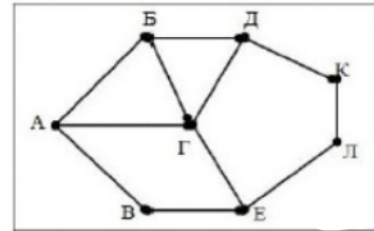


Вариант № 9169602

1. Задание 1 № 11259

На рисунке справа схема дорог Н-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длинах этих дорог (в километрах).

	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8
П1		15		20				18
П2	15		25					
П3		25				24		22
П4	20						12	
П5						13	16	17
П6			24		13			15
П7				12	16			
П8	18		22		17	15		



Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите длину дороги из пункта Г в пункт Е. В ответе запишите целое число.

**Решение.**

Сопоставим населённые пункты графа и населённые пункты в таблице.

Из Г ведут четыре дороги. Только из пункта П8 ведут четыре дороги, следовательно, пункт П8 — это и есть Г.

Из Е ведут три дороги. Из пунктов П1, П3, П5, П6 также ведут три дороги. Заметим, что из Е дороги идут в пункты с двумя, четырьмя и двумя дорогами. Сопоставляя с таблицей, получим, что Е соответствует пункту П1.

Длина дороги из П1 в П8 равна 18.

Ответ: 18.

Ответ: 18

## 2. Задание 2 № 27531

Логическая функция  $F$  задаётся выражением  $(x \rightarrow y) \wedge (y \equiv \neg z) \wedge (z \vee w)$ . На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции  $F$ , содержащий неповторяющиеся строки. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции  $F$  соответствует каждая из переменных  $x, y, z, w$ .

?	?	?	?	F
1	1		1	1
	1	1		1
1				1

В ответе напишите буквы  $x, y, z, w$  в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы. Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

**Решение.**

Заметим, что чтобы выражение было истинным, достаточно, если выражения во всех скобках будут истинными.

Рассмотрим первую строку таблицы истинности. Для того чтобы первая скобка была истинной, переменная  $y$  должна быть равна единице. Тогда скобка  $(y \equiv \neg z)$  будет принимать значение 1 только при  $z = 0$ . Значит, переменной  $z$  соответствует третий столбец таблицы истинности.

Рассмотрим вторую строку таблицы истинности. Переменная  $z = 1$ , тогда скобка  $(y \equiv \neg z)$  будет принимать значение истинности только при  $y = 0$ . Чтобы скобка  $(x \rightarrow y)$  принимала значение 1,  $x$  не должна равняться 1. Значит, переменной  $w$  соответствует второй столбец таблицы.

Рассмотрим третью строку таблицы истинности. Предположим, что первому столбцу таблицы истинности соответствует переменная  $x$ , тогда выражение может быть истинным только при  $x = 1, y = 1, z = 0, w = 1$ , но такой набор соответствует первой строке таблицы, а строки не должны повторяться. При любых других значениях, стоящих в остальных столбцах, значение выражения будет ложным. Следовательно, первому столбцу соответствует переменная  $y$ , а четвёртому — переменная  $x$ .

**Приведем другое решение.**

Составим таблицу истинности для выражения  $(x \rightarrow y) \wedge (y \equiv \neg z) \wedge (z \vee w)$  и выпишем те наборы переменных, при которых данное выражение равно 1. В наборах переменные запишем в порядке  $x, y, z, w$ . Получим следующие наборы:

$(0, 0, 1, 0), (0, 0, 1, 1), (0, 1, 0, 1), (1, 1, 0, 1)$ .

Сопоставим эти наборы с приведенным в задании фрагментом таблицы истинности.

Первая строка таблицы истинности (как минимум три единицы) может соответствовать только набору  $(1, 1, 0, 1)$ , следовательно, третий столбец соответствует переменной  $z$ .

Рассмотрим вторую строку таблицы истинности. В ней переменная  $z$  равна 1, и есть еще одна переменная, равная 1, следовательно, вторая строка может соответствовать только набору  $(0, 0, 1, 1)$ , тогда второй столбец соответствует переменной  $w$ .

Заметим, что переменная, стоящая в первом столбце таблицы, принимает значение 1 как минимум в двух наборах значений, следовательно, первый столбец не может соответствовать переменной  $x$ , принимающей единичное значение только в одном наборе.

Тогда первый столбец — это  $y$ , а четвертый столбец — это  $x$ .

Ответ: ywzx.

Ответ: ywzx

### 3. Задание 3 № 15126

Даны фрагменты двух таблиц из базы данных. Каждая строка таблицы 2 содержит информацию о ребёнке и об одном из его родителей. Информация представлена значением поля ID в соответствующей строке таблицы 1. На основании имеющихся данных определите, у скольких детей отец старше матери, но не более чем на 2 года. При вычислении ответа учитывайте только информацию из приведённых фрагментов таблиц.

Таблица 1				Таблица 2	
ID	Фамилия И.О.	Пол	Год рождения	ID Родителя	ID Ребенка
127	Грищенко А.В.	М	1936	127	212
148	Грищенко Д.И.	М	1998	182	212
182	Грищенко Е.П.	Ж	1940	212	148
212	Грищенко И.А.	М	1970	243	148
243	Грищенко Н.Н.	Ж	1976	254	314
254	Клейн А.Б.	М	1981	254	412
314	Клейн Е.А.	Ж	2009	543	243
412	Клейн М.А.	Ж	2011	543	830
543	Панько О.А.	Ж	1948	544	545
544	Петров В.И.	М	1961	750	545
545	Петров О.В.	М	1991	830	314
750	Петрова А.Е.	Ж	1962	830	412
830	Седых А.Н.	Ж	1980	849	243
849	Седых Н.Н.	М	1947	849	830

#### Решение.

Используя данные таблиц, сравним возраст родителей ( первым идёт ID ребёнка (детей), вторым идут данные родителей).

