

Справочные материалы

В экзаменационных заданиях используются следующие соглашения.

1. Обозначения для логических связок (операций):

а) *отрицание* (инверсия, логическое НЕ) обозначается \neg (например, $\neg A$);

б) *конъюнкция* (логическое умножение, логическое И) обозначается \wedge (например, $A \wedge B$)
либо $\&$ (например, $A \& B$);

с) *дизъюнкция* (логическое сложение, логическое ИЛИ) обозначается \vee (например, $A \vee B$)
либо $|$ (например, $A | B$);

д) *следование* (импликация) обозначается \rightarrow (например, $A \rightarrow B$);

е) *тождество* обозначается \equiv (например, $A \equiv B$). Выражение $A \equiv B$ истинно тогда и только тогда, когда значения A и B совпадают (либо они оба истинны, либо они оба ложны);

ф) символ 1 используется для обозначения истины (истинного высказывания); символ 0 — для обозначения лжи (ложного высказывания).

2. Два логических выражения, содержащих переменные, называются равносильными (эквивалентными), если значения этих выражений совпадают при любых значениях переменных. Так, выражения $A \rightarrow B$ и $(\neg A) \vee B$ равносильны, а $A \vee B$ и $A \wedge B$ неравносильны (значения выражений разные, например, при $A = 1, B = 0$).

3. Приоритеты логических операций: инверсия (отрицание), конъюнкция (логическое умножение), дизъюнкция (логическое сложение), импликация (следование), тождество. Таким образом, $\neg A \wedge B \vee C \wedge D$ означает то же, что и $((\neg A) \wedge B) \vee (C \wedge D)$.

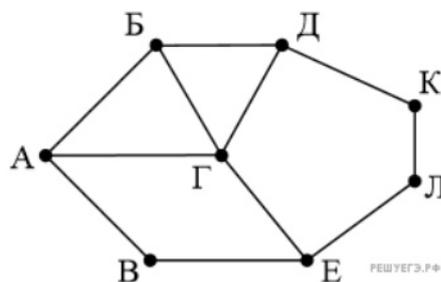
Возможна запись $A \wedge B \wedge C$ вместо $(A \wedge B) \wedge C$. То же относится и к дизъюнкции: возможна запись $A \vee B \vee C$ вместо $(A \vee B) \vee C$.

4. Обозначения Мбайт и Кбайт используются в традиционном для информатики смысле — как обозначения единиц измерения, чьё соотношение с единицей «байт» выражается степенью двойки.

1. Задание 1 № 13533

На рисунке схема дорог Н-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длине этих дорог в километрах.

	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8
П1		15		20				18
П2	15		25					
П3		25				24		22
П4	20						12	
П5						13	16	17
П6			24		13			15
П7				12	16			
П8	18		22		17	15		



Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите длину дороги от пункта В до пункта Е. В ответе запишите целое число.

2. Задание 2 № 27399

Логическая функция F задаётся выражением $(x \vee y) \wedge \neg(y \equiv z) \wedge \neg w$. На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий неповторяющиеся строки. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
1		1		1
0	1		0	1
	1	1	0	1

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала — буква, соответствующая первому столбцу; затем — буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и фрагмент таблицы истинности:

Переменная 1	Переменная 2	Функция
???	???	F
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

3. Задание 3 № 7359

На городской тур олимпиады по математике отбираются те учащиеся, кто набрал на районном туре не менее 12 баллов или полностью решил хотя бы одну из двух самых сложных задач (№ 6 или № 7). За полное решение задач 1–4 даётся 2 балла; задач 5, 6 — 3 балла; задачи 7 — 4 балла. Дан фрагмент таблицы результатов районного тура.

Фамилия	Пол	Задача № 1	Задача № 2	Задача № 3	Задача № 4	Задача № 5	Задача № 6	Задача № 7
Айвазян	ж	1	0	2	1	0	3	3
Житомирский	м	2	2	2	2	2	3	3
Иваненко	ж	2	1	1	0	1	2	3
Лимонов	м	2	1	1	1	2	2	3
Петраков	м	2	0	0	1	0	2	0
Рахимов	м	2	2	2	0	2	0	1
Суликашвили	ж	1	1	1	1	1	2	3
Толкачёва	ж	2	2	2	1	2	2	0

Сколько девочек из этой таблицы прошли на городской тур?

