

1

Найдите корень уравнения $\frac{2}{9}x = -3\frac{7}{9}$.

Источники:

FIPI

AC087E

$$\frac{2}{9} \cdot x = -3\frac{7}{9}$$

$$x = -3\frac{7}{9} : \frac{2}{9} = -3\frac{7}{9} \cdot \frac{9}{2} = -17$$

ОТВЕТ: - 1 7

2

В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 7. Результат округлите до тысячных.

Источники:

FIPI
osfipi

Досрочная волна (Резерв) 2018

4c90B4

11	21	31	41	51	61
12	22	32	42	52	62
13	23	33	43	53	63
14	24	34	44	54	64
15	25	35	45	55	65
16	26	36	46	56	66

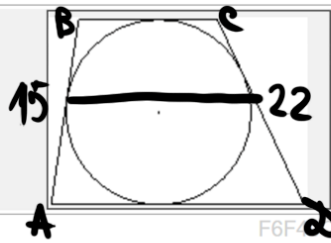
$$P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 6} \\ \underline{60} \\ 40 \\ \underline{36} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array} \begin{array}{l} 0,16666 \\ \approx \\ 0,167 \end{array}$$

ОТВЕТ: 0 , 1 6 7

3

Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 15 и 22. Найдите среднюю линию трапеции.



$$\textcircled{1} BC + AD = 37$$

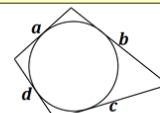
$$\textcircled{2} MN = \frac{37}{2} = 18,5$$

ОТВЕТ: 18,5

Источники:

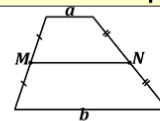
ФИПИ

ПРИЗНАК ОПИСАННОГО ЧЕТЫРЁУГОЛЬНИКА



$$a + c = b + d$$

СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРАПЕЦИИ



- Лежит на серединах сторон
- Параллельна основаниям
- Равна полусумме оснований

4

Найдите значение выражения $\sqrt{2} \sin \frac{7\pi}{8} \cdot \cos \frac{7\pi}{8}$.

$$\sqrt{2} \cdot \frac{2 \cdot \sin \frac{7\pi}{8} \cdot \cos \frac{7\pi}{8}}{2} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin \frac{7\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin \frac{7\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

Источники:

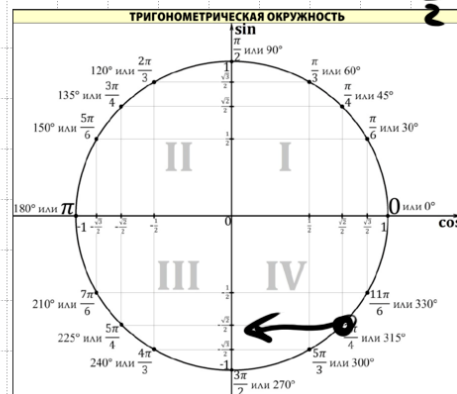
ФИПИ

osfipi

Основная волна 2017

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$
- $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$



ОТВЕТ: -0,5

5

В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 7, а сторона основания равна 10,5. Найдите высоту пирамиды.



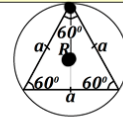
Источники:

ФИПИ
osfipi

$$① AC = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 10,5 = \frac{2 \cdot 7}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{7\sqrt{3}}{2}$$

$$② BC = \sqrt{7^2 - \left(\frac{10,5\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{7^2 - \left(\frac{7\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{49}{1} - \frac{49 \cdot 3}{4}} = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2}$$

РАДИУС ОКРУЖНОСТИ, ОПИСАННОЙ ОКОЛО РАВНОСТОРОННЕГО ТРЕУГОЛЬНИКА



$$1 \quad R = \frac{\sqrt{3} \cdot a}{3}$$

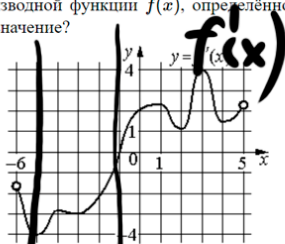
$$2 \quad R = \frac{2}{3} \cdot h$$

ОТВЕТ: 3, 5

6

Введите ответ в поле ввода

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6; 5)$. В какой точке отрезка $[-5; -1]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?

