

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 292

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

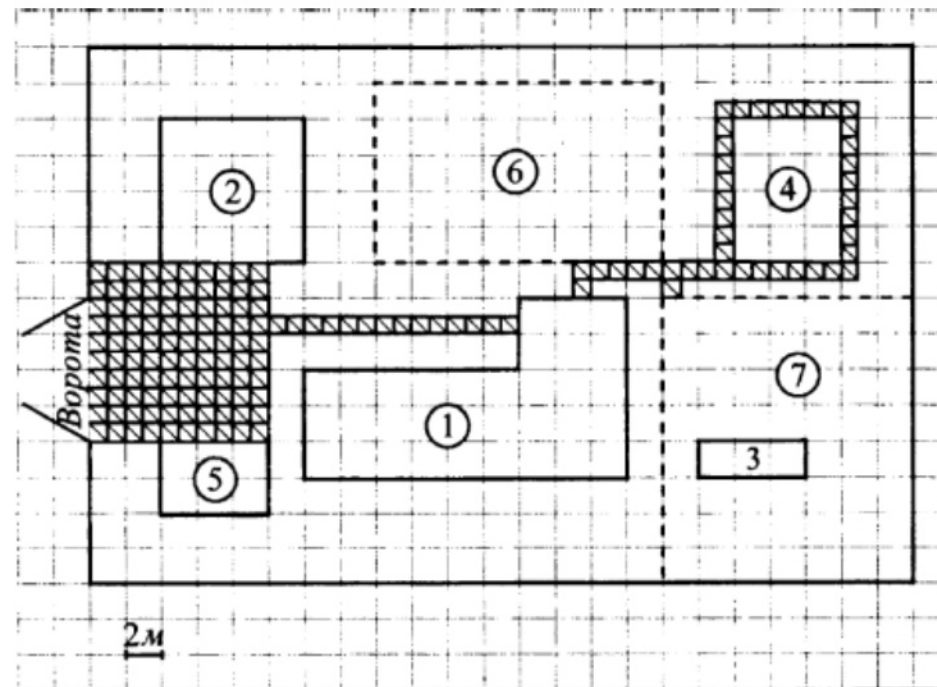
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На плане (см. рис. выше) изображён участок с домом. Сторона каждой клеточки на плане равна 2 м. Участок имеет прямоугольную форму. Въезд и выезд осуществляется через единственные ворота.

При входе на участок слева находится гараж, а справа от ворот подсобное помещение

площадью 24 м^2 . В центре находится дом, дорожка ведёт от ворот к входу в дом. За домом расположен огород, обозначенный цифрой 7, внутри огорода находится теплица.

На территории за домом находится баня, площадь которой 48 м^2 . Слева от дома между баней и гаражом есть цветник. Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и выложены тротуарной плиткой $1 \text{ м} \times 1 \text{ м}$.

Между гаражом и подсобным помещением находится площадка, вымощенная такой же плиткой.

1. Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены объекты. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Объекты	Теплица	Баня	Дом	Гараж
Цифры				

Ответ: _____.

2. В одной упаковке 8 плиток. Сколько упаковок плитки потребуется купить, чтобы выложить площадку за воротами?

Ответ: _____.

3. Сколько процентов от площади всего участка занимает суммарная площадь под следующими строениями: дом, гараж, подсобное помещение, баня? Ответ округлите до целого числа.

Ответ: _____.

4. Найдите наименьшее расстояние от дома до гаража (по прямой) в метрах.

Ответ: _____.

5. Хозяин участка решил покрасить весь забор (без учёта ворот) вокруг участка (только с внутренней стороны). Высота забора равна 2 м.

Купить краску можно в одном из двух магазинов. Цена, характеристика краски и стоимость доставки заказа даны в таблице (см. ниже).

Во сколько рублей обойдётся самый дешёвый вариант покупки краски с доставкой?

Номер магазина	1	2
Расход краски ($\text{кг}/\text{м}^2$)	0,5	0,5
Масса краски ($\text{кг}/\text{банка}$)	2	2,5
Стоимость ($\text{руб.}/\text{банка}$)	1 500	1 800
Стоимость доставки ($\text{руб.}/\text{заказ}$)	500	450

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения
$$\frac{\left(8^{\frac{1}{2}} + \sqrt{2}\right)^2 \left(4^{\frac{1}{3}} - \sqrt[3]{2}\right)}{32^{\frac{1}{3}} - \sqrt[3]{16}}.$$

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – действительные неотрицательные числа. Найдите наименьшее значение выражения:

$$\frac{4(a^3 + b^3 + c^3) - 9\sqrt{(a-b)^2(b-c)^2(c-a)^2}}{abc}.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) 12

2) 11

3) 10

4) 9

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $3\sqrt{a} \left(\left(\frac{1+\sqrt{a}}{\sqrt{1+a}} - \frac{\sqrt{1+a}}{1+\sqrt{a}} \right)^2 - \left(\frac{1-\sqrt{a}}{\sqrt{1+a}} - \frac{\sqrt{1+a}}{1-\sqrt{a}} \right)^2 \right)$ при

$$a = \frac{5}{7}.$$

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах уравнение:

$$\frac{\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}} = \frac{2}{x}.$$

В ответе запишите значение выражения $-5x_1 - 2x_2$, где x_i – корни уравнения, причём

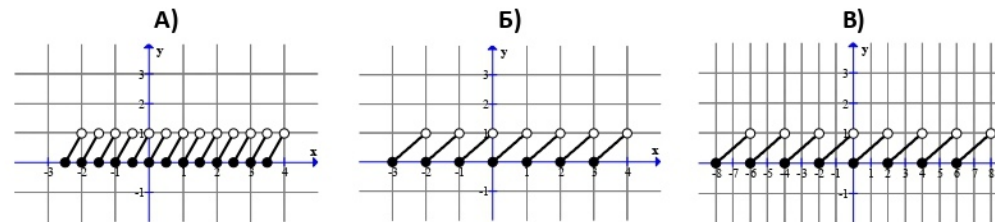
$$x_1 < x_2.$$

Ответ: _____.