4. Задание 4 № 10406

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только буквы А, Б, В, Г, Д, Е. Для передачи используется неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано; для букв А, Б, В используются такие кодовые слова: А — 1, Б – 010, В – 001.

Какова наименьшая возможная суммарная длина всех кодовых слов? Примечание. Условие Фано означает, что ни одно кодовое слово не является началом другого кодового слова. Коды, удовлетворяющие условию Фано, допускают однозначное декодирование.

5. Задание 5 № 11262

Автомат получает на вход четырёхзначное число. По этому числу строится новое число по следующим правилам.

1. Складываются отдельно первая и вторая цифры, вторая и третья цифры, а также третья и четвёртая цифры.
2. Из полученных трёх чисел выбираются два наибольших и записываются друг за другом в порядке неубывания без разделителей.

Пример. Исходное число: 9575. Суммы: $9 + 5 = 14$; $5 + 7 = 12$; $7 + 5 = 12$. Наибольшие суммы: 14, 12. Результат: 1214.

Укажите наименьшее число, при обработке которого автомат выдаёт результат 1517.

6. Задание 6 № 3529

Определите, что будет напечатано в результате выполнения программы (записанной ниже на разных языках программирования):

Бейсик	Паскаль
<pre>Dim s, k As Integer s = 0 k = 1 while k < 11 s = s + k k = k + 1 End While Console.Write(s)</pre>	<pre>var s, k : integer; begin s:=0; k:=1; while k<11 do begin s:=s+k; k:=k+1; end; write(s); end.</pre>
Си++	Алгоритмический язык
<pre>#include <iostream> using namespace std; int main() { int s, k; s = 0; k = 1; while (k < 11) { s = s + k; k = k + 1; } cout << s << endl; }</pre>	<pre>нач цел s, k s:=0 k:=1 нц пока k < 11 s:=s+k; k:=k+1 кц вывод s кон</pre>
Python	
<pre>s = 0 k = 1 while k < 11: s += k k += 1 print(s)</pre>	

7. Задание 7 № 9759

Какой минимальный объём памяти (в Кбайт) нужно зарезервировать, чтобы можно было сохранить любое растровое изображение размером 128×128 пикселей при условии, что в изображении могут использоваться 256 различных цветов? В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

8. Задание 8 № 9760

Алексей составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Алексей использует 5-буквенные слова, в которых есть только буквы А, В, С, Х, причём буква Х может появиться на первом месте или не появиться вовсе. Сколько различных кодовых слов может использовать Алексей?

9. Задание 9 № [27406](#)

Откройте файл электронной таблицы, содержащей вещественные числа — результаты ежечасного измерения температуры воздуха на протяжении трёх месяцев.

[Задание 9](#)

Найдите разность между максимальным значением температуры и её средним арифметическим значением. В ответе запишите только целую часть получившегося числа.

10. Задание 10 № [27578](#)

С помощью текстового редактора определите, сколько раз, не считая сносок, встречается слово «вы» или «Вы» в тексте романа в стихах А. С. Пушкина «Евгений Онегин». Другие формы слова «вы» учитывать не следует. В ответе укажите только число.

[Задание 10](#)

11. Задание 11 № [1907](#)

Выбор режима работы в некотором устройстве осуществляется установкой ручек тумблеров, каждая из которых может находиться в одном из пяти положений. Каково минимальное количество необходимых тумблеров для обеспечения работы устройства на 37 режимах.

12. Задание 12 № [8662](#)

Исполнитель Чертёжник перемещается на координатной плоскости, оставляя след в виде линии. Чертёжник может выполнять команду **сместиться на** (a, b) , где a, b – целые числа. Эта команда перемещает Чертёжника из точки с координатами (x, y) в точку с координатами $(x + a, y + b)$.