ID 212: мать Грищенко Е.П., ID 182, отец Грищенко А.В, ID 127 — не подходит, поскольку отец старше матери больше, чем на 2 года.

ID 148: мать Грищенко Н.Н., ID 243, отец Грищенко И.А., ID 212 — не подходит, поскольку отец старше матери больше, чем на 2 года.

ID 314 и ID 412: мать Седых А.Н., ID 830, отец Клейн А.Б, ID 254 — не подходит, поскольку отец младше матери.

ID 243 и ID 830: мать Панько О.А., ID 543, отец Седых Н.Н., ID 849 — подходят.

ID 545: мать Петрова А.Е., ID 750, отец Петров В.И., ID 544 — подходит.

Таким образом, у трёх детей отец старше матери, но не более чем на 2 года.

Ответ: 3.

Ответ: 3

#### 4. Задание 4 № 11234

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только шесть букв: А, В, С, D, E, F. Для передачи используется неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для букв А, В, С используются такие кодовые слова: А – 11, В – 101, С – 0. Какова наименьшая возможная суммарная длина всех кодовых слов?

**Примечание.** Условие Фано означает, что ни одно кодовое слово не является началом другого кодового слова. Коды, удовлетворяющие условию Фано, допускают однозначное декодирование.

**Решение.**

Заметим, что для алфавита из трёх букв, код с наименьшей суммарной длиной кодовых слов, удовлетворяющий условию Фано имел бы длину  $1 + 2 + 2 = 5$ . Для алфавита из четырёх букв:  $1 + 2 + 3 + 3 = 9$ . Аналогично можно получить минимальную длину суммарную длину кодовых слов для алфавита, содержащего произвольное число символов.

Удостоверимся, что, используя кодовые слова, приведённые в условии можно построить код, удовлетворяющий условию Фано и имеющий наименьшую суммарную длину. Будем использовать для буквы D кодовое слово 1000, для буквы E кодовое слово 10010, для буквы F 10011.

Суммарная длина такого кода  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 5 = 20$ .

Ответ: 20.

Ответ: 20

#### 5. Задание 5 № 13733

На вход алгоритма подаётся натуральное число N. Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.

1) Строится двоичная запись числа N.

2) К этой записи дописываются справа ещё два разряда по следующему правилу:

а) складываются все цифры двоичной записи числа N, и остаток от деления суммы на 2 дописывается в конец числа (справа). Например, запись 11100 преобразуется в запись 111001;

б) над этой записью производятся те же действия – справа дописывается остаток от деления суммы её цифр на 2.

Полученная таким образом запись (в ней на два разряда больше, чем в записи исходного числа N) является двоичной записью искомого числа R.

Укажите минимальное число R, которое превышает число 83 и может являться результатом работы данного алгоритма. В ответе это число запишите в десятичной системе счисления.

**Решение.**

Рассмотрим числа, большие 83, и найдем меньшее число, которое является результатом работы алгоритма.

$84 = 1010100_2$  — не является результатом работы алгоритма.

$85 = 1010101_2$  — не является результатом работы алгоритма.

$86 = 1010110_2$  — является результатом работы алгоритма для числа  $10101_2$ .

Таким образом, искомое число — 86.

Ответ: 86.

Ответ: 86

6. Задание 6 № 9689

Определите значение переменной  $c$  после выполнения следующего фрагмента программы (записанного ниже на разных языках программирования). Ответ запишите в виде целого числа.

Бейсик	Паскаль
<pre>a = 17 b = 20 a = 3 * a - b IF a &gt; b THEN   c = 5 * a - b ELSE   c = 5 * a + b END IF</pre>	<pre>a := 17; b := 20; a := 3 * a - b; if a &gt; b then   c := 5 * a - b else   c := 5 * a + b;</pre>
Си++	Алгоритмический язык
<pre>a = 17; b = 20; a = 3 * a - b; if (a &gt; b)   c = 5 * a - b; else   c = 5 * a + b;</pre>	<pre>a := 17 b := 20 a := 3 * a - b если a &gt; b   то c := 5 * a - b   иначе c := 5 * a + b все</pre>
Python	
<pre>a = 17 b = 20 a = 3 * a - b if a &gt; b:   c = 5 * a - b else:   c = 5 * a + b</pre>	

Решение.

```
a := 17;
b := 20;
a := 3 * a - b = 3 * 17 - 20 = 31
31 > 20, поэтому
c := 5 * a - b = 5 * 31 - 20 = 135
```

Ответ: 135.

Ответ: 135

7. Задание 7 № 14770

Автоматическая фотокамера производит растровые изображения размером 800 x 600 пикселей. При этом объём файла с изображением не может превышать 400 Кбайт, упаковка данных не производится. Какое максимальное количество цветов можно использовать в палитре?

Решение.

Объём растрового изображения находится как произведение количества пикселей в изображении на объём памяти  $x$ , необходимый для хранения цвета одного пиксела:  $800 \cdot 600 \cdot x < 400 \cdot 2^{13}$  бит, откуда  $x < 6,8$  бит = 6 бит. Значит, в изображении можно использовать не более  $2^6 = 64$  цветов.

Ответ: 64.