10. Найдите m и n зная, что $C_{n+1}^{m+1} : C_{n+1}^m : C_{n+1}^{m-1} = 5 : 5 : 3$. В ответе укажите сумму найденных значений.

Ответ: _____.

11. Установите соответствие между графиками функций и функциями, соответствующими этим графикам. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов и других символов между ними.



1) $y = \{x-2\}$

2) $y = \{2x-1\}$

3) $y = \left\{ \frac{x}{2} \right\}$

Ответ: _____.

12. Площадь треугольника со сторонами a , b , c можно найти по формуле Герона

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \text{ где } p = \frac{a+b+c}{2}.$$

Найдите площадь треугольника со сторонами 11, 25, 30.

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах систему неравенств:

$$\begin{cases} \sqrt{1-|x-2|} + \sqrt{4x-x^2} < 3+|x-2| \\ \frac{(\sqrt{x+3}+x-3)(\sqrt{4x+5}+x-4)}{\sqrt{4+4x-x^2-x^3}} \leq 0 \end{cases}$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

- 1) нет решений 2) $[1; 2) \cup (2; 3]$
 3) $[1; 3]$ 4) $\{1\}$

Ответ: _____.

14. За изготовление и установку нижнего железобетонного кольца колодца заплатили 234 рубля, а за каждое следующее кольцо платили на 18 рублей меньше, чем за предыдущее. Кроме того, по окончании работы была выплачена премия 360 рублей. Средняя стоимость изготовления и установки одного кольца с учетом премии оказалась равна 202 рубля. Сколько колец было установлено?

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Найдите периметр четырехугольника $ABCD$, в котором $AB = CD = 14$, $\angle BAD = \angle BCD = \arccos \frac{5}{7}$, $BC \neq AD$.

Ответ: _____.

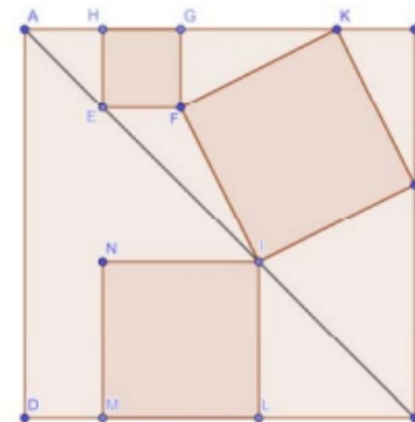
16. В вершинах A , B , C и D четырёхугольника $ABCD$ находятся центры четырёх окружностей. Каждая две окружности, центры которых расположены в соседних вершинах, касаются друг друга внешним образом. Известны три стороны четырёхугольника: $AB = 2$, $BC = 3$, $CD = 5$. Найдите сторону AD .

Ответ: _____.

17. Боковая сторона равнобедренной трапеции равна 41, высота равна 40 и средняя линия равна 45. Найдите большее основание трапеции.

Ответ: _____.

18. Внутри квадрата $ABCD$ расположены квадраты $EFGH$, $FIJK$ и $ILMN$, как показано на рисунке. Какую часть площади квадрата $ABCD$ составляет сумма площадей квадратов $EFGH$, $FIJK$ и $ILMN$?



Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других символов между ними.

- 1) Если два равнобедренных треугольника имеют общую сторону, то они равны между собой.
- 2) Если сумма двух углов треугольника равна его третьему углу, то тот треугольник – прямоугольный.
- 3) Если при пересечении двух данных прямых третьей прямой внутренние односторонние углы не равны, то данные прямые не параллельны.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах уравнение:

$$128x^8 - 256x^6 + 160x^4 - 32x^2 + 1 = 0.$$

21. Среднее арифметическое трёх натуральных чисел в $\frac{35}{11}$ раз больше, чем среднее арифметическое обратных чисел. Найдите сумму этих чисел.

22. Постройте множество точек плоскости Ω , заданное уравнением $y^2 = x^2$. Найдите все значения a , при каждом из которых множество точек плоскости, заданное уравнением $x^2 + y^2 - 4(a+1)x - 2ay + 5a^2 + 8a + 3 = 0$, имеет с множеством точек плоскости Ω ровно четыре общих точки.

Модуль «Геометрия»

23. Известно, что в некотором треугольнике ABC медиана, биссектриса и высота, проведенные из вершины C , делят угол ACB на четыре равные части. Найдите меньший угол треугольника ABC .

24. В квадрате $ABCD$ на стороне AB взята точка P , на стороне BC — точка Q , на стороне CD — точка R , на стороне DA — S ; оказалось, что фигура $PQRS$ — прямоугольник. Доказать, что тогда прямоугольник $PQRS$ — либо квадрат, либо обладает тем свойством, что его стороны параллельны диагоналям квадрата.

25. Диагонали выпуклого четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке O ; P и Q

— произвольные точки. Найдите значение выражения $\frac{S_{ACP}}{S_{BDQ}} \cdot \frac{S_{ABD}}{S_{ABC}} \cdot \frac{S_{BOQ}}{S_{AOP}}$.