



Задания для 4 класса

В каждом из трёх сюжетов сформулировано по четыре вопроса. Ответ на вопрос подразумевает полное развернутое решение. Если в вопросе требуется привести пример, то нужно просто привести пример. Если требуется что-либо вычислить, то нужно привести всю последовательность вычислений. Если вопрос сформулирован в виде «может ли», то нужно привести пример, если считаете, что может, а если считаете, что не может, то необходимо доказать это. Если вопрос сформулирован в виде «какое наибольшее/наименьшее...», то требуется предъявить пример, для которого достигается наибольшее/наименьшее значение, и показать, что больше/меньше получить нельзя. Если требуется перечислить варианты или спрашивается «сколько», то необходимо найти все возможные варианты (а также пояснить, почему других вариантов нет).

За полный ответ на вопрос начисляется количество баллов, указанное рядом с вопросом. За неполный ответ начисляется меньшее число баллов в зависимости от полноты ответа. Результат по олимпиаде равен сумме набранных баллов.

1.1. Есть три гири массой 3, 4 и 9 кг. Покажите, как с их помощью взвесить на двухчашечных весах каждый (целый) вес от 1 до 10 кг. (2 балла)

1.2. Пять мешков весят 5, 6, 7, 8 и 9 кг. Во всех мешках, кроме одного, находится соль или сахар, причем сахара на 9 кг больше, чем соли. Сколько весят мешки с сахаром? (3 балла)

1.3. Шесть мешков весят 13, 15, 18, 26, 31 и 36 кг. В каждом из них находится соль, сахар или мука. Известно, что сахара вдвое больше, чем соли, а мешок с мукой всего один. Сколько весят мешки с солью? (6 баллов)

1.4. У Миши были мешки 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7 кг. Он знал, что в каждом из них лежит сахар или мука, а еще он знал, что сахара в мешках всего 19 кг. Открыв один мешок и увидев, что в нём, Миша смог точно сказать, в каких мешках находится сахар. Какой именно мешок он открыл и что в нём обнаружилось? Найдите все возможные варианты. (9 баллов)

2.1. Составьте из трех Р-пентамино (см. рис. 1) какую-нибудь фигурку, имеющую ось симметрии. Пентамино можно поворачивать и переворачивать (на другую сторону). (2 балла)

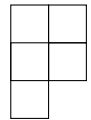


Рис. 1: Р-пентамино.

2.2. Составьте из трех L-тетрамино (см. рис. 2) какую-нибудь фигурку, имеющую ось симметрии. L-тетрамино можно поворачивать и переворачивать. (3 балла)

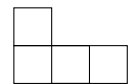


Рис. 2: L-тетрамино.

2.3. Составьте из трех Р-пентамино (см. рис. 1) какую-нибудь фигурку, имеющую ось симметрии. Пентамино можно поворачивать, но нельзя переворачивать. (6 баллов)

2.4. Составьте из 27 гребешков (см. рис. 3) фигурку, имеющую ось симметрии. Гребешки можно поворачивать, но нельзя переворачивать. (9 баллов)

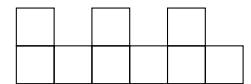


Рис. 3: гребешок.

В сюжете 3 речь идет об одном и том же числе, и в решении каждого из пунктов можно пользоваться информацией, которая выяснилась при решении предыдущих. Катя задумала натуральное число и выписала на доске все его натуральные делители (включая единицу и само число) в порядке возрастания.

3.1. Разность между какими-то двумя числами на доске оказалась равной 1. Чему равно второе число на доске? (2 балла)

3.2. Третье число на доске на 5 меньше пятого числа. Чему равно четвёртое число на доске? (3 балла)

3.3. Ни одно из выписанных Катей чисел, кроме единицы, не заканчивается на 1. Чему равно шестое число? (6 баллов)

3.4. Ни одно из выписанных чисел не заканчивается на 9. Докажите, что количество чисел на доске, кончающихся нулём, не может быть нечётным. (9 баллов)

Оформление работы.

На первом листе в верхней строчке укажите номер класса, за который Вы пишете работу. Отступив пустую строку, напишите печатными буквами: фамилию и имя, свой класс, номер школы, в которой Вы учитесь, город и район её расположения, Ваш телефон и электронный адрес (если есть).

Если Вы занимаетесь в математическом кружке, то укажите фамилию руководителя и место занятий кружка.

Решение каждой задачи рекомендуем начинать с новой страницы. Условия задач переписывать не нужно, достаточно номера задачи. Помните, что кроме ответа почти всегда необходимо полное его обоснование.