Ответ: 64

8. Задание 8 № [7755](#)

Все 5-буквенные слова, составленные из букв Л, Н, Р, Т, записаны в алфавитном порядке. Вот начало списка:

1. ЛЛЛЛЛ
2. ЛЛЛЛН
3. ЛЛЛЛР
4. ЛЛЛЛТ
5. ЛЛЛНЛ

Запишите слово, которое стоит на 150-м месте от начала списка.

**Решение.**

Заменяем буквы Л, Н, Р, Т на 0, 1, 2, 3 соответственно.

Выпишем начало списка, заменив буквы на цифры:

1. 00000
2. 00001
3. 00002
4. 00003
5. 00010

...

Полученная запись есть числа, записанные в четверичной системе счисления в порядке возрастания. Тогда на 150-м месте будет стоять число 149 (т. к. первое число 0). Переведём число 149 в четверичную систему:

$$\begin{aligned} 149 / 4 &= 37 (1) \\ 37 / 4 &= 9 (1) \\ 9 / 4 &= 2 (1) \\ 2 / 4 &= 0 (2) \end{aligned}$$

В четверичной системе 149 запишется как 2111. Поскольку слова 5-буквенные, добавим в начале числа незначащий нуль, получим 02111. Произведём обратную замену и получим ЛРННН.

Ответ: ЛРННН.

Ответ: ЛРННН

9. Задание 9 № [28117](#)

Откройте файл электронной таблицы, содержащей вещественные числа — результаты ежечасного измерения температуры воздуха на протяжении трёх месяцев.

Задание 9

Найдите количество суток, в которых среднее значение температуры не превышало 20 °С.

**Решение.**

С помощью формулы `=СРЗНАЧ(В2:Y2)` найдём среднее арифметическое значение температуры для первых суток — 18,3. Далее с помощью маркера скопируем формулы в ячейки `Z3:Z92`. Теперь с помощью формулы `=СЧЁТЕСЛИ(Z2:Z92;"<=20")` найдём количество суток, в которых среднее значение температуры не превышало 20 °С — 30.

Ответ: 30.

Ответ: 30

10. Задание 10 № [27577](#)

С помощью текстового редактора определите, сколько раз, не считая сносок, встречается слово «ты» или «Ты» в тексте романа в стихах А. С. Пушкина «Евгений Онегин». Другие формы слова «ты», такие как «твой» и т. д., учитывать не следует. В ответе укажите только число.

Задание 10

**Решение.**

Воспользуемся поисковыми средствами текстового редактора. В строке поиска введем сначала « ты», потом «Ты ». Подсчитав общее количество результатов и исключив лишние, получаем ответ — 2.

Ответ: 2.

Ответ: 2

11. Задание 11 № [226](#)

В некоторой базе данных хранятся записи, содержащие информацию о некоторых датах. Каждая запись содержит три поля: номер года (число от 1 до 2100), номер месяца (число от 1 до 12) и номер дня в месяце (число от 1 до 30). Каждое поле записывается отдельно от других полей с использованием минимально возможного количества бит. Определите минимальное количество бит, необходимое для кодирования одной записи. (Ответ дайте в битах.)

**Решение.**

Известно, что с помощью  $N$  бит можно закодировать  $2^N$  различных чисел. Т. к. поля независимы, то для каждого нужно своё минимальное число бит.

Для поля с номером года  $2^{11} < 2100 < 2^{12}$ , значит, минимальное количество бит для этого поля 12.

Номер месяца:  $2^3 < 12 < 2^4$ , значит, для этого поля — 4 бита.

Номер дня:  $2^4 < 30 < 2^5$ , значит, этому полю соответствуют 5 бит.

Итого для одной записи нужно:  $12 + 4 + 5 = 21$  бит.

Ответ: 21

## 12. Задание 12 № 15630

Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах  $v$  и  $w$  обозначают цепочки цифр.

1. заменить ( $v, w$ )
2. нашлось ( $v$ )

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки  $v$  на цепочку  $w$ , вторая проверяет, встречается ли цепочка  $v$  в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из одной единицы и 75 стоящих справа от нее нулей? В ответе запишите сколько нулей будет в конечной строке.

НАЧАЛО

ПОКА нашлось (10) ИЛИ нашлось (1)

ЕСЛИ нашлось (10)

ТО заменить (10, 001)

ИНАЧЕ заменить (1, 00)

КОНЕЦ ЕСЛИ

КОНЕЦ ПОКА

КОНЕЦ

**Решение.**

Рассмотрим пример.

Возьмём исходную комбинацию 100. Далее 10 заменим на 001, получится 0010. Потом еще раз, получим 00001. И на последнем шаге 1 заменим на 00. В итоге получается 000000.

Сделаем вывод: на каждом шаге в строчке добавляются два нуля слева от единицы и удаляется один нуль справа от неё. Число нулей удвоилось. Последним шагом единица заменяется на два нуля.

Применим этот алгоритм на комбинацию с единицей и 75 нулями. На предпоследнем шаге нули удвоятся  $75 * 2 = 150$ , то есть будет строка из 150 нулей и одна единица. Последняя единица заменится на два нуля. Таким образом, нулей будет  $150 + 2 = 152$ .

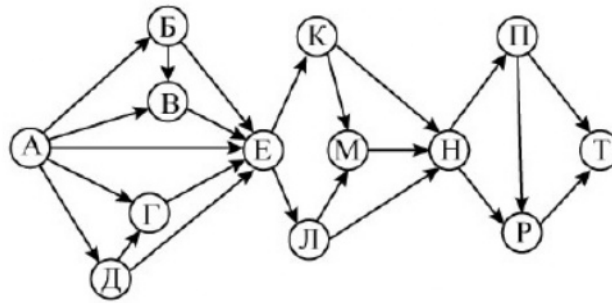
Ответ: 152.

