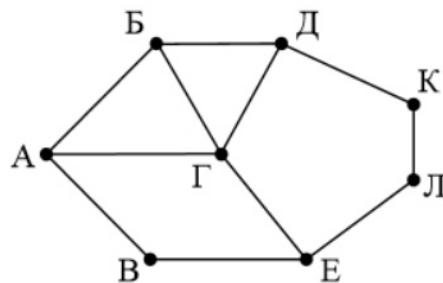


Вариант № 9169601

1. Задание 1 № 13533

На рисунке схема дорог Н-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длине этих дорог в километрах.

| | П1 | П2 | П3 | П4 | П5 | П6 | П7 | П8 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| П1 | | 15 | | 20 | | | | 18 |
| П2 | 15 | | 25 | | | | | |
| П3 | | 25 | | | | 24 | | 22 |
| П4 | 20 | | | | | | 12 | |
| П5 | | | | | 13 | 16 | 17 | |
| П6 | | | 24 | 13 | | | | 15 |
| П7 | | | | 12 | 16 | | | |
| П8 | 18 | | 22 | | 17 | 15 | | |



Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графике. Определите длину дороги от пункта В до пункта Е. В ответе запишите целое число.

Решение.

- 1) Поскольку Г — единственная вершина, степень которой равна 4, то ей соответствует П8.
- 2) В — единственная вершина степени 2, у которой оба ребра ведут в вершину, которая имеет ребро с Г. Тогда В соответствует П2.
- 3) Можно найти Е — это вершина, у которой есть ребро в Г и В, но при этом, в отличие от А, третье ребро ведет в вершину, из которой нет ребра в Г. Тогда Е — это П1. Дорога из П2 в П1 равна 15.

Ответ: 15.

Ответ: 15

2. Задание 2 № 27399

Логическая функция F задаётся выражением $(x \vee y) \wedge \neg(y \equiv z) \wedge \neg w$. На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий неповторяющиеся строки. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

| Переменная 1 | Переменная 2 | Переменная 3 | Переменная 4 | Функция |
|--------------|--------------|--------------|--------------|---------|
| 1 | | 1 | | 1 |
| 0 | 1 | | 0 | 1 |
| | 1 | 1 | 0 | 1 |

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала — буква, соответствующая первому столбцу; затем — буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и фрагмент таблицы истинности:

| Переменная 1 | Переменная 2 | Функция |
|--------------|--------------|---------|
| ??? | ??? | F |
| 0 | 1 | 0 |

Тогда первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

Решение.

Значение выражения всегда ложно тогда, когда переменная w равна 1, следовательно, столбцы, в которых содержится единица, не могут соответствовать переменной w , то есть переменной w соответствует четвёртый столбец.

Чтобы выражение было истинным, переменная z или переменная y должна принимать значение 0. Значит, в первом столбце в третьей строке должен стоять 0. Из третьей строки заключим, что переменные y и z должны соответствовать первому и второму столбцам таблицы. Если переменная y будет соответствовать первому столбцу, а переменная z — второму, то во второй строке выражение окажется ложным, поскольку переменная x в третьем столбце второй строки должна быть равна 0, чтобы строки таблицы истинности не повторялись. Тогда y соответствует второму столбцу, а z — первому. Значит, третьему столбцу соответствует переменная x .

Таким образом, ответ: $zyxw$.

Приведем другое решение.

Составим таблицу истинности для выражения $(x \vee y) \wedge \neg(y \equiv z) \wedge \neg w$ и выпишем те наборы переменных, при которых данное выражение равно 0. В наборах переменные запишем в порядке x, y, z, w . Получим следующие наборы:

- (0, 1, 0, 0),
- (1, 0, 1, 0),
- (1, 1, 0, 0).

Сопоставим эти наборы с приведенным в задании фрагментом таблицы истинности.

Ни в одном из наборов переменная w не принимает единичное значение, следовательно, переменной w соответствует четвертый столбец таблицы.