*Например, если Чертёжник находится в точке с координатами $(4, 2)$, то команда **сместиться на** $(2, -3)$ переместит Чертёжника в точку $(6, -1)$.*

Цикл

```
ПОВТОРИ число РАЗ
    последовательность команд
КОНЕЦ ПОВТОРИ
```

означает, что *последовательность команд* будет выполнена указанное *число* раз (число должно быть натуральным).

Чертёжнику был дан для исполнения следующий алгоритм (буквами n, a, b обозначены неизвестные числа, $n > 1$):

НАЧАЛО

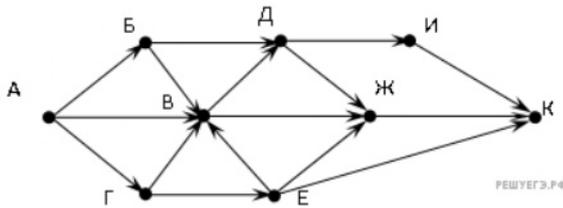
```
    сместиться на (60, 100)
    ПОВТОРИ n РАЗ
        сместиться на (a, b)
        сместиться на (33, 44)
    КОНЕЦ ПОВТОРИ
    сместиться на (13, 200)
    сместиться на (-1, 60)
```

КОНЕЦ

Укажите наибольшее возможное значение числа n , для которого найдутся такие значения чисел a и b , что после выполнения программы Чертёжник возвратится в исходную точку.

13. Задание 13 № [3298](#)

На рисунке — схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К?



14. Задание 14 № [14702](#)

В какой системе счисления выполняется равенство $12 \cdot 13 = 222$?
 В ответе укажите число – основание системы счисления.

15. Задание 15 № [29663](#)

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$(A < 50) \wedge (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 10) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 12)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

16. Задание 16 № [13357](#)

Ниже на пяти языках программирования записана рекурсивная функция (процедура) F.

Бейсик	Python
<pre>SUB F(n) PRINT n, IF n >= 3 THEN F(n - 1) F(n - 3) END IF END SUB</pre>	<pre>def F(n): print(n) if n >= 3: F(n - 1) F(n - 3)</pre>
Паскаль	Алгоритмический язык
<pre>procedure F(n: integer); begin write(n); if n >= 3 then begin F(n - 1); F(n - 3) end end;</pre>	<pre>алг F(цел n) нач вывод n если n >= 3 то F(n - 1) F(n - 3) все кон</pre>
Си	
<pre>void F(int n) { cout << n << endl; if (n >= 3) { F(n - 1); F(n - 3); } }</pre>	

Что выведет программа при вызове F(5)? В ответе запишите последовательность выведенных цифр слитно (без пробелов).

17. Задание 17 № [27615](#)

Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [3521; 13019], которые делятся на 9 и 15 и не делятся на 6, 12, 17, 21. Найдите количество таких чисел и минимальное из них. В ответе запишите два целых числа без пробелов и других дополнительных символов: сначала количество, затем минимальное число.

Для выполнения этого задания можно написать программу или воспользоваться редактором электронных таблиц.

18. Задание 18 № [36873](#)

Дан квадрат 15×15 клеток, в каждой клетке которого записано целое число. В левом нижнем углу квадрата стоит робот. За один ход робот может переместиться на одну клетку вправо или на одну клетку вверх. Выходить за пределы квадрата робот не может. При этом ведётся подсчёт суммы по следующим правилам: число в очередной клетке, через которую проходит робот, включается в сумму, если оно больше числа в предыдущей клетке на пути робота. Если число в очередной клетке не больше числа в предыдущей, сумма не изменяется. Число в начальной клетке всегда включается в сумму. Необходимо переместить робота в правый верхний угол так, чтобы полученная сумма была максимальной. В ответе запишите максимально возможную сумму.

Исходные данные записаны в электронной таблице.