Ответ: 152



13. Задание 13 № 10389

На рисунке изображена схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, К, Л, М, Н, П, Р, Т. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Т?



Решение.

Количество путей до города X = количество путей добраться в любой из тех городов, из которых есть дорога в X.

С помощью этого наблюдения посчитаем последовательно количество путей до каждого из городов:

$$A = 1$$

$$B = 1$$

$$V = A + B = 1 + 1 = 2$$

$$D = 1$$

$$G = A + D = 1 + 1 = 2$$

$$E = A + B + V + G + D = 1 + 1 + 2 + 1 + 2 = 7$$

$$L = E = 7$$

$$K = E = 7$$

$$M = K + L = 7 + 7 = 14$$

$$N = K + M + L = 7 + 14 + 7 = 28$$

$$P = N = 28$$

$$R = N + P = 28 + 28 = 56$$

$$T = P + R = 28 + 56 = 84$$

Ответ: 84

14. Задание 14 № 5058

В некоторой системе счисления записи десятичных чисел 66 и 40 заканчиваются на 1. Определите основание системы счисления.

Решение.

Составим уравнение для перевода числа  $66_{10}$  и  $40_{10}$  в  $n$ -ую систему счисления ( $n > 2$ ).

$$66_{10} = \dots + a \cdot n^2 + b \cdot n^1 + 1 \cdot n^0$$

$$40_{10} = \dots + c \cdot n^2 + d \cdot n^1 + 1 \cdot n^0$$

$$65_{10} = \dots + a \cdot n^2 + b \cdot n^1$$

$$39_{10} = \dots + c \cdot n^2 + d \cdot n^1$$

Так как  $n$  — целое, 65 и 39 должно делиться нацело на  $n$ . Общий делитель этих двух чисел единственен — 13.

Ответ: 13.

Ответ: 13

15. Задание 15 № 27303

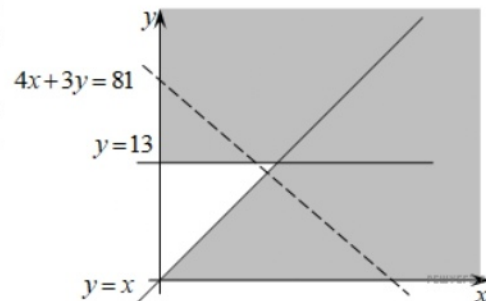
Для какого наименьшего целого неотрицательного числа  $A$  выражение

$$(4x + 3y < A) \vee (x \geq y) \vee (y \geq 13)$$

тождественно истинно, т. е. принимает значение 1 при любых целых неотрицательных  $x$  и  $y$ ?

**Решение.**

Решим задачу графически. Условия  $(x \geq y)$  и  $(y \geq 13)$  задают множество, отмеченное на рисунке закрашенной областью. Чтобы исходное выражение было тождественно истинно для любых целых и неотрицательных  $x$  и  $y$ , прямая  $4x + 3y = A$  должна проходить через точку  $(0; 27)$ . Таким образом, наименьшее целое неотрицательное  $A$ , удовлетворяющее условию задачи — это  $A$  равное 81.



**Приведем аналитическое решение.**

Если выполнено одно из условий  $(x \geq y)$  или  $(y \geq 13)$ , то заданное выражение тождественно истинно. Если же оба данных условия не выполнены, то должно выполняться условие  $(4x + 3y < A)$ .

Если  $(x < y)$  и  $(y < 13)$ , то при целых неотрицательных  $x$  и  $y$  выражение  $4x + 3y$  принимает максимальное значение при  $y = 12$  и  $x = 11$ . Это максимальное значение, равное 80, должно быть меньше  $A$ , следовательно,  $A = 81$ .

Ответ: 81.

Ответ: 81

16. Задание 16 № 7783

Ниже на пяти языках программирования записан рекурсивный алгоритм F.

Бейсик	Python
<pre>SUB F(n) PRINT n IF n &gt; 1 THEN   F(n - 1)   F(n - 3) END IF END SUB</pre>	<pre>def F(n):   print(n)   if n &gt; 1:     F(n - 1)     F(n - 3)</pre>
Паскаль	Алгоритмический язык
<pre>procedure F(n: integer); begin   writeln(n);   if n &gt; 1 then     begin       F(n - 1);       F(n - 3)     end end</pre>	<pre>алг F(цел n) нач   вывод n, нс если n &gt; 1 то   F(n - 1)   F(n - 3) все кон</pre>
C++	
<pre>void F(int n) {   cout &lt;&lt; n;   if (n &gt; 1)   {     F(n - 1);     F(n - 3);   } }</pre>	

Чему равна сумма всех чисел, напечатанных на экране при выполнении вызова F(6)?

**Решение.**

На первом шаге процедура F(6) выведет число 6 и вызовет процедуры F(5) и F(3).

На втором шаге процедуры F(5) и F(3) выведут числа 5 и 3 и вызовут процедуры F(4), F(2), F(2) и F(0).

На третьем шаге будут выведены числа 4, 2, 2 и 0; вызваны процедуры F(3), F(1), F(1), F(-1), F(1), F(-1).

На четвёртом шаге будут выведены числа 3, 1, 1, -1, 1, -1; вызваны процедуры F(2) и F(0).

На пятом шаге будут выведены числа 2, 0 и вызваны процедуры F(1), F(-1).

На шестом шаге будут выведены числа 1 и -1.