Заметим, что в первой и в третьей строках таблицы как минимум две переменные принимают единичные значения, следовательно, набор (0, 1, 0, 0) может соответствовать только второй строке таблицы, тогда во второй строке в третьем столбце стоит 0, а второй столбец соответствует переменной y , принимающей в этом наборе единичное значение.

Заметим, что переменная, стоящая в третьем столбце таблицы, принимает единичное значение дважды, значит, третий столбец соответствует переменной x .

Тогда первый столбец соответствует переменной z .

Ответ: $zyxw$.

Ответ: $zyxw$

3. Задание 3 № 7359

На городской тур олимпиады по математике отбираются те учащиеся, кто набрал на районном туре не менее 12 баллов или полностью решил хотя бы одну из двух самых сложных задач (№ 6 или № 7). За полное решение задач 1–4 даётся 2 балла; задач 5, 6 — 3 балла; задачи 7 — 4 балла. Дан фрагмент таблицы результатов районного тура.

| Фамилия | Пол | Задача № 1 | Задача № 2 | Задача № 3 | Задача № 4 | Задача № 5 | Задача № 6 | Задача № 7 |
|-------------|-----|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Айвазян | ж | 1 | 0 | 2 | 1 | 0 | 3 | 3 |
| Житомирский | м | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| Иваненко | ж | 2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| Лимонов | м | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 |
| Петраков | м | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 |
| Рахимов | м | 2 | 2 | 2 | 0 | 2 | 0 | 1 |
| Суликашвили | ж | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 |
| Толкачёва | ж | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 0 |

Сколько девочек из этой таблицы прошли на городской тур?

Решение.

Во втором столбце таблицы находим строки, в которых указан пол "ж". Для этих строк находим сумму баллов за все задачи и проверяем сколько баллов получено за шестую и седьмую задачи. Если сумма баллов больше либо равна двенадцати или за задачу 6 набрано 3 балла, или за задачу 7 набрано 4 балла, то девочка проходит в городской тур. Из приведённых данных получаем, что на городской тур из девочек проходит только Айвазян.

Ответ: 1

4. Задание 4 № 10406

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только буквы А, Б, В, Г, Д, Е. Для передачи используется неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано; для букв А, Б, В используются такие кодовые слова: А — 1, Б – 010, В – 001.

Какова наименьшая возможная суммарная длина всех кодовых слов? Примечание. Условие Фано означает, что ни одно кодовое слово не является началом другого кодового слова. Коды, удовлетворяющие условию Фано, допускают однозначное декодирование.

Решение.

Перечислим возможные коды в порядке возрастания длины. Стоит сразу сказать, что любой код, начинающийся с 1, не подходит, так как код А - 1, поэтому смотрим только на те, что начинаются с 0.

0 - нельзя, Б, В начинаются с 0.

01 - нельзя из-за Б.

00 - нельзя из-за В.

000 - можно использовать, пусть это будет код Д.

011 - также можно использовать, но если мы его возьмём, то не будет больше кодов, которые можно будет взять, так как все коды, начинающиеся с 1, уже нельзя брать, а все коды, начинающиеся с 0 и имеющие длину больше трёх, начинаются с одной из этих строк: 011, 010, 001, 000.

Рассмотрели все коды с длинами от 1 до 3, поэтому теперь достаточно взять любые два подходящие кода длины 4. Например, 0111 и 0110.

В сумме длина кодов $1 + 3 + 3 + 3 + 4 + 4 = 18$.

Ответ: 18

5. Задание 5 № 11262

Автомат получает на вход четырёхзначное число. По этому числу строится новое число по следующим правилам.

1. Складываются отдельно первая и вторая цифры, вторая и третья цифры, а также третья и четвёртая цифры.

2. Из полученных трёх чисел выбираются два наибольших и записываются друг за другом в порядке неубывания без разделителей.

Пример. Исходное число: 9575. Суммы: $9 + 5 = 14$; $5 + 7 = 12$; $7 + 5 = 12$. Наибольшие суммы: 14, 12. Результат: 1214.

Укажите наименьшее число, при обработке которого автомат выдаёт результат 1517.

Решение.