Работы с признаками списывания или коллективного творчества рассматриваться не будут.

Сдать работу нужно через веб-форму на сайте ЮМШ: <http://yumsh.ru>. Перед отправкой работы пронумеруйте страницы, затем отсканируйте или сфотографируйте их, обращая внимание на расположение текста. Первым файлом должен идти скан (или фотография) титульного листа. Чтение повернутых или перевёрнутых изображений существенно замедляет проверку!

Срок сдачи работы — не позднее 10 октября.

Результаты проверки станут доступны на сайте <http://yumsh.ru> в середине ноября. Вопросы по условиям задач можно задавать с помощью веб-формы на сайте ЮМШ, а также по тел. +7 (812) 573-97-32.

Желаем удачи!



Задания для 5 класса

1. Мальчик Саша написал на доске названия чисел от 1 до 9: ОДИН, ДВА, ТРИ и т. д. После этого он заменил буквы цифрами: одинаковые — одинаковыми, но разные буквы — не обязательно разными цифрами. Из получившихся чисел два делятся на 2 и пять делятся на 5. На какую цифру заменена буква Ь?
2. В закрытой комнате находятся 4 рыцаря, один лжец и большие двухчашечные весы. Рыцари весят одинаково и говорят только правду, а лжец легче, и он всегда врёт. Вы не видите, что происходит в комнате, но можете по радио скоординировать каким-то людям встать на левую чашу, каким-то на правую, а одного из оставшихся спросить, что показывают весы. Как за 2 взвешивания найти лжеца?
3. У Иры на столе стоит пирамидка из 15 разноцветных кубиков (см. рисунок 1): 7 каких-то кубиков — синие, 7 — зеленые, а отмеченный кубик — оранжевый. Ира перекладывает пирамидку по кубику на пол. Можно снять с пирамидки на столе кубик, на котором ничего не стоит, и поставить на пол или на два ранее поставленных кубика. Ира утверждает, что у неё получилось данным образом построить пирамидку с такой же раскраской, как была. Могут ли её слова быть правдой?
4. Составьте из 27 девятиклеточных гребешков (см. рисунок 2) фигурку, имеющую ось симметрии. Гребешки можно поворачивать, но нельзя переворачивать.

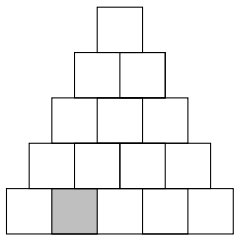


Рис. 1: пирамидка

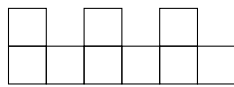


Рис. 2: гребешок

	10	6	
			12
4			
16			8

Рис. 3: клеточки

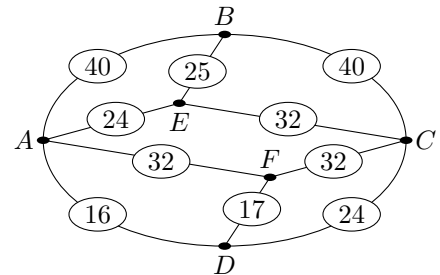


Рис. 4: карта

5. Можно ли расставить недостающие числа из набора от 1 до 16 в клеточки (см. рисунок 3), чтобы получился магический квадрат? Квадрат называется магическим, если сумма чисел в каждой строке, каждом столбце и на обеих диагоналях одинакова.
6. В небольшой стране Дедлайнии есть 6 городов, некоторые из них соединены дорогами. На рисунке 4 схематично изображена карта Дедлайнии, а также длина каждой дороги. Андрей выехал из пункта A и приехал в C , проехав всего 747 км. Если Андрей въехал в населённый пункт, то выезжал он из него по другой дороге. Между населёнными пунктами разворачиваться нельзя. Сколько раз в совокупности он проезжал по дорогам BE и DF ?
7. Аня и Боря играют в игру на прямоугольнике 10×12 . Ходят они по очереди, начиная с Ани. За ход разрешается вырезать и удалить любой прямоугольник, целиком состоящий из клеток, при условии, что оставшаяся часть не распадается на два куска. Первым ходом нельзя вырезать весь прямоугольник 10×12 . Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из игроков может обеспечить себе победу?

Оформление работы.

На первом листе в верхней строчке укажите номер класса, за который Вы пишете работу. Отступив пустую строку, напишите печатными буквами: фамилию и имя, свой класс, номер школы, в которой Вы учитесь, город и район её расположения, Ваш телефон и электронный адрес (если есть).

