 84$, $AC = 98$, точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC . Прямая BD , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D . Найдите CD .

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1-19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	2346
2	8
3	7,04
4	50
5	820
6	4
7	2
8	2025
9	0
10	0,25
11	312
12	260
13	4
14	-50
15	0,64
16	64
17	71
18	21
19	1

Критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Часть 2

20 Решите уравнение $(x - 1)(x^2 + 4x + 4) = 4(x + 2)$.

Решение.

$$(x - 1)(x + 2)^2 - 4(x + 2) = 0$$

$$(x + 2)((x - 1)(x + 2) - 4) = 0$$

$$(x + 2)(x^2 + 2x - x - 2 - 4) = 0$$

$$(x + 2)(x^2 + x - 6) = 0$$

$$x + 2 = 0 \text{ или } x^2 + x - 6 = 0$$

$$1) x + 2 = 0 \text{ при } x = -2$$

$$2) x^2 + x - 6 = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot (-6) = 25$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{25}}{2} = 2; \quad x_2 = \frac{-1 - \sqrt{25}}{2} = -3$$

Ответ: -3; -2; 2.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

- 21** Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 141 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 6 км/ч, за 12 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение.

Так как пешеход идёт в том же направлении параллельно путям, то скорость обгона пешехода поездом равна: $141 - 6 = 135$ км/ч.

Длиной поезда будет произведение скорости обгона на время обгона.

Выполним перевод единиц измерения скорости:

$$135 \frac{\text{км}}{\text{ч}} = \frac{135 \cdot 1000 \text{ м}}{3600 \text{ сек}} = \frac{1350 \text{ м}}{36 \text{ сек}}$$

Найдём длину поезда:

$$\frac{1350 \text{ м}}{36 \text{ сек}} \cdot 12 \text{ сек} = 450 \text{ м.}$$

Ответ: 450 м.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

- 22** Постройте график функции

$$y = \frac{3,5|x|-1}{|x|-3,5x^2}$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

Решение.

При $x \geq 0$ функция принимает вид:

$$y = \frac{3,5x - 1}{x - 3,5x^2} = \frac{3,5x - 1}{-x(3,5x - 1)} = -\frac{1}{x} \text{ при этом } 3,5x - 1 \neq 0; x \neq \frac{1}{3,5}; x \neq \frac{2}{7}$$

При $x < 0$ функция принимает вид:

$$y = \frac{-3,5x - 1}{-x - 3,5x^2} = \frac{-(3,5x + 1)}{-x(3,5x + 1)} = \frac{1}{x} \text{ при этом } 3,5x + 1 \neq 0; x \neq -\frac{1}{3,5}; x \neq -\frac{2}{7}$$

Построим:

$$y = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & \text{при } x \geq 0, x \neq \frac{2}{7} \\ \frac{1}{x}, & \text{при } x < 0, x \neq -\frac{2}{7} \end{cases}$$

x	-4	-2	-1	-0.5	-0.25	0.25	0.5	1	2	4
y	-0.25	-0.5	-1	-2	-4	-4	-2	-1	-0.5	-0.25

с выколотыми точками:

x	$\frac{2}{7}$	$-\frac{2}{7}$
y	-3,5	-3,5

Прямая $y = kx$ проходит через точку $(0; 0)$.

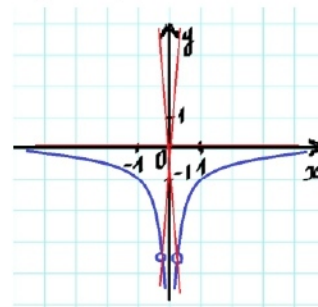
При $k = 0$ данная прямая совпадает с осью абсцисс, а значит не имеет с графиком общих точек, т.к. ось абсцисс является асимптотой графика.

Найдём k для прямой $y = kx$, которая будет проходить через выколотые точки:

$$1) -3,5 = k \cdot \frac{2}{7} \rightarrow k = -12,25$$

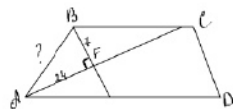
$$2) -3,5 = k \cdot -\frac{2}{7} \rightarrow k = 12,25$$

Ответ: -12,25; 0; 12,25



- 23 Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F . Найдите AB , если $AF = 24$, $BF = 7$.

Решение.



$\angle BAD + \angle ABC = 180^\circ$ (как односторонние) Так как BF и AF - биссектрисы, то $\angle BAF + \angle ABF = 90^\circ \Rightarrow \angle BFA = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABF$ – прямоугольный.

Найдём гипотенузу AB по т. Пифагора: $AB = \sqrt{AF^2 + BF^2} = \sqrt{24^2 + 7^2} = \sqrt{625} = 25$

Ответ: 25.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 24 Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Докажите, что отрезки AE и CF равны.

Решение.

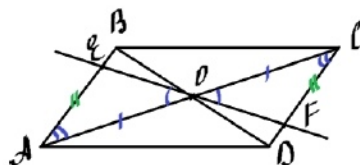
Рассмотрим $\triangle AEO$ и $\triangle CFO$:

$AO = OC$ (по свойству параллелограмма)

$\angle EOA = \angle COF$ (вертикальные)

$\angle OAE = \angle OCF$ (как накрестлежащие)

$\Rightarrow \triangle AEO = \triangle CFO$ по стороне и двум прилежащим к ней углам $\Rightarrow AE = CF$ ч.т.д.



Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 25 В треугольнике ABC известны длины сторон $AB = 84$, $AC = 98$, точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC . Прямая BD , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D . Найдите CD .

Решение.

1) $OB = OK$ (радиусы) \Rightarrow
 $\triangle BOK$ равнобедренный с основанием BK .

По свойству равнобедренного треугольника OH - высота и биссектриса.

$\Rightarrow \angle BOA = \angle AOK \Rightarrow \angle AOB = \angle AOK$

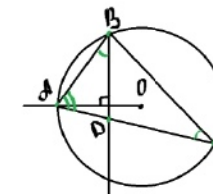
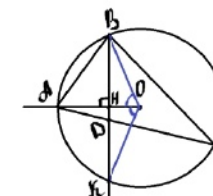
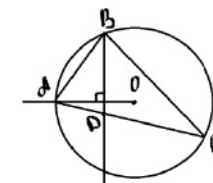
2) Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle ABD$:

$\angle BCA = \angle BAK$ (как вписанные на равные дуги)

$\angle A$ — общий

$\Rightarrow \triangle CAB \sim \triangle BAD$: $\frac{CA}{BA} = \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DB}$

$\frac{98}{84} = \frac{84}{AD} \Rightarrow AD = 72$; $DC = AC - AD = 98 - 72 = 26$



Ответ: 26.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена опписка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953),

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

Существенным считается следующее расхождение.

1. Расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 20–25, составляет 2 балла. Третий эксперт проверяет только ответ на те задания, которые вызвали столь существенное расхождение.

2. Расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами в любых двух или более заданиях (из заданий 20–25). Третий эксперт проверяет ответы на все задания 20–25.