Представим числа 15 и 17 в виде сумм, так чтобы одно из слагаемых было как можно меньше, используя только числа от нуля до девяти: $15 = 6 + 9$, $17 = 8 + 9$. Чтобы построить наименьшее исходное число, нужно по возможности ставить большие числа в младших разрядах, а маленькие — в старших. Наименьшее число, удовлетворяющее условию: 1698.

Ответ: 1698.

Ответ: 1698

6. Задание 6 № 3529

Определите, что будет напечатано в результате выполнения программы (записанной ниже на разных языках программирования):

| Бейсик | Паскаль |
|--|---|
| <pre>Dim s, k As Integer s = 0 k = 1 while k < 11 s = s + k k = k + 1 End While Console.WriteLine(s)</pre> | <pre>var s, k : integer; begin s:=0; k:=1; while k<11 do begin s:=s+k; k:=k+1; end; write(s); end.</pre> |
| Си++ | Алгоритмический язык |
| <pre>#include <iostream> using namespace std; int main() { int s, k; s = 0; k = 1; while (k < 11) { s = s + k; k = k + 1; } cout << s << endl; }</pre> | <pre>нач цел s, k s:=0 k:=1 нц пока k < 11 s:=s+k; k:=k+1 кц вывод s кон</pre> |
| Python | |
| <pre>s = 0 k = 1 while k < 11: s += k k += 1 print(s)</pre> | |

Решение.

Цикл while выполняется до тех пор, пока истинно условие $k < 11$, т. е. переменная k определяет, сколько раз выполнится цикл.

Цикл выполнится $\frac{11 - 1}{1} = 10$ раз. Заметим, что в s накапливается сумма арифметической прогрессии, содержащей 11 членов, с разностью 1. Следовательно, $s = \frac{0 + 1(11 - 1)}{2} 11 = 55$.

Ответ: 55

7. Задание 7 № 9759

Какой минимальный объём памяти (в Кбайт) нужно зарезервировать, чтобы можно было сохранить любое растровое изображение размером 128×128 пикселей при условии, что в изображении могут использоваться 256 различных цветов? В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

Решение.

Один пиксель кодируется 8 битами памяти, так как $2^8 = 256$.

Всего $128 \cdot 128 = 2^7 \cdot 2^7 = 2^{14}$ пикселей.

Тогда объём памяти, занимаемый изображением $2^{14} \cdot 8 = 2^{17}$ бит = 2^{14} байт = 2^4 Кбайт = 16 Кбайт.

Ответ: 16.

Ответ: 16

8. Задание 8 № 9760

Алексей составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Алексей использует 5-буквенные слова, в которых есть только буквы А, В, С, Х, причём буква Х может появиться на первом месте или не появиться вовсе. Сколько различных кодовых слов может использовать Алексей?

Решение.

На первой позиции в слове могут быть все четыре буквы А, В, С и Х, а со второй по пятую — 3. Значит, всего можно составить $4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 324$ слова.

Ответ: 324.

Ответ: 324

9. Задание 9 № 27406

Откройте файл электронной таблицы, содержащей вещественные числа — результаты ежечасного измерения температуры воздуха на протяжении трёх месяцев.

Задание 9

Найдите разность между максимальным значением температуры и её средним арифметическим значением. В ответе запишите только целую часть получившегося числа.

Решение.

Для поиска максимального значения температуры воспользуемся формулой =МАКС(В2:Y92) в ячейке Z2. Максимальное значение температуры равно 38,0. Теперь в ячейке Z3 с помощью формулы =СРЗНАЧ(В2:Y92) найдём среднее арифметическое значение всех измерений — 23,7. Теперь найдём разность в ячейке Z4 с помощью формулы =Z2-Z3: $38,0 - 23,7 = 14,3$. Тогда ответ — 14.

Ответ: 14.

Ответ: 14

10. Задание 10 № 27578

С помощью текстового редактора определите, сколько раз, не считая сносок, встречается слово «вы» или «Вы» в тексте романа в стихах А. С. Пушкина «Евгений Онегин». Другие формы слова «вы» учитывать не следует. В ответе укажите только число.

Задание 10

Решение.