Найдём сумму выведенных чисел:

$$6 + 5 + 3 + 4 + 2 + 2 + 0 + 3 + 1 + 1 + (-1) + 1 + (-1) + 2 + 0 + 1 + (-1) = 28.$$

Ответ: 28.

Ответ: 28

17. Задание 17 № [27613](#)

Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [7525; 13486], которые делятся на 7 и не делятся на 6, 9, 14, 21. Найдите количество таких чисел и минимальное из них. В ответе запишите два целых числа без пробелов и других дополнительных символов: сначала количество, затем минимальное число.

Для выполнения этого задания можно написать программу или воспользоваться редактором электронных таблиц.

**Решение.**

Приведём решение данной задачи на языке Паскаль:

```
var count, min, i: integer;
begin
min := 20000;
count := 0;
for i := 7525 to 13486 do begin
if i mod 7 = 0 then
if i mod 6 <> 0 then
if i mod 9 <> 0 then
if i mod 14 <> 0 then
if i mod 21 <> 0 then begin
count := count + 1;
if i < min then
min := i;
end;
end;
writeln(count, min);
end.
```

ОТВЕТ: 2847525.

ОТВЕТ: 2847525

18. Задание 18 № 27669

Квадрат разлинован на  $N \times N$  клеток ( $1 < N < 17$ ). Исполнитель Робот может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: вправо или вниз. По команде вправо Робот перемещается в соседнюю правую клетку, по команде вниз — в соседнюю нижнюю. При попытке выхода за границу квадрата Робот разрушается. Перед каждым запуском Робота в каждой клетке квадрата лежит монета достоинством от 1 до 100. Посетив клетку, Робот забирает монету с собой; это также относится к начальной и конечной клетке маршрута Робота.

Задание 18

Откройте файл. Определите максимальную и минимальную денежную сумму, которую может собрать Робот, пройдя из левой верхней клетки в правую нижнюю. В ответ запишите два числа друг за другом без разделительных знаков — сначала максимальную сумму, затем минимальную.

Исходные данные представляют собой электронную таблицу размером  $N \times N$ , каждая ячейка которой соответствует клетке квадрата.

*Пример входных данных:*

1	8	8	4
10	1	1	3
1	3	12	2
2	3	5	6

Для указанных входных данных ответом должна быть пара чисел 41 и 22.

**Решение.**

Для поиска максимального значения будем работать с областью A13:J22, так как при расчетах будем использовать исходные значения монет в каждой клетке. В ячейку A13 напишем значение =A1. Для каждой ячейки левого столбца это будет сумма всех ячеек выше от текущей. Внесем в ячейку A14 формулу =A2+A13 и скопируем за маркер вниз до ячейки A22. Далее в ячейку B13 вставим формулу =B1+МАКС(A13;B12) и скопируем за маркер в ячейки B13:J22. Значение в ячейке J22 будет максимальной денежной суммой, которую сможет собрать Робот — 1496.

Аналогичным образом найдём значение минимальной денежной суммы. Вместо функции МАКС в диапазоне ячеек B13:J22 напишем функцию МИН. В таком случае значение в ячейке J22 будет минимальной денежной суммой, которую сможет собрать Робот — 782.

Ответ: 1496782.

Ответ: 1496782

19. Задание 19 № 27932

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 76. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 76 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 75$ .

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение  $S$ , когда такая ситуация возможна.

**Решение.**

Минимальное значение:  $S = 9$ . Петя может получить позицию 27, в которой Ваня может выиграть ходом 81. При меньших значениях  $S$  ни при каком ходе Пети Ваня не сможет выиграть первым ходом.

Ответ: 9.

Ответ: 9

20. Задание 20 № 27933

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 76. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 76 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 75$ .

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Найдите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания без разделительных знаков.

**Решение.**

Возможные значения  $S$ : 23, 24. В этих случаях Петя, очевидно, не может выиграть первым ходом. Однако он может получить кучу из 25 камней: в первом случае добавлением одного камня, во втором — добавлением двух камней. Тогда после первого хода Вани в куче будет 26 камней, или 27 камней, или 75 камней. Во всех случаях Петя увеличивает количество камней в куче в 3 раза и выигрывает вторым ходом.

Таким образом, ответ — 2324.

Ответ: 2324.

Ответ: 2324

21. Задание 21 № 27934

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 76. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 76 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 75$ .

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**Решение.**

Минимальное значение  $S$ : 22. После первого хода Пети в куче будет 23, 24 или 66 камней. Если в куче станет 66 камней, Ваня утроит количество камней и выигрывает первым ходом. В ситуации, когда в куче 23 или 24 камней, Ваня добавляет в кучу 2 или 1 камень таким образом, чтобы получилось 25 камней. В этом случае при любой игре Пети Ваня выигрывает своим следующим ходом.

Таким образом, ответ — 22.

Ответ: 22.

Ответ: 22

22. Задание 22 № 13747

Ниже на пяти языках программирования записан алгоритм. Получив на вход число  $x$ , этот алгоритм печатает два числа:  $L$  и  $M$ . Укажите наименьшее число  $x$ , при вводе которого алгоритм печатает сначала 5, а потом 7.

