

Справочные материалы

В экзаменационных заданиях используются следующие соглашения.

1. Обозначения для логических связок (операций):

а) *отрицание* (инверсия, логическое НЕ) обозначается \neg (например, $\neg A$);

б) *конъюнкция* (логическое умножение, логическое И) обозначается \wedge (например, $A \wedge B$) либо $\&$ (например, $A \& B$);

с) *дизъюнкция* (логическое сложение, логическое ИЛИ) обозначается \vee (например, $A \vee B$) либо $|$ (например, $A | B$);

д) *следование* (импликация) обозначается \rightarrow (например, $A \rightarrow B$);

е) *тождество* обозначается \equiv (например, $A \equiv B$). Выражение $A \equiv B$ истинно тогда и только тогда, когда значения A и B совпадают (либо они оба истинны, либо они оба ложны);

ф) символ 1 используется для обозначения истины (истинного высказывания); символ 0 — для обозначения лжи (ложного высказывания).

2. Два логических выражения, содержащих переменные, называются равносильными (эквивалентными), если значения этих выражений совпадают при любых значениях переменных. Так, выражения $A \rightarrow B$ и $(\neg A) \vee B$ равносильны, а $A \vee B$ и $A \wedge B$ неравносильны (значения выражений разные, например, при $A = 1, B = 0$).

3. Приоритеты логических операций: инверсия (отрицание), конъюнкция (логическое умножение), дизъюнкция (логическое сложение), импликация (следование), тождество. Таким образом, $\neg A \wedge B \vee C \wedge D$ означает то же, что и $((\neg A) \wedge B) \vee (C \wedge D)$.

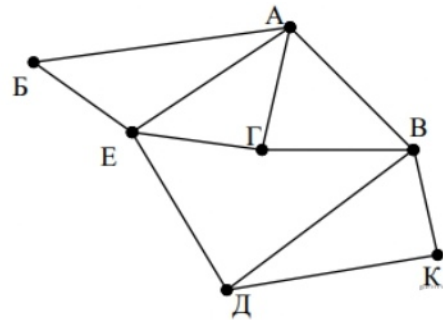
Возможна запись $A \wedge B \wedge C$ вместо $(A \wedge B) \wedge C$. То же относится и к дизъюнкции: возможна запись $A \vee B \vee C$ вместо $(A \vee B) \vee C$.

4. Обозначения Мбайт и Кбайт используются в традиционном для информатики смысле — как обозначения единиц измерения, чьё соотношение с единицей «байт» выражается степенью двойки.

1. Задание 1 № 15788

На рисунке схема дорог изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длине этих дорог в километрах.

	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7
П1		12		15	11	17	
П2	12		18	13			21
П3		18		16		23	20
П4	15	13	16				
П5	11					14	
П6	17		23		14		
П7		21	20				



Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, то нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите, в какой пункт ведёт самая короткая дорога из пункта А.

2. Задание 2 № 26974

Логическая функция F задаётся выражением $(x \vee y) \wedge \neg(y \equiv z) \wedge \neg w$. На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий неповторяющиеся строки. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
1				1
0	0	1	0	1
	1	0	0	1

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала — буква, соответствующая первому столбцу; затем — буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и фрагмент таблицы истинности:

Переменная 1	Переменная 2	Функция
???	???	F
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

3. Задание 3 № 1403

Ниже приведены фрагменты таблиц базы данных канцелярского магазина:

Изделие	Артикул	Артикул	Размер	Цвет	Цена
Авторучка	1948	8457	маленький	красный	5
Фломастер	2537	2537	большой	синий	9
Карандаш	3647	5748	большой	синий	8
Фломастер	4758	3647	большой	синий	8
Авторучка	5748	4758	маленький	зелёный	5
Карандаш	8457	3647	большой	зелёный	9
		1948	маленький	синий	6
		3647	большой	красный	8
		1948	маленький	красный	6

Сколько разных карандашей продаётся в магазине?

4. Задание 4 № 9293

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв И, К, Л, М, Н, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для буквы Л использовали кодовое слово 1, для буквы М – кодовое слово 01. Какова наименьшая возможная суммарная длина всех пяти кодовых слов?

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

5. Задание 5 № 13563

Автомат получает на вход четырёхзначное десятичное число, в котором все цифры нечётные. По этому числу строится новое число по следующим правилам.

1. Складываются первая и вторая, а также третья и четвёртая цифры.
2. Полученные два числа записываются друг за другом в порядке неубывания (без разделителей).