Воспользуемся поисковыми средствами текстового редактора. В строке поиска введем сначала « вы», потом «Вы ». Подсчитав общее количество результатов и исключив лишние, получаем ответ — 13.

Ответ: 13.

Ответ: 13

11. Задание 11 № 1907

Выбор режима работы в некотором устройстве осуществляется установкой ручек тумблеров, каждая из которых может находиться в одном из пяти положений. Каково минимальное количество необходимых тумблеров для обеспечения работы устройства на 37 режимах.

Решение.

Представим, что одно положение есть один символ, а т. к. тумблеров N , то надо составить N -буквенное слово.

Имеется 5 различных положений, значит, 5 символов. Из $M = 5$ различных символов можно составить $Q = M^N$ слов длиной N , т. е. по условию $5^N \geq 37$ слов. Находим наименьшее целое N : $N = 3$.

Ответ: 3

12. Задание 12 № 8662

Исполнитель Чертёжник перемещается на координатной плоскости, оставляя след в виде линии. Чертёжник может выполнять команду **сместиться на** (a, b) , где a, b – целые числа. Эта команда перемещает Чертёжника из точки с координатами (x, y) в точку с координатами $(x + a, y + b)$.

*Например, если Чертёжник находится в точке с координатами $(4, 2)$, то команда **сместиться на** $(2, -3)$ переместит Чертёжника в точку $(6, -1)$.*

Цикл

ПОВТОРИ число РАЗ

последовательность команд

КОНЕЦ ПОВТОРИ

означает, что **последовательность команд** будет выполнена указанное **ЧИСЛО** раз (число должно быть натуральным).

Чертёжнику был дан для исполнения следующий алгоритм (буквами n, a, b обозначены неизвестные числа, $n > 1$):

НАЧАЛО

сместиться на $(60, 100)$

ПОВТОРИ n РАЗ

сместиться на (a, b)

сместиться на $(33, 44)$

КОНЕЦ ПОВТОРИ

сместиться на $(13, 200)$

сместиться на $(-1, 60)$

КОНЕЦ

Укажите наибольшее возможное значение числа n , для которого найдутся такие значения чисел a и b , что после выполнения программы Чертёжник возвратится в исходную точку.

Решение.

За время работы программы Чертёжник сдвинется на вектор $(60 + n \cdot a + 33 \cdot n + 13 - 1, 100 + n \cdot b + 44 \cdot n + 200 + 60) = (n \cdot (a + 33) + 72, n \cdot (b + 44) + 360)$.

По условию также известно, что этот вектор равен $(0, 0)$.

Таким образом имеем:

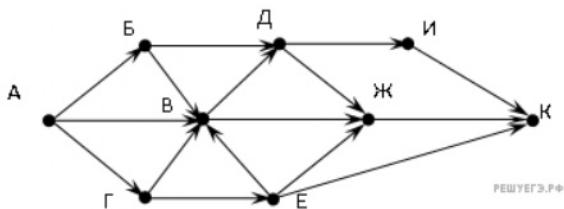
$$n \cdot (a + 33) = -72, n \cdot (b + 44) = -360$$

Ответом будет наибольший общий делитель чисел -72 и -360 — 72 .

Ответ: 72

13. Задание 13 № 3298

На рисунке — схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К?



Решение.

Начнем считать количество путей с конца маршрута — с города К. N_X — количество различных путей из города А в город X, N — общее число путей.

В "К" можно приехать из И, Ж, или Е, поэтому $N = N_K = N_I + N_J + N_E$ (1)

Аналогично:

$$N_I = N_D;$$

$$N_J = N_D + N_B + N_E;$$

$$N_E = N_G.$$

Добавим еще вершины:

$$N_D = N_B + N_V;$$

$$N_B = N_B + N_A + N_G + N_E;$$

$$N_G = N_A = 1;$$

$$N_B = N_A = 1.$$

Преобразуем вершины:

$$N_I = N_D = 5;$$

$$N_J = N_D + N_B + N_E = 5 + 4 + 1 = 10;$$

$$N_E = N_G = 1.$$

$$N_D = N_B + N_V = 1 + 4 = 5;$$

$$N_B = N_B + N_A + N_G + N_E = 1 + 1 + 1 + 1 = 4;$$

$$N_G = N_A = 1;$$

$$N_B = N_A = 1.$$

Подставим в формулу (1):

$$N = N_K = 5 + 10 + 1 = 16.$$

Ответ: 16

14. Задание 14 № [14702](#)

В какой системе счисления выполняется равенство $12 \cdot 13 = 222$?