Бейсик	Python
<pre> DIM X, L, M AS INTEGER INPUT X L = 0 M = 0 WHILE X &gt; 0     M = M + 1     IF X MOD 2 &lt;&gt; 0 THEN         L = L + 1     END IF X = X \ 2 WEND PRINT L PRINT M </pre>	<pre> x = int(input()) L = 0 M = 0 while x &gt; 0:     M = M + 1     if x % 2 != 0:         L = L + 1     x = x // 2 print(L) print(M) </pre>
Паскаль	Алгоритмический язык
<pre> var x, L, M: integer; begin     readln(x);     L := 0;     M := 0;     while x &gt; 0 do     begin         M := M + 1;         if x mod 2 &lt;&gt; 0 then </pre>	<pre> алг нач     цел x, L, M     ввод x     L := 0     M := 0     нц пока x &gt; 0         M := M + 1         если mod(x,2) &lt;&gt; 0 </pre>

<pre>L := L + 1; x := x div 2; end; writeln(L) writeln(M) end.</pre>	<p>то</p> <pre>L := L + 1</pre> <p>все</p> <pre>x := div(x,2)</pre> <p>кц</p> <p>Вывод L, нс, M</p>
<p>кон</p> <p><b>Си++</b></p>	
<pre>#include &lt;iostream&gt; using namespace std;  int main(){     int x, L, M;     cin &gt;&gt; x;     L = 0;     M = 0;     while (x &gt; 0) {         M = M + 1;         if(x % 2 != 0) {             L = L + 1;         }         x = x / 2;     }     cout &lt;&lt; L &lt;&lt; endl &lt;&lt; M &lt;&lt; endl;     return 0; }</pre>	

**Решение.**

Данный алгоритм печатает на выходе количество единиц в двоичной записи числа  $x$  и количество всех цифр в этой записи.

Найдем наименьшее семизначное двоичное число, в записи которого присутствует пять единиц. Это число  $1001111_2 = 79$ .

Ответ: 79.

Ответ: 79



23. Задание 23 № 8670

Исполнитель Увеличитель345 преобразует число, записанное на экране. У исполнителя три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавь 3
2. Прибавь 4
3. Прибавь 5

Первая из них увеличивает число на экране на 3, вторая увеличивает это число на 4, а третья – на 5. Программа для исполнителя Увеличитель345 – это последовательность команд.

Сколько есть программ, которые число 22 преобразуют в число 42?

**Решение.**

Заметим, что все операции только лишь прибавляют некоторую константу к числу. Поэтому не важно, в каком порядке выполнять некоторый данный набор команд. Пусть  $x$  – количество первых команд,  $y$  – вторых, а  $z$  – третьих. Составим уравнение:

$$3 \cdot x + 4 \cdot y + 5 \cdot z = 20; x, y, z \geq 0; x, y, z \in \mathbb{Z}$$

А именно найдём с его помощью все наборы команд, которые подходят под условие. И уже для каждого набора в отдельности подсчитаем количество возможных перестановок.

Найдём все решения уравнения: (0, 5, 0), (4, 2, 0), (1, 3, 1), (5, 0, 1), (2, 1, 2), (0, 0, 4).

Количество перестановок для данного набора посчитаем по формуле подсчёта перестановок с повторениями:

Пусть каждого вида команд  $a$ ,  $b$  и  $c$ . Тогда всего перестановок из этих команд будет  $(a + b + c)!$

$$\frac{a!b!c!}{(a + b + c)!}$$

Найдём теперь ответ на задачу, просуммировав ответы для каждого набора:

$$\frac{5!}{5!} + \frac{6!}{4!2!} + \frac{5!}{3!} + \frac{6!}{5!} + \frac{5!}{2!2!} + \frac{4!}{4!} = 1 + 15 + 20 + 30 + 6 + 1 = 73$$

Ответ: 73

24. Задание 24 № [27421](#)

Текстовый файл состоит не более чем из  $10^6$  символов  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ . Определите максимальное количество идущих подряд символов, среди которых каждые два соседних различны.

Для выполнения этого задания следует написать программу. Ниже приведён файл, который необходимо обработать с помощью данного алгоритма.

[Задание 24](#)

**Решение.**

Для решения данной задачи будем посимвольно считывать текстовый файл. Объявим переменные  $c1$  и  $c2$ , которые будут хранить предыдущий символ в файле и текущий. Также объявим переменные  $k$  и  $max$ . Первая нужна для определения длины каждой последовательности неповторяющихся символов, вторая — для хранения максимальной длины такой последовательности. Алгоритм будет сравнивать значение текущего символа со значением предыдущего и, если символы не будут повторяться, увеличивать значения счётчика  $k$  на 1.

**Приведём решение данной задачи на языке Pascal.**

```
var k, max: integer;
c1, c2: char;
f: text;
begin
  assign(f, 'C:\24.txt');
  reset(f);
  c1 := '0';
  c2 := '0';
  k := 1;
  max := 0;
  while not Eof(f) do begin
    c2 := c1;
    read(f, c1);
    if (c1 <> c2) and (c2 <> '0') then begin
      k := k + 1;
    end
    else begin
      if k > max then
        max := k;
      k := 1;
    end;
  end;
  if k > max then
    max := k;
  writeln(max);
end.
```

В результате работы данного алгоритма при вводе данных из файла в условии получаем ответ — 35.

Ответ: 35.

*Примечание.* Путь к файлу необходимо указать согласно расположению файла на Вашем компьютере.

Ответ: 35

25. Задание 25 № [33527](#)

Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку  $[101000000; 102000000]$ , у которых ровно три различных чётных делителя (при этом количество нечётных делителей может быть любым). В ответе перечислите найденные числа в порядке возрастания.