Если Вы занимаетесь в математическом кружке, то укажите фамилию руководителя и место занятий кружка.

Решение каждой задачи рекомендуем начинать с новой страницы. Условия задач переписывать не нужно, достаточно номера задачи. Помните, что кроме ответа почти всегда необходимо полное его обоснование.

Работы с признаками списывания или коллективного творчества рассматриваться не будут.

Сдать работу нужно через веб-форму на сайте ЮМШ: <http://yumsh.ru>. Перед отправкой работы пронумеруйте страницы, затем отсканируйте или сфотографируйте их, обращая внимание на расположение текста. Первым файлом должен идти скан (или фотография) титульного листа. Чтение повернутых или перевёрнутых изображений существенно замедляет проверку!

Срок сдачи работы — не позднее 10 октября.

Результаты проверки станут доступны на сайте <http://yumsh.ru> в середине ноября. Вопросы по условиям задач можно задавать с помощью веб-формы на сайте ЮМШ, а также по тел. +7 (812) 573-97-32.

Желаем удачи!



Задания для 6 класса

1. В закрытой комнате находятся 4 рыцаря, один лжец и большие двухчашечные весы. Рыцари весят одинаково и говорят только правду, а лжец легче, и он всегда врёт. Вы не видите, что происходит в комнате, но можете по радио скоординировать каким-то людям встать на левую чашу, каким-то на правую, а одного из оставшихся спросить, что показывают весы. Как за 2 взвешивания найти лжеца?
2. У Иры на столе стоит пирамидка из 15 разноцветных кубиков (см. рисунок 1): 7 каких-то кубиков — синие, 7 — зеленые, а отмеченный кубик — оранжевый. Ира перекладывает пирамидку по кубику на пол. Можно снять с пирамидки на столе кубик, на котором ничего не стоит, и поставить на пол или на два ранее поставленных кубика. Ира утверждает, что у неё получилось данным образом построить пирамидку с такой же раскраской, как была. Могут ли её слова быть правдой?
3. Составьте из 27 девятиклеточных гребешков (см. рисунок 2) фигурку, имеющую ось симметрии. Гребешки можно поворачивать, но нельзя переворачивать.

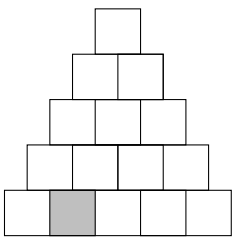


Рис. 1: пирамидка

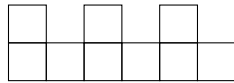


Рис. 2: гребешок

	10	6	
			12
4			
16			8

Рис. 3: клеточки

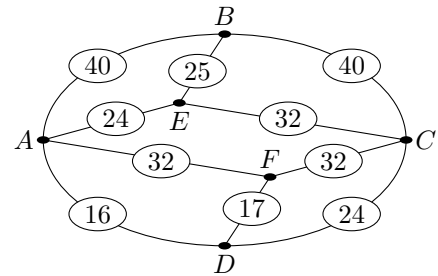


Рис. 4: карта

4. Можно ли расставить недостающие числа из набора от 1 до 16 в клеточки (см. рисунок 3), чтобы получился магический квадрат? Квадрат называется магическим, если сумма чисел в каждой строке, каждом столбце и на обеих диагоналях одинакова.
5. В небольшой стране Дедлайнии есть 6 городов, некоторые из них соединены дорогами. На рисунке 4 схематично изображена карта Дедлайнии, а также длина каждой дороги. Андрей выехал из пункта A и приехал в C , проехав всего 747 км. Если Андрей въехал в населённый пункт, то выезжал он из него по другой дороге. Между населёнными пунктами разворачиваться нельзя. Сколько раз в совокупности он проезжал по дорогам BE и DF ?
6. У вас есть все попарно различные параллелепипеды, длины рёбер которых — натуральные числа, не превосходящие 4. Какой максимальной высоты башню вы можете построить, если основание каждого параллелепипеда должно полностью лежать на столе или на других параллелепипедах? Два параллелепипеда называются равными, если один из них можно так разместить в пространстве, что он совместится с другим.
7. Аня и Боря играют в игру на прямоугольнике 10×11 . Ходят они по очереди, начиная с Ани. За ход разрешается вырезать и удалить любой прямоугольник, целиком состоящий из клеток, при условии, что оставшаяся часть не распадается на два куса. Первым ходом нельзя вырезать весь прямоугольник 10×11 . Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из игроков может обеспечить себе победу?