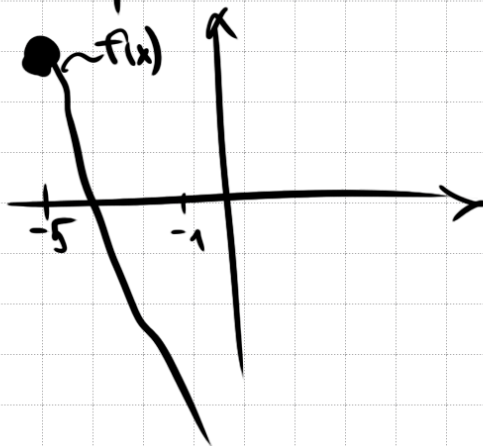


Введите ответ

Номер: 4478 ★ Статус задания: НЕ РЕШЕНО

Источники:

ФИПИ
osfipi
Пробный ЕГЭ 2015



ОТВЕТ: -5

7

Два тела, массой $m = 2$ кг каждое, движутся с одинаковой скоростью $v = 8$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в Дж), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, вычисляется по формуле $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$, где m — масса (в кг), v — скорость (в м/с). Найдите, под каким углом 2α должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилась энергия, равная 32 Дж. Ответ дайте в градусах.



D33D49

Источники:

ФИПИ

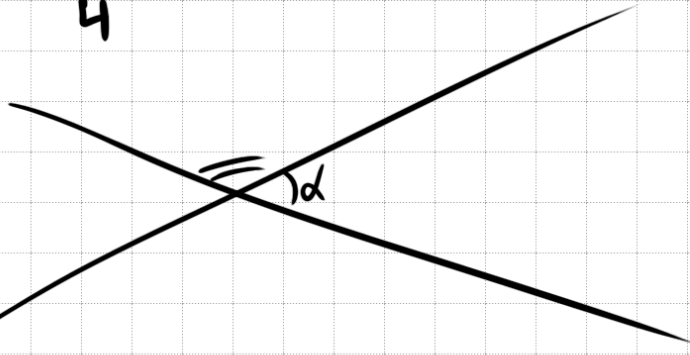
$$32 = 2 \cdot 8^2 \cdot \sin^2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{32}{2 \cdot 64} = \frac{1}{4}$$

$$\sin \alpha = \pm \frac{1}{2}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$2\alpha = 2 \cdot 30 = 60$$



ОТВЕТ: 60

8

В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?



Пусть S — стоимость акций

$$S \cdot \left(1 + \frac{\Gamma}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{\Gamma}{100}\right) = 0,96 \cdot S$$

$$1^2 - \left(\frac{\Gamma}{100}\right)^2 = 0,96$$

$$0,04 = \frac{\Gamma^2}{10000}$$

$$\Gamma^2 = 400$$

$$\Gamma = 20$$

$$1000 \text{ р.} \cdot \left(1 + \frac{20}{100}\right)$$

на 20% ↑

$$1000 \text{ р.} \cdot \left(1 - \frac{30}{100}\right)$$

на 30% ↓

$$\cdot \left(1 + \frac{\Gamma}{100}\right)$$

$$\cdot \left(1 - \frac{\Gamma}{100}\right)$$

Источники:

ФИПИ

РАЗНОСТЬ КВАДРАТОВ

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

ОТВЕТ: 20

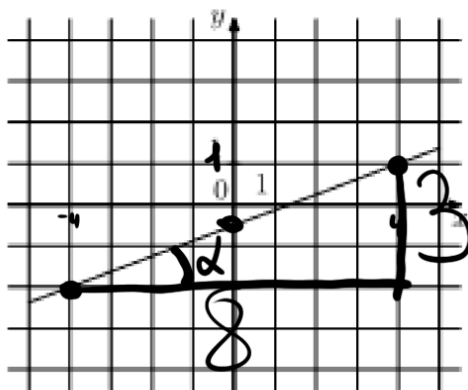
9 На рисунке изображён график функции $f(x) = kx + b$. Найдите $f(12)$.

Источники:

Методические рекомендации

**ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ
СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ**

$f'(x_0) = k = \operatorname{tg} \alpha$



$$y = k \cdot x + b$$

$$y = \frac{3}{8} \cdot x + b$$

$$y = \frac{3}{8} \cdot x - \frac{1}{2}$$

$$f(12) = \frac{3}{8} \cdot 12 - \frac{1}{2} = 4$$

ОТВЕТ: 4

10 Симметричную игральную кость бросили 3 раза. Известно, что в сумме выпало 6 очков. Какова вероятность события «хотя бы раз выпало 3 очка»?