Пример. Исходное число: 7511. Суммы: $7 + 5 = 12$; $1 + 1 = 2$. Результат: 212. Сколько существует чисел, в результате обработки которых автомат выдаст число 616?

6. Задание 6 № 36019

Определите, при каком наибольшем введённом значении переменной s программа выведет число 64. Для Вашего удобства программа представлена на четырёх языках программирования.

Python	Си++
<pre>s = int(input()) n = 1 while s < 47: s = s + 4 n = n * 2 print(n)</pre>	<pre>#include <iostream> using namespace std; int main() { int s, n; cin >> s; n = 1; while (s < 47) { s = s + 4; n = n * 2; } cout << n << endl; return 0; }</pre>
Паскаль	Алгоритмический язык
<pre>var s, n: integer; begin readln(s); n := 1; while s < 47 do begin s := s + 4; n := n * 2; end; writeln(n) end.</pre>	<pre>алг нач цел n, s ввод s n := 1 нц пока s < 47 s := s + 4 n := n * 2 кц вывод n кон</pre>

7. Задание 7 № 4594

У Аркадия есть доступ в Интернет по высокоскоростному одностороннему радиоканалу, обеспечивающему скорость получения информации 2^{20} бит в секунду. У Григория нет скоростного доступа в Интернет, но есть возможность получать информацию от Аркадия по телефонному каналу со средней скоростью 2^{16} бит в секунду. Григорий договорился с Аркадием, что тот скачает для него данные объёмом 11 Мбайт по высокоскоростному каналу и ретранслирует их Григорию по низкоскоростному каналу.

Компьютер Аркадия может начать ретрансляцию данных не раньше, чем им будут получены первые 1024 Кбайт этих данных.

Каков минимально возможный промежуток времени (в секундах) с момента начала скачивания Аркадием данных до полного их получения Григорием? В ответе укажите только число, слово «секунд» или букву «с» добавлять не нужно.

8. Задание 8 № 4792

Двое играют в «крестики-нолики» на поле 4 на 4 клетки. Какое количество информации (в битах) получил второй игрок, узнав ход первого игрока?

9. Задание 9 № 27527

Откройте файл электронной таблицы, содержащей вещественные числа — результаты ежечасного измерения температуры воздуха на протяжении трёх месяцев.

Задание 9

Сколько раз встречалась температура, которая была ниже среднего арифметического значения округленного до десятых, но выше удвоенного минимального значения?

10. Задание 10 № 27407

С помощью текстового редактора определите, сколько раз, не считая сносок, встречается слово «долг» или «Долг» в тексте романа в стихах А. С. Пушкина «Евгений Онегин». Другие формы слова «долг», такие как «долги», «долгами» и т. д., учитывать не следует. В ответе укажите только число.

Задание 10

11. Задание 11 № 7670

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 11 символов и содержащий только символы А, Б, В, Г, Д, Е. Каждый такой пароль в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт, при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит. Определите, сколько байт необходимо для хранения 20 паролей.

12. Задание 12 № 1806

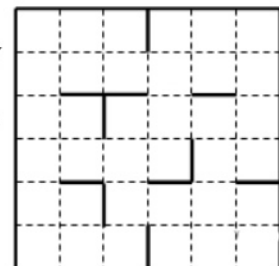
Система команд исполнителя РОБОТ, «живущего» в прямоугольном лабиринте на клетчатой плоскости:

вверх	вниз	влево	вправо
-------	------	-------	--------

При выполнении этих команд РОБОТ перемещается на одну клетку соответственно: вверх, вниз, влево, вправо.

Четыре команды проверяют истинность условия отсутствия стены у той клетки, где находится РОБОТ:

сверху свободно	снизу свободно	слева свободно	справа свободно
--------------------	-------------------	-------------------	--------------------



Цикл

ПОКА <условие> команда

выполняется, пока условие истинно, иначе происходит переход на следующую строку.

Сколько клеток лабиринта соответствуют требованию, что, выполнив предложенную программу, РОБОТ остановится в той же клетке, с которой он начал движение?

НАЧАЛО

ПОКА <сверху свободно> вправо

ПОКА <справа свободно> вниз

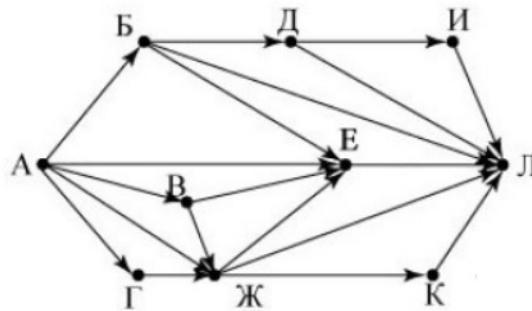
ПОКА <снизу свободно> влево

ПОКА <слева свободно> вверх

КОНЕЦ

13. Задание 13 № 9696

На рисунке изображена схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К, Л. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Л?