Ответ:


**Решение.**

Заметим, что, поскольку необходимо найти чётные делители числа, можно не рассматривать нечётные числа из диапазона. Если число чётное, то 1 четный делитель у него уже есть, поэтому переменную count будем объявлять со значением 1. Находя очередной делитель числа, будем проверять, является ли этот делитель чётным, и, если является, будем прибавлять к переменной count единицу. Также заметим, что у каждого делителя числа есть парный делитель — если он чётный, будем прибавлять к переменной count единицу. Также учтём то, что у числа может быть 2 одинаковых делителя (например, у числа 4 два одинаковых делителя — числа 2 и 2).

**Приведём решение на языке Pascal.**

```
var
    count, i, j, k, sqrtI: longint;
begin
    for i := 101000000 to 102000000 do if i mod 2 = 0 then begin
        count := 1;
        sqrtI := round(sqrt(i));
        for j := 2 to sqrtI do begin
            if i mod j = 0 then begin
                if j mod 2 = 0 then count := count + 1;
                k := i div j;
                if k mod 2 = 0 then begin
                    count:=count + 1;
                    if j = k then count:=count - 1;
                end;
                if count > 3 then break;
            end;
        end;
        if count = 3 then writeln(i);
    end;
end.
```

В результате работы программа должна вывести следующее:

```
101075762
101417282
101588258
101645282
```

**Примечание.**

Заметим, что в данной программе условие  $j = k$  и соответствующая команда  $count = count - 1$  не будут выполнены ни разу, поскольку если квадратный корень из числа четный, то это число делится на 4, и количество его четных делителей превысит 3 до того, как переменная  $j$  станет

равна квадратному корню из числа.

Приведем решение, которое предложил Данил.

Число имеет ровно три четных делителя, если оно имеет вид  $2 \cdot p^2$ , где  $p$  — простое число. Следовательно, можно искать квадратный корень из числа, деленного на 2. Если этот квадратный корень является простым числом, то само число имеет ровно три четных делителя.

Приведем программу на языке Pascal, реализующую этот способ.

```
var
  i,j,p,simple: longint;
begin
  for i := 101000000 to 102000000 do if i mod 2 = 0 then begin
    p := round(sqrt(i div 2));
    if 2*p*p = i then begin
      simple := 1;
      for j := 2 to p - 1 do if p mod j = 0 then begin
        simple := 0;
        break;
      end;
      if simple = 1 then writeln(i);
    end;
  end;
end.
```

Приведем математическое обоснование данного способа.

Пусть разложение числа  $m$  на простые множители имеет вид  $m = a_0^{k_0} a_1^{k_1} \dots a_n^{k_n}$ , тогда количество делителей числа  $m$  равно  $(k_0 + 1) \cdot (k_1 + 1) \dots (k_n + 1)$ . В частности, четное число раскладывается на множители как  $2^{k_0} a_1^{k_1} \dots a_n^{k_n}$ , где множители  $a_i$  — нечетные числа. Тогда число имеет  $(k_0) \cdot (k_1 + 1) \cdot (k_2 + 1) \dots (k_n + 1)$  четных делителей и  $(k_1 + 1) \cdot (k_2 + 1) \dots (k_n + 1)$  нечетных.

По условию задачи требуется, чтобы число имело 3 четных делителя. Число 3 можно представить в виде произведения единственным способом  $1 \cdot (2 + 1)$ , следовательно, разложение искомого числа на простые множители должно иметь вид  $2 \cdot p^2$ .

Ответ: 101075762&101417282&101588258&101645282

## 26. Задание 26 № 33198

Для перевозки партии грузов различной массы выделен грузовик, но его грузоподъемность ограничена, поэтому перевезти сразу все грузы не удастся. Грузы массой от 200 до 210 кг грузят в первую очередь, гарантируется, что все такие грузы поместятся. На оставшееся после этого место стараются взять как можно больше грузов. Если это можно сделать несколькими способами, выбирают тот способ, при котором самый большой из выбранных грузов имеет наибольшую массу. Если и при этом условии возможно несколько вариантов, выбирается тот, при котором наибольшую массу имеет второй по величине груз, и т. д. Известны количество грузов, масса каждого из них и грузоподъемность грузовика. Необходимо определить количество и общую массу грузов, которые будут вывезены при погрузке по вышеописанным правилам.

**Входные данные.**

### Задание 26

Первая строка входного файла содержит два целых числа:  $N$  — общее количество грузов и  $M$  — грузоподъемность грузовика в кг. Каждая из следующих  $N$  строк содержит одно целое число — массу груза в кг.

В ответе запишите два целых числа: сначала максимально возможное количество грузов, затем их общую массу.

**Пример входного файла:**

6 605  
140  
205  
120  
160  
100  
340

В данном случае сначала нужно взять груз массой 205 кг. После этого можно вывезти ещё максимум 3 груза. Это можно сделать тремя способами: 140 + 120 + 100, 140 + 160 + 100, 120 + 160 + 100. Выбираем способ, при котором вывозится груз наибольшей возможной массы. Таких способов два: 140 + 160 + 100 и 120 + 160 + 100. Из этих способов выбираем тот, при котором больше масса второго по величине груза, то есть 140 + 160 + 100. Всего получается 4 груза общей массой 605 кг. В ответе надо записать числа 4 и 605.

Ответ:

**Решение.**

Сначала считаем в массив данные из файла. После этого отсортируем массив в порядке возрастания. Таким образом, последовательно складывая элементы массива с начала и, сравнивая сумму с размером грузоподъемности грузовика, получим максимальное количество грузов, которые могут поместиться в грузовике. Далее, вычитая из найденной суммы вес наибольшего груза в текущей последовательности, будем пробовать прибавлять грузы с большим весом. Далее такую же последовательность действий применим ко второму по величине грузу, потом к третьему и т. д.