Источники:

Демо 2022

- 4 1 1
- 1 4 1
- 1 1 4
- 3 2 1
- 3 1 2
- 1 2 3
- 1 3 2
- 2 3 1
- 2 1 3
- 2 2 2

$$P = \frac{6}{10} = 0,6$$

ОТВЕТ: 0,6

11

Найдите наибольшее значение функции $y = 11 \cdot \ln(x + 4) - 11x - 5$ на отрезке $[-3,5; 0]$.

5BA356

$$y' = 11 \cdot \frac{1}{x+4} - 11 = 0$$

$$\frac{11}{x+4} = 11 \quad | \cdot (x+4)$$

$$x+4 = 1$$

$$x = -3$$

$$\textcircled{2} \quad y(-3) = 11 \cdot \ln 1 + 33 - 5 = 28$$

$$y(-3,5) = \dots$$

$$y(0) = \dots$$

ОТВЕТ: 28

Источники:

ФИПИ

osfipi

Демо 2020

Основная волна 2018

ПРОИЗВОДНЫЕ

1	$C' = 0$
2	$x' = 1$
3	$(Cx)' = C$
4	$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$
5	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
6	$(U \cdot V)' = U'V + UV'$
7	$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$
8	$(U(V))' = (U(V))' \cdot V'$
9	$(\sin x)' = \cos x$
10	$(\cos x)' = -\sin x$
11	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
12	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
13	$(e^x)' = e^x$
14	$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
15	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
16	$(\log_a b)' = \frac{1}{b \cdot \ln a}$

а) Решите уравнение

$$2 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + \cos 2x = \sqrt{3} \cos x +$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2} \right]$.

Номер: 511 ★

$$2 \cdot \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{3} + \cos 2x = \sqrt{3} \cos x +$$

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x + \cos 2x = \sqrt{3} \cos x + 1$$

$$1 - 2\sin^2 x + \sin x = 1$$

$$\sin x - 2 \cdot \sin^2 x = 0$$

$$\sin x \cdot (1 - 2\sin x) = 0$$

$$\sin x = 0$$

$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$1 - 2\sin x = 0$$

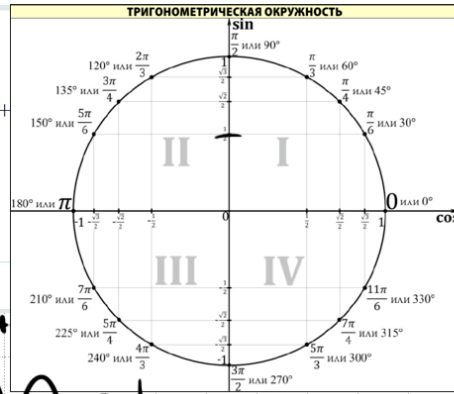
$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

ОТВЕТ:

- а) $\pi n, \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 б) $-2\pi, -3\pi, -\frac{11\pi}{6}$



Источники:

osfiri
 Демо 2020
 Демо 2019
 Основная волна 2018

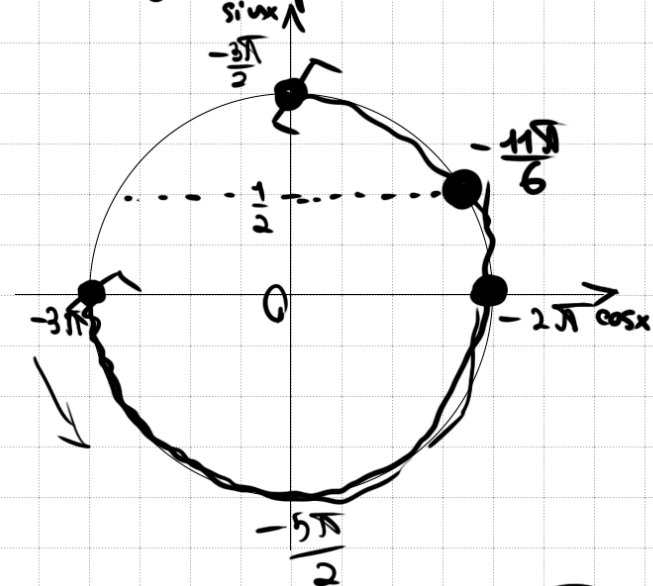
ФОРМУЛЫ СУММЫ И РАЗНОСТИ

- $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
- $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$
- $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$