14. Задание 14 № 18497

Значение выражения $6 \cdot 343^5 + 5 \cdot 49^7 - 50$ записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 6 содержится в этой записи?

15. Задание 15 № 27017

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x \cdot y < 100) \vee (y \geq A) \vee (x > A)$$

тождественно истинно, т. е. принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

16. Задание 16 № [15133](#)

Ниже на пяти языках программирования записан рекурсивный алгоритм F.

Бейсик	Python
<pre>SUB F(n) IF n > 0 THEN F(n \ 3) F(n - 3) PRINT N END IF END SUB</pre>	<pre>def F(n): if n > 0: F(n // 3) F(n - 3) print(n)</pre>
Паскаль	Алгоритмический язык
<pre>procedure F(n: integer); begin if n > 0 then begin F(n div 3); F(n - 3); write(n) end end;</pre>	<pre>алг F(цел n) нач если n > 0 то F(div(n,3)) F(n - 3) вывод n все кон</pre>
C++	
<pre>void F (int n) { if (n > 0) { F (n / 3); F (n - 3); std::cout << n; } }</pre>	

Запишите подряд без пробелов и разделителей все числа, которые будут напечатаны на экране при выполнении вызова F(9). Числа должны быть записаны в том же порядке, в котором они выводятся на экран.

17. Задание 17 № [27622](#)

Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [8812; 12285], которые делятся на 8 или 19 и не делятся на 4, 9, 14, 16. Найдите количество таких чисел и максимальное из них. В ответе запишите два целых числа без пробелов и других дополнительных символов: сначала количество, затем максимальное число.

Для выполнения этого задания можно написать программу или воспользоваться редактором электронных таблиц.

18. Задание 18 № [27684](#)

Квадрат разлинован на $N \times N$ клеток ($1 < N < 17$). Исполнитель Робот может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: вправо или вверх. По команде вправо Робот перемещается в соседнюю правую клетку, по команде вверх — в соседнюю верхнюю. При попытке выхода за границу квадрата Робот разрушается. Перед каждым запуском Робота в каждой клетке квадрата лежит монета достоинством от 1 до 100. Посетив клетку, Робот забирает монету с собой; это также относится к начальной и конечной клетке маршрута Робота.

Задание 18

Откройте файл. Определите максимальную и минимальную денежную сумму, которую может собрать Робот, пройдя из **левой нижней** клетки в **правую верхнюю**. В ответ запишите два числа друг за другом без разделительных знаков — сначала максимальную сумму, затем минимальную.

Исходные данные представляют собой электронную таблицу размером $N \times N$, каждая ячейка которой соответствует клетке квадрата.

Пример входных данных:

1	8	8	4
10	1	1	3
1	3	12	2
2	3	5	6

Для указанных входных данных ответом должна быть пара чисел 35 и 15.

19. Задание 19 № [27823](#)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

добавить в кучу один камень или
добавить в кучу два камня или
увеличить количество камней в куче в два раза.

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11, 12 или 20 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 37. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 38 или больше камней.

В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 37$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы следующей стратегии игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

20. Задание 20 № [27824](#)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

добавить в кучу один камень или
добавить в кучу два камня или
увеличить количество камней в куче в два раза.

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11, 12 или 20 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 37. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 38 или больше камней.

В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 37$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы следующей стратегии игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными.

Найдите три таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания без разделительных знаков.

21. Задание 21 № [27825](#)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

добавить в кучу один камень или
добавить в кучу два камня или
увеличить количество камней в куче в два раза.

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11, 12 или 20 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 37. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 38 или больше камней.

В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 37$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы следующей стратегии игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными.

Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

22. Задание 22 № [18826](#)

Ниже на пяти языках программирования записан алгоритм. Получив на вход число x , этот алгоритм печатает два числа: L и M . Укажите наименьшее число x , при вводе которого алгоритм печатает сначала 5, а потом 8.