Оформление работы.

На первом листе в верхней строчке укажите номер класса, за который Вы пишете работу. Отступив пустую строку, напишите печатными буквами: фамилию и имя, свой класс, номер школы, в которой Вы учитесь, город и район её расположения, Ваш телефон и электронный адрес (если есть).

Если Вы занимаетесь в математическом кружке, то укажите фамилию руководителя и место занятий кружка.

Решение каждой задачи рекомендуем начинать с новой страницы. Условия задач переписывать не нужно, достаточно номера задачи. Помните, что кроме ответа почти всегда необходимо полное его обоснование.

Работы с признаками списывания или коллективного творчества рассматриваться не будут.

Сдать работу нужно через веб-форму на сайте ЮМШ: <http://yumsh.ru>. Перед отправкой работы пронумеруйте страницы, затем отсканируйте или сфотографируйте их, обращая внимание на расположение текста. Первым файлом должен идти скан (или фотография) титульного листа. Чтение повернутых или перевёрнутых изображений существенно замедляет проверку!

Срок сдачи работы — не позднее 10 октября.

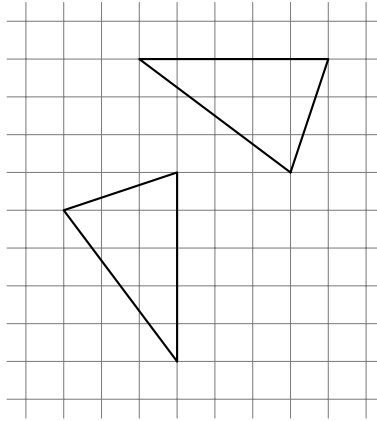
Результаты проверки станут доступны на сайте <http://yumsh.ru> в середине ноября. Вопросы по условиям задач можно задавать с помощью веб-формы на сайте ЮМШ, а также по тел. +7 (812) 573-97-32.

Желаем удачи!



Задания для 7 класса

1. Простым или составным является число $100\dots0900\dots01$ (слева и справа от девятки по 2021 нулю)?
2. Существуют ли на плоскости две прямые такие, что поочерёдным отражением относительно этих прямых можно один из данных треугольников совместить с другим?



3. Таблица умножения — это таблица, в каждой клетке которой записано произведение номера столбца и номера строки. Четыре слона стоят в углах некоторого клетчатого прямоугольника в таблице умножения. Каждый из них сделал ход внутрь прямоугольника — все на одинаковое расстояние. Докажите, что сумма чисел под ними не изменилась.
4. Сколькими способами можно отметить на шахматной доске 31 клетку так, чтобы никакие две отмеченных клетки не граничили по стороне? Поворачивать доску нельзя.
5. У вас есть все попарно различные параллелепипеды, длины рёбер которых — натуральные числа, не превосходящие 4. Какой максимальной высоты башню вы можете построить, если основание каждого параллелепипеда должно полностью лежать на столе или на других параллелепипедах? Два параллелепипеда называются равными, если один из них можно так разместить в пространстве, что он совместится с другим.
6. Аня и Боря играют в игру на прямоугольнике 10×11 . Ходят они по очереди, начиная с Ани. За ход разрешается вырезать и удалить любой прямоугольник, целиком состоящий из клеток, при условии, что оставшаяся часть не распадается на два куска. Первым ходом нельзя вырезать весь прямоугольник 10×11 . Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из игроков может обеспечить себе победу?
7. Решите уравнение $x \cdot [x] \cdot \{x\} = 4002$ в положительных рациональных числах. Здесь $[x]$ — это целая часть числа x (т. е. наибольшее целое число, не превосходящее x); $\{x\} = x - [x]$ — дробная часть числа x .

Оформление работы.

На первом листе в верхней строчке укажите номер класса, за который Вы пишете работу. Отступив пустую строку, напишите печатными буквами: фамилию и имя, свой класс, номер школы, в которой Вы учитесь, город и район её расположения, Ваш телефон и электронный адрес (если есть).

Если Вы занимаетесь в математическом кружке, то укажите фамилию руководителя и место занятий кружка.

Решение каждой задачи рекомендуем начинать с новой страницы. Условия задач переписывать не нужно, достаточно номера задачи. Помните, что кроме ответа почти всегда необходимо полное его обоснование.

Работы с признаками списывания или коллективного творчества рассматриваться не будут.