**Приведём решение на языке PascalABC.**

```
var
i, j, t, count: integer;
a: array [1..1000] of integer;
s: integer;
n: integer;
sum: integer;
maxi: integer;
f: text;
begin
    assign(f, 'C:\Users\Александр\Desktop\РешуЕГЭ\Временные файлы\26.txt');
    reset(f);
    readln(f, n, s);
    sum := 0;
    count := 0;
    for i := 1 to 1000 do a[i] := 0;
    for i := 1 to n do begin
        readln(f, t);
        if ((t >= 200) and (t <= 210) and (sum + t <= s)) then begin
            sum := sum + t;
            count := count + 1;
        end
        else
            a[i] := t;
    end;
    for i := 1 to n do
        for j := i + 1 to n do
            if a[i] > a[j] then begin
                t := a[i];
                a[i] := a[j];
```

```

        a[j] := t;
    end;
maxi := 1;
for i := count+1 to n do
    if sum + a[i] <= s then begin
        sum := sum + a[i];
        count := count + 1;
        maxi := i;
    end;
for i := maxi downto 1 do begin
    sum := sum - a[i];
    t := i;
    for j := maxi to n do
        if (sum + a[j]) <= s then t := j
        else break;
    sum := sum + a[t];
    n:=t-1;
end;
writeln(count, ' ', sum);
end.

```

В результате работы данного алгоритма при вводе данных из файла в условии получаем ответ — 123 10000.

Ответ: 123 10000.

*Примечание.* Путь к файлу необходимо указать согласно расположению файла на Вашем компьютере.

Ответ: 123&10000

### 27. Задание 27 № 28130

Дана последовательность  $N$  целых положительных чисел. Необходимо определить количество пар элементов этой последовательности, сумма которых делится на  $m = 80$  и при этом хотя бы один элемент из пары больше  $b = 50$ .

**Входные данные.**

[Файл А](#)

[Файл В](#)

В первой строке входных данных задаётся количество чисел  $N$  ( $2 \leq N \leq 10\,000$ ). В каждой из последующих  $N$  строк записано одно натуральное число, не превышающее 10000.

Пример организации исходных данных во входном файле:

```

6
40
40
120
30
50
110

```

Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:

```

3

```

В ответе укажите два числа: сначала количество пар для файла А, затем для файла В.

Ответ:

*Пояснение.* Из данных шести чисел можно составить три пары, удовлетворяющие условию:

(40,□20), (40,□20), (50,□10). У пар (40,□40) и (30,□50) сумма делится на 80, но оба элемента в этих парах не превышают 50.

**Решение.**

Сумма двух элементов кратна  $m$ , если сумма их остатков от деления на  $m$  равна  $m$  или 0.

Создадим два массива по  $m$  элементов в каждом и будем хранить в них количество элементов последовательности, имеющих соответствующий остаток от деления на  $m$ ; в массиве  $a0$  будем подсчитывать элементы, не превышающие  $b$ , в массиве  $a1$  — превышающие.

После завершения ввода количество подходящих пар с меньшим остатком  $p$  от 1 до 39 можно подсчитать по формуле

$$(a0[p]+a1[p])*a1[m-p] + a1[p]*a0[m-p].$$

Для остатков 0 и 40 остаток у чисел из пары совпадает, поэтому количество пар для этих остатков равно

$$a0[p]*a1[p] + a1[p]*(a1[p]-1)/2.$$

Общее количество пар можно найти как сумму пар по всем остаткам. Ниже приведена программа на алгоритмическом языке, реализующая этот алгоритм.

**Приведём решение задачи на языке PascalABC.**

```
const m = 80;
const b = 50;
var
a0: array[0..m-1] of integer;
a1: array[0..m-1] of integer;
i, N: integer;
x: integer;
p: integer;
s: integer;
f: text;
begin
for i := 0 to m-1 do begin
a0[i] := 0;
a1[i] := 0;
end;
assign(f,'28130_A.txt');
reset(f);
readln(f, N);
for i := 0 to N-1 do begin
readln(f, x);
p:= x mod m;
if x <= b then a0[p] := a0[p]+1
else a1[p] := a1[p]+1;
end;
p := 0;
s := a0[p]*a1[p] + ((a1[p]*(a1[p]-1)) div 2);
p := m div 2;
s := s + a0[p]*a1[p] + ((a1[p]*(a1[p]-1)) div 2);
for p := 1 to ((m div 2)-1) do
s := s + (a0[p]+a1[p])*a1[m-p] + a1[p]*a0[m-p];
writeln(s);
end.
```

В результате работы данного алгоритма при вводе данных из файла А ответ — 3, из файла В — 625350.

**Приведём решение задачи Давида Шамугия на языке PascalABC.**

```

const m = 80;
const b = 50;
var
a:array[0..m-1,0..1] of integer;
i,j,n,x,c,t,p:integer;
f:text;
begin
c:=0;
for i:=0 to m-1 do
for j:=0 to 1 do
a[i,j]:=0;
assign(f,'C:\28130_A.txt');
reset(f);
readln(f,n);
readln(f,x);
for i:=1 to n-1 do begin
t:=0;
if x > b then t:=1;
inc(a[x mod m,t]);
readln(f,x);
p:=(m - x mod m) mod m;
if x > b then
c:=c+a[p,0]+a[p,1]
else
c:=c+a[p,1]
end;
print(c)
end.

```

В результате работы данного алгоритма при вводе данных из файла А ответ — 3, из файла В — 625350.

*Примечание.* Путь к файлу необходимо указать согласно расположению файла на Вашем компьютере.

ОТВЕТ: 3&625350