Бейсик	Python
<pre> DIM X, L, M, K AS INTEGER INPUT X K = 9 L = 0 WHILE X >= K L = L + 1 X = X - K WEND M = X IF M < L THEN M = L L = X ENDIF PRINT L PRINT M </pre>	<pre> x = int(input()) K = 9 L = 0 while x >= K: L = L + 1 x = x - K M = x if M < L: M = L L = x print(L) print(M) </pre>
Паскаль	Алгоритмический язык
<pre> var x, L, M, K: integer; begin readln(x); K := 9; L := 0; while x >= K do begin L := L + 1; x := x - K; end; M := x; if M < L then begin M := L; L := x; end; writeln(L); writeln(M); end. </pre>	<pre> алг нач цел x, L, M, K ввод x K := 9 L := 0 нц пока x >= K L := L + 1 x := x - K кц M := x если M < L то M := L L := x все вывод L, нс, M кон </pre>
Си++	
<pre> #include <iostream> using namespace std; int main() { int x, L, M, K; cin >> x; K = 9; L = 0; while (x >= K){ L = L + 1; x = x - K; } M = x; if(M < L){ M = L; L = x; } cout << L << endl << M endl; } </pre>	

23. Задание 23 № [27021](#)

Исполнитель РазДва преобразует число на экране. У исполнителя есть две команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Умножить на 2

Первая команда увеличивает число на экране на 1, вторая умножает его на 2. Программа для исполнителя РазДва — это последовательность команд. Укажите наименьшее натуральное число, которое нельзя получить из исходного числа 1, выполнив программу исполнителя РазДва, содержащую не более четырёх команд.

24. Задание 24 № [36037](#)

Текстовый файл состоит не более чем из 1 200 000 символов X, Y, и Z. Определите максимальное количество идущих подряд символов, среди которых нет подстроки XZZY. Для выполнения этого задания следует написать программу. Ниже приведён файл, который необходимо обработать с помощью данного алгоритма.

[Задание 24](#)

25. Задание 25 № [36038](#)

Пусть M — сумма минимального и максимального натуральных делителей целого числа, не считая единицы и самого числа. Если таких делителей у числа нет, то считаем значение M равным нулю.

Напишите программу, которая перебирает целые числа, большие 452×10^21 , в порядке возрастания и ищет среди них такие, для которых значение M при делении на 7 даёт в остатке 3. Вывести первые 5 найденных чисел и соответствующие им значения M .

Формат вывода: для каждого из 5 таких найденных чисел в отдельной строке сначала выводится само число, затем — значение M . Строки выводятся в порядке возрастания найденных чисел.

Например, для числа 20 $M = 2 + 10 = 12$, остаток при делении на 7 не равен 3; для числа 21 $M = 3 + 7 = 10$, остаток при делении на 7 равен 3.

Количество строк в таблице для ответа избыточно.

Ответ:

26. Задание 26 № [35915](#)

В текстовом файле записан набор натуральных чисел, не превышающих 10^9 . Гарантируется, что все числа различны. Необходимо определить, сколько в наборе таких пар нечётных чисел, что их среднее арифметическое тоже присутствует в файле, и чему равно наибольшее из средних арифметических таких пар.

Входные данные.

Задание 26

Первая строка входного файла содержит целое число N — общее количество чисел в наборе. Каждая из следующих N строк содержит одно число.

В ответе запишите два целых числа: сначала количество пар, затем наибольшее среднее арифметическое.

Пример входного файла:

6

9

10

14

13

8

11

В данном случае есть две подходящие пары: 9 и 13 (среднее арифметическое 11), 9 и 11 (среднее арифметическое 10). В ответе надо записать числа 2 и 11.

Ответ:

27. Задание 27 № 27991

Дана последовательность N целых положительных чисел. Рассматриваются все пары элементов последовательности, разность которых чётна, и в этих парах, по крайней мере, одно из чисел пары делится на 17. Порядок элементов в паре неважен. Среди всех таких пар нужно найти и вывести пару с максимальной суммой элементов. Если одинаковую максимальную сумму имеет несколько пар, можно вывести любую из них. Если подходящих пар в последовательности нет, нужно вывести два нуля.

Входные данные.

[Файл А](#)

[Файл В](#)

В первой строке входных данных задаётся количество чисел N ($2 \leq N \leq 10\,000$). В каждой из последующих N строк записано одно натуральное число, не превышающее 10 000.

Пример организации исходных данных во входном файле:

5
 34
 12
 51
 52
 51

Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:

51 51

В ответе укажите четыре числа: сначала значение искомой пары для файла А (два числа через пробел), затем для файла В (два числа через пробел). Числа пар впишите в порядке убывания.

Ответ:

Пояснение. Из данных пяти чисел можно составить три различные пары, удовлетворяющие условию: (34, 12), (34, 52), (51, 51). Наибольшая сумма получается в паре (51, 51). Эта пара допустима, так как число 51 встречается в исходной последовательности дважды.