Задание 18

Пример входных данных (для таблицы размером 4×4):

44	42	89	37
18	35	50	20
6	41	26	64
7	9	70	85

Для указанных входных данных оптимальным маршрутом будет путь по клеткам 7, 9, 70, 26, 50, 89, 37. Итоговая сумма равна $7 + 9 + 70 + 50 + 89 = 225$. Числа 26 и 37 не включаются в сумму, так как $26 < 70$ и $37 < 89$.

19. Задание 19 № [27786](#)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

**добавить в одну из куч один камень или
увеличить количество камней в куче в два раза.**

Например, пусть в одной куче 6 камней, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать $(6, 9)$. За один ход из позиции $(6, 9)$ можно получить любую из четырёх позиций: $(7, 9)$, $(12, 9)$, $(6, 10)$, $(6, 18)$. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 86. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 86 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 14 камней, во второй куче — S камней, $1 \leq S \leq 71$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, т.е. не гарантирующие выигрыш независимо от игры противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

20. Задание 20 № [27787](#)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

**добавить в одну из куч один камень или
 увеличить количество камней в куче в два раза .**

Например, пусть в одной куче 6 камней, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать (6, 9). За один ход из позиции (6, 9) можно получить любую из четырёх позиций: (7, 9), (12, 9), (6, 10), (6, 18). Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 86. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 86 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 14 камней, во второй куче — S камней, $1 \leq S \leq 71$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, т.е не гарантирующие выигрыш независимо от игры противника.

Найдите два таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания без разделительных знаков.

21. Задание 21 № [27788](#)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

**добавить в одну из куч один камень или
 увеличить количество камней в куче в два раза .**

Например, пусть в одной куче 6 камней, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать (6, 9). За один ход из позиции (6, 9) можно получить любую из четырёх позиций: (7, 9), (12, 9), (6, 10), (6, 18). Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 86. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 86 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 14 камней, во второй куче — S камней, $1 \leq S \leq 71$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, т.е не гарантирующие выигрыш независимо от игры противника.

Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

22. Задание 22 № [7792](#)

Ниже на пяти языках программирования записан алгоритм. Получив на вход число x , этот алгоритм печатает числа: a и b . Укажите наибольшее четырехзначное число x , при вводе которого алгоритм печатает сначала 5, а потом 7.

Бейсик	Python
<pre>DIM X, Y, A, B AS INTEGER A = 10 B = 0 INPUT X WHILE X > 0 Y = X MOD 10 X = X \ 10 IF Y < A THEN A = Y IF Y > B THEN B = Y WEND PRINT A PRINT B</pre>	<pre>a = 10 b = 0 x = int(input()) while x > 0: y = x % 10 x = x // 10 if y < a: a = y if y > b: b = y print(a) print(b)</pre>
Паскаль	Алгоритмический язык
<pre>var x, y, a, b: integer; begin a := 10; b := 0; readln(x); while x > 0 do begin y := x mod 10; x := x div 10; if y < a then a := y; if y > b then b := y; end; writeln(a); writeln(b); end.</pre>	<pre>алг нач цел x, y, a, b a := 10 b := 0 ввод x нц пока x > 0 y := mod(x, 10) x := div(x, 10) если y < a то a := y все если y > b то b := y все кц вывод a, нс, b кон</pre>
Си++	
<pre>#include <iostream> using namespace std; int main() { int x, y, a, b; a = 10; b = 0; cin >> x; while (x > 0) { y = x % 10; x = x / 10; if (y < a) a = y; if (y > b) b = y; } cout << a << endl << b << endl; }</pre>	

23. Задание 23 № [13552](#)

Исполнитель Осень16 преобразует число на экране.

У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

- 1) Прибавить 1;
- 2) Прибавить 2;
- 3) Прибавить 4.

Первая команда увеличивает число на экране на 1, вторая увеличивает его на 2, третья — увеличивает на 4.

Программа для исполнителя Осень16 — это последовательность команд.

Сколько существует программ, для которых при исходном числе 1 результатом является число 15 и при этом траектория вычислений содержит число 8?

Траектория вычислений программы — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 121 при исходном числе 7 траектория будет состоять из чисел 8, 10, 11.