б) Отберем корни с помощью единичной окружности



Получим числа:

$$x = -2\pi$$

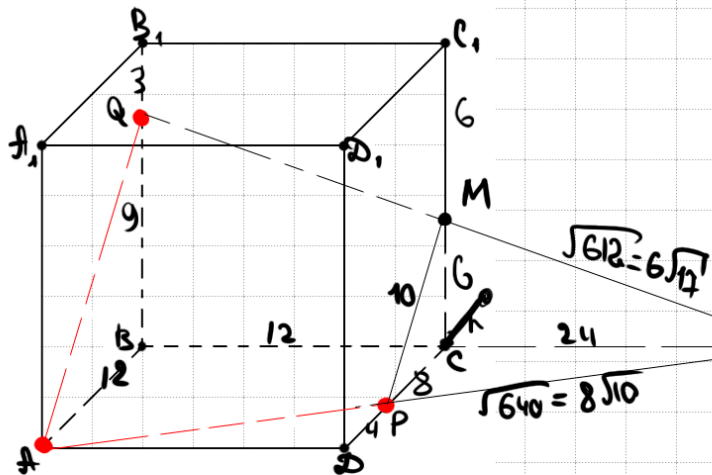
$$x = -3\pi$$

$$x = -\frac{11\pi}{6}$$

13

На рёбрах CD и BB_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 12 отмечены точки P и Q соответственно, причём $DP = 4$, а $B_1 Q = 3$. Плоскость APQ пересекает ребро CC_1 в точке M .

- а) Докажите, что точка M является серединой ребра CC_1 .
- б) Найдите расстояние от точки C до плоскости APQ .



$\triangle QBR \sim \triangle CMR$
 $\frac{9}{CM} = \frac{36}{24} \cdot \frac{3}{2} \Rightarrow CM = 6$
 $\Rightarrow M$ - середина

б) Найдём h высотой $CMRP$

$V_{CMRP} = \frac{1}{3} \cdot S_{CPR} \cdot CM = \frac{1}{3} \cdot S_{CMR} \cdot h$

а) Пусть $AP \cap BC = R$
 $\triangle ABR \sim \triangle PCR$ по 2 углам
 $\frac{AB}{PC} = \frac{BR}{CR} \Rightarrow \frac{12}{28} = \frac{12+CR}{CR} \Rightarrow CR = 24$

$\cos \angle MRP = \frac{6^2 + 640 - 100}{2 \cdot 6\sqrt{17} \cdot 8\sqrt{10}} = \frac{12}{\sqrt{40}}$
 $\sin \angle MRP = \frac{\sqrt{26}}{\sqrt{130}}$

ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ

- $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$
- $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

ОТВЕТ: $\frac{12}{13} \sqrt{26}$

~~$\frac{1}{3} \cdot \frac{24 \cdot 8}{2} \cdot 6 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{17} \cdot 8\sqrt{10} \cdot \frac{\sqrt{26}}{\sqrt{130}} \cdot h$~~
 $24 = \sqrt{26} \cdot h$
 $h = \frac{24}{\sqrt{26}} = \frac{12\sqrt{26}}{13}$

Источники:
 Сергеев 2018
 Основная волна (Резерв) 2016

ПРАВИЛА ПОСТРОЕНИЯ СЕЧЕНИЙ

- 1 Проводим прямые через две точки, лежащие в одной плоскости
- 2 Плоскость сечения пересекает параллельные грани по параллельным прямым
- 3 Метод следов (если в некоторой грани известна одна точка сечения, а в соседней грани - отрезок, то продлеваем общее ребро, а затем продлеваем отрезок до пересечения с продолжением общего ребра)

МЕТОД ОБЪЁМОВ
 Расстояние от точки до плоскости можно найти как высоту пирамиды, введя объём двумя способами

Решите неравенство $\frac{\log_3(81x)}{\log_3 x - 4} + \frac{\log_3 x - 4}{\log_3(81x)} \geq \frac{24 - \log_3 x^8}{\log_3^2 x - 16}$.