Сдать работу нужно через веб-форму на сайте ЮМШ: <http://yumsh.ru>. Перед отправкой работы пронумеруйте страницы, затем отсканируйте или сфотографируйте их, обращая внимание на расположение текста. Первым файлом должен идти скан (или фотография) титульного листа. Чтение повёрнутых или перевёрнутых изображений существенно замедляет проверку!

Срок сдачи работы — не позднее 10 октября.

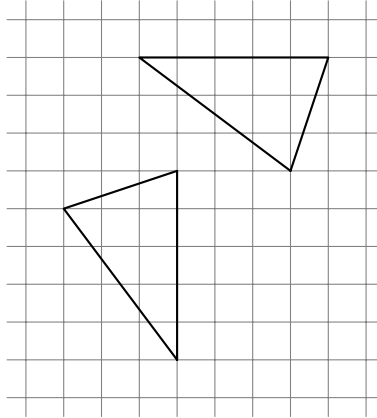
Результаты проверки станут доступны на сайте <http://yumsh.ru> в середине ноября. Вопросы по условиям задач можно задавать с помощью веб-формы на сайте ЮМШ, а также по тел. +7 (812) 573-97-32.

Желаем удачи!



Задания для 8 класса

1. Существуют ли на плоскости две прямые такие, что поочерёдным отражением относительно этих прямых можно один из данных треугольников совместить с другим?



2. Таблица умножения — это таблица, в каждой клетке которой записано произведение номера столбца и номера строки. Четыре слона стоят в углах некоторого клетчатого прямоугольника в таблице умножения. Каждый из них сделал ход внутри прямоугольника — все на одинаковое расстояние. Докажите, что сумма чисел под ними не изменилась.

3. $ABCDE$ — выпуклый пятиугольник, причём $AD = BD$, $CD = ED$ и $\angle CDE = 2\angle ADB$. Докажите, что внутри пятиугольника найдётся такая точка X , что $AX = BC$, $BX = AE$, $DX = CD$.

4. Сколькими способами можно отметить на шахматной доске 31 клетку так, чтобы никакие две отмеченных клетки не граничили по стороне? Поворачивать доску нельзя.

5. У вас есть все попарно различные параллелепипеды, длины рёбер которых — натуральные числа, не превосходящие 4. Какой максимальной высоты башню вы можете построить, если основание каждого параллелепипеда должно полностью лежать на столе или на других параллелепипедах? Два параллелепипеда называются равными, если один из них можно так разместить в пространстве, что он совместится с другим.

6. Аня и Боря играют в игру на прямоугольнике 10×11 . Ходят они по очереди, начиная с Ани. За ход разрешается вырезать и удалить любой прямоугольник, целиком состоящий из клеток, при условии, что оставшаяся часть не распадается на два куска. Первым ходом нельзя вырезать весь прямоугольник 10×11 . Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из игроков может обеспечить себе победу?

7. Решите уравнение $x \cdot [x] \cdot \{x\} = 4002$ в положительных рациональных числах. Здесь $[x]$ — это целая часть числа x (т.е. наибольшее целое число, не превосходящее x); $\{x\} = x - [x]$ — дробная часть числа x .

Оформление работы.

На первом листе в верхней строчке укажите номер класса, за который Вы пишете работу. Отступив пустую строку, напишите печатными буквами: фамилию и имя, свой класс, номер школы, в которой Вы учитесь, город и район её расположения, Ваш телефон и электронный адрес (если есть).

Если Вы занимаетесь в математическом кружке, то укажите фамилию руководителя и место занятий кружка.

Решение каждой задачи рекомендуем начинать с новой страницы. Условия задач переписывать не нужно, достаточно номера задачи. Помните, что кроме ответа почти всегда необходимо полное его обоснование.

Работы с признаками списывания или коллективного творчества рассматриваться не будут.

Сдать работу нужно через веб-форму на сайте ЮМШ: <http://yumsh.ru>. Перед отправкой работы пронумеруйте страницы, затем отсканируйте или сфотографируйте их, обращая внимание на расположение текста. Первым файлом должен идти скан (или фотография) титульного листа. Чтение повёрнутых или перевёрнутых изображений существенно замедляет проверку!

Срок сдачи работы — не позднее 10 октября.

Результаты проверки станут доступны на сайте <http://yumsh.ru> в середине ноября. Вопросы по условиям задач можно задавать с помощью веб-формы на сайте ЮМШ, а также по тел. +7 (812) 573-97-32.

Желаем удачи!