24. Задание 24 № [27689](#)

Текстовый файл состоит не более чем из 10^6 символов X , Y и Z . Определите максимальную длину цепочки вида $XYZXYZXYZ\dots$ (составленной из фрагментов XYZ , последний фрагмент может быть неполным).

Для выполнения этого задания следует написать программу. Ниже приведён файл, который необходимо обработать с помощью данного алгоритма.

[Задание 24](#)

25. Задание 25 № [27850](#)

Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку $[245; 690]$ простые числа. Выведите на экран все найденные простые числа в порядке возрастания, слева от каждого числа выведите его порядковый номер в последовательности. Каждая пара чисел должна быть выведена в отдельной строке.

Например, в диапазоне $[5; 9]$ ровно два различных натуральных простых числа — это числа 5 и 7, поэтому для этого диапазона вывод на экране должен содержать следующие значения:

1 5
 3 7

Ответ:

Примечание. Простое число — натуральное число, имеющее ровно два различных натуральных делителя — единицу и самого себя.

26. Задание 26 № 29674

Продавец предоставляет покупателю, делающему большую закупку, скидку по следующим правилам:

- на каждый второй товар стоимостью больше 50 рублей предоставляется скидка 25%;
- общая стоимость покупки со скидкой округляется вверх до целого числа рублей;
- порядок товаров в списке определяет продавец и делает это так, чтобы общая сумма скидки была наименьшей.

По известной стоимости каждого товара в покупке необходимо определить общую стоимость покупки с учётом скидки и стоимость самого дорогого товара, на который будет предоставлена скидка.

Входные данные.

Задание 26

Первая строка входного файла содержит число N — общее количество купленных товаров. Каждая из следующих N строк содержит одно целое число — стоимость товара в рублях.

В ответе запишите два целых числа: сначала общую стоимость покупки с учётом скидки, затем стоимость самого дорогого товара, на который будет предоставлена скидка.

Пример входного файла:

6
125
50
490
215
144
320

В данном случае товар стоимостью 50 не участвует в определении скидки, остальные товары продавцу выгодно расположить в таком порядке цен: 490, 125, 215, 144, 320. Тогда скидка предоставляется на товары стоимостью 125 и 144. Стоимость этих двух товаров со скидкой составит 201,75 руб., после округления — 202 руб. Общая стоимость покупки составит:

$$50 + 490 + 215 + 320 + 202 = 1277 \text{ руб.}$$

Самый дорогой товар, на который будет получена скидка, стоит 144 руб. В ответе нужно записать числа 1277 и 144.

Ответ:

27. Задание 27 № [28133](#)

На вход программы поступает последовательность из N целых положительных чисел. Рассматриваются все пары различных элементов последовательности (элементы пары не обязаны стоять в последовательности рядом), такие что $a_i > a_j$ при $i < j \leq N$. Среди пар, удовлетворяющих этому условию, необходимо найти и вывести пару с максимальной суммой элементов, которая делится на 120. Если среди найденных пар максимальную сумму имеют несколько, то можно напечатать любую из них. Если пар заданным условием нет, то программа должна вывести 00.

Входные данные.

[Файл А](#)

[Файл В](#)

В первой строке входных данных задаётся количество чисел N ($1 \leq N \leq 1000$). В каждой из последующих N строк записано одно натуральное число, не превышающее 10000.

В качестве результата программа должна напечатать элементы искомой пары. Если таких пар несколько, можно вывести любую из них.

Пример организации исходных данных во входном файле:

```
7
1
119
2
118
3
237
123
```

Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:

```
237 123
```

В ответе укажите четыре числа: сначала значение искомой суммы для файла *A* (два числа через пробел), затем для файла *B* (два числа через пробел).

Ответ:

Пояснение. Из 7 чисел можно составить 14 пар. В данном случае условиям удовлетворяет пара: 237 и 123. Сумма 360 делится на 120, $a_i > a_j$, а $i < j$. У всех остальных пар как минимум одно из этих условий не выполняется.