C83D51

$$\frac{\log_3 81 + \log_3 x}{\log_3 x - 4} + \frac{\log_3 x - 4}{\log_3 81 + \log_3 x} \geq \frac{24 - \log_3 x^8}{\log_3^2 x - 16}$$

Пусть $\log_3 x = t$

$$\frac{4+t}{t-4} + \frac{t-4}{4+t} - \frac{(24-8t)}{t^2-16} \geq 0$$

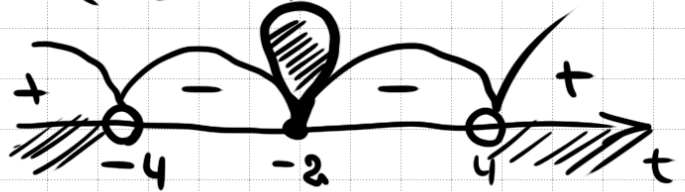
$$\frac{16+8t+t^2+t^2-8t+16-24+8t}{(t-4)(t+4)} \geq 0$$

$$\frac{2t^2+8t+8}{(t-4)(t+4)} \geq 0 \quad | :2$$

$$\frac{t^2+4t+4}{(t-4)(t+4)} \geq 0$$

ОТВЕТ: $(0; \frac{1}{81}) \cup \{\frac{1}{9}\} \cup (81; +\infty)$

$$\frac{(t+2)^2}{(t-4)(t+4)} \geq 0$$



$$\begin{cases} t < -4 \\ t = -2 \\ t > 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t < -4 \\ \log_3 x < -4 \\ \log_3 x < \log_3 \frac{1}{81} \\ x < \frac{1}{81} \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = -2 \\ \log_3 x = -2 \\ x = \frac{1}{9} \end{cases}$$

$$\begin{cases} t > 4 \\ \log_3 x > \log_3 81 \\ x > 81 \end{cases}$$

- 15 января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
 - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
 - 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение первого года кредитования нужно вернуть банку 2466 тыс. рублей.

Какую сумму нужно выплатить банку за последние 12 месяцев?

Пусть S - сумма кредита
7 число - день платежа

Дата	Сумма долга
15 янв	S
1 ф	$1,02 \cdot S$
7 ф	\Rightarrow в.в. $\frac{1,02S - \frac{13}{24}S}{24}$
15 ф	$S - \frac{S}{24} = \frac{23}{24}S$
1 м	$\frac{23}{24} \cdot 1,02 \cdot S$
7 м	\Rightarrow в.в. $\frac{1,46}{24}S$
15 м	$\frac{22}{24}S$
1 а	$\frac{22}{24} \cdot 1,02 \cdot S$
7 а	\Rightarrow в.в. $\frac{1,44}{24}S$
15 а	$\frac{21}{24}S$
...	

11 мес	15 я	$\frac{13}{24}S$
12 мес	1 я	$\frac{13}{24} \cdot 1,02 \cdot S$
	7 я	\Rightarrow в.в. $\frac{1,26}{24}S$
13 мес	15 я	$\frac{12}{24}S$
	1 я	$\frac{12}{24} \cdot 1,02 \cdot S$
14 мес	7 я	\Rightarrow в.в. $\frac{1,24}{24}S$
	15 я	$\frac{11}{24}S$
20 мес	15 я	$\frac{S}{24}$
	1 я	$\frac{1}{24} \cdot 1,02 \cdot S$
24 мес	7 я	\Rightarrow в.в. $\frac{1,02}{24}S$
	15 я	0

Заметим что выплаты ариф. прогр.

Выплаты за 1 год = 2466

$$\left(\frac{1,48S}{24} + \frac{1,26S}{24} \right) \cdot 6 = 2466$$

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ	
1	$a_n = a_1 + d \cdot (n - 1)$
2	$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$
3	$d = \frac{a_n - a_m}{n - m}$

$$\frac{2,74S}{4} = 2466$$

$$S = \frac{2466 \cdot 100 \cdot 4}{2,74} = 3600 \text{ тыс.}$$

Выплаты за 2 год - ?

$$\left(\frac{1,24}{24}S + \frac{1,02}{24}S \right) \cdot 12 =$$

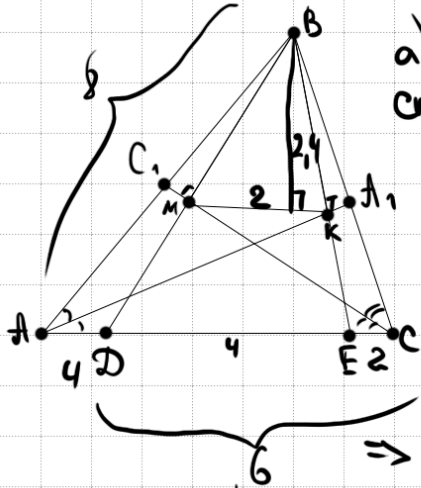
$$\frac{2,26 \cdot 3600}{4} = 2,26 \cdot 900 = 2034 \text{ тыс.}$$

ОТВЕТ: 2034 тыс.

В треугольнике ABC проведены биссектрисы AA_1 и CC_1 , точки K и M — основания перпендикуляров, опущенных из точки B на прямые AA_1 и CC_1 .

а) Докажите, что $MK \parallel AC$.

б) Найдите площадь треугольника KBM , если $AC = 10$, $BC = 6$, $AB = 8$.



а) ① $\triangle BCD$:
 CM — биссектриса
 высота
 $\Rightarrow M$ — середина BD

② $\triangle ABE$:
 AK — биссектриса
 и высота
 $\Rightarrow K$ — середина BE

$\Rightarrow MK$ — с. линия $\triangle BDE$
 $\Rightarrow MK \parallel DE$
 $MK \parallel AC$ ■

б) ① Заметим, что в $\triangle ABC$
 выполняется т. Пиф. $10^2 = 6^2 + 8^2$
 $\Rightarrow \angle ABC = 90^\circ$

② $CD = BC = 6 \Rightarrow AD = 4$
 $AE = AB = 8 \Rightarrow DE = 4$
 $CE = 2$

$MK = \frac{1}{2} DE = ?$

③ Найдем высоту $\triangle BDE$:

$h_{\triangle BDE} = h_{\triangle ABC} = 4,8$

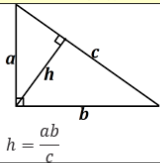
$h = \frac{6 \cdot 8}{10} = 4,8$

④ $h_{\triangle BMK} = \frac{1}{2} h_{\triangle BDE} = 2,4$
 (т.к. $\triangle BMK \sim \triangle BDE$ с $k = \frac{1}{2}$)

⑤ $S_{BMK} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2,4 = 2,4$

ОТВЕТ: 2,4

ВЫСОТА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ
 ТРЕУГОЛЬНИКЕ



$$\log_{a-3,5}(4x^2 + 8) = \log_{a-3,5}(4(a-3)x + 9)$$

имеет ровно два различных корня.

$$\begin{cases} 4x^2 + 8 = 4 \cdot (a-3) \cdot x + 9 \\ a-3,5 > 0 \\ a-3,5 \neq 1 \end{cases}$$

допускает
иметь
2 разл.
корня.

$$\begin{cases} 4x^2 - 4 \cdot (a-3) \cdot x - 1 = 0 \\ a > 3,5 \\ a \neq 4,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} D > 0 \\ a > 3,5 \\ a \neq 4,5 \end{cases} \quad \begin{matrix} D \geq 0 \\ 16 \cdot (a-3)^2 + 16 > 0 \\ D > 0 \text{ при любом } a \end{matrix}$$

ОТВЕТ:

$$(3,5, 4,5) \cup (4,5, +\infty)$$

Ященко 2020 (10 вар)
Ященко 2020 (50 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2019 (14 вар)

Имеется 8 карточек. На них записывают по одному каждое из чисел 1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел 1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9. После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные восемь сумм перемножают.

- а) Может ли в результате получиться 0?
- б) Может ли в результате получиться 1?
- в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

176978



Среди данных чисел нет противоположных \Rightarrow ни одна из сумм не будет равна 0 \Rightarrow Произведение не равно 0 \Rightarrow не может быть 0

как минимум 2 сумм нечетные \Rightarrow результат как минимум 4 (по модулю)

б) Проверим 4 (см. пункт б) где показано что меньше 4 быть не может)



как минимум 4 по модулю

ОТВЕТ:

- а) нет
- б) нет
- в) 4

$$\begin{matrix} 1 & -2 & -3 & 4 & -5 & 7 & -8 & 9 \\ -2 & 1 & 4 & -3 & 7 & -5 & 9 & -8 \\ -1 & (-1) & 1 & 1 & 2 & 2 & 1 & 1 \end{matrix} = 4$$

ФИПИ
осГірі
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2020 (50 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2018
Семёнов 2015