В ответе укажите число – основание системы счисления.

Решение.

Пусть равенство $12 \cdot 13 = 222$ записано в системе счисления с основанием n . Тогда можем составить уравнение $(n+2)(n+3) = 2n^2 + 2n + 2$ или $n^2 - 3n - 4$. Корни уравнения 4 и -1. Поскольку n — натуральное число, то $n = 4$.

Ответ: 4.

Ответ: 4

15. Задание 15 № [29663](#)

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$(A < 50) \wedge (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 10) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 12)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Решение.

Рассмотрим такие x , при которых скобка $(\text{ДЕЛ}(x, 10) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 12))$ будет ложной. Это x , которые делятся без остатка одновременно на 10 и на 12. Наименьшее общее кратное этих чисел равно 60.

Следовательно, для $x = 60$ выражение $\neg \text{ДЕЛ}(x, A)$ должно быть ложным, то есть число 60 должно делиться на $A < 50$. Наибольшим таким A является число 30. Это и будет ответ.

Ответ: 30.

Ответ: 30

16. Задание 16 № 13357

Ниже на пяти языках программирования записана рекурсивная функция (процедура) F.

| Бейсик | Python |
|--|--|
| SUB F(n) PRINT n, IF n >= 3 THEN F(n - 1) F(n - 3) END IF END SUB | def F(n): print(n) if n >= 3: F(n - 1) F(n - 3) |
| Паскаль | Алгоритмический язык |
| procedure F(n: integer); begin write(n); if n >= 3 then begin F(n - 1); F(n - 3); end end; | алг F(цел n) нач вывод n если n >= 3 то F(n - 1) F(n - 3) все кон |
| Си | |
| void F(int n) { cout « n « endl; if (n >= 3) { F(n - 1); F(n - 3); } } | |

Что выведет программа при вызове F(5)? В ответе запишите последовательность выведенных цифр слитно (без пробелов).

Решение.

Промоделируем работу алгоритма.

```
F (5)
  F (4)
    F (3)
      F (2)
        F (0)
    F (1)
  F (2)
```

Таким образом, на экран будет выведено: 5432012.

Ответ: 5432012.

Ответ: 5432012

17. Задание 17 № [27615](#)

Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [3521; 13019], которые делятся на 9 и 15 и не делятся на 6, 12, 17, 21. Найдите количество таких чисел и минимальное из них. В ответе запишите два целых числа без пробелов и других дополнительных символов: сначала количество, затем минимальное число.

Для выполнения этого задания можно написать программу или воспользоваться редактором электронных таблиц.

Решение.

Приведём решение данной задачи на языке Паскаль:

```
var count, min, i: integer;
begin
min := 20000;
count := 0;
for i := 3521 to 13019 do begin
if (i mod 9 = 0) and (i mod 15 = 0) then
if i mod 6 <> 0 then
if i mod 12 <> 0 then
if i mod 17 <> 0 then
if i mod 21 <> 0 then begin
count := count + 1;
if i < min then
min := i;
end;
end;
writeln(count, min);
end.
```

Ответ: 853555.

Ответ: 853555

18. Задание 18 № 36873

Дан квадрат 15×15 клеток, в каждой клетке которого записано целое число. В левом нижнем углу квадрата стоит робот. За один ход робот может переместиться на одну клетку вправо или на одну клетку вверх. Выходить за пределы квадрата робот не может. При этом ведётся подсчёт суммы по следующим правилам: число в очередной клетке, через которую проходит робот, включается в сумму, если оно больше числа в предыдущей клетке на пути робота. Если число в очередной клетке не больше числа в предыдущей, сумма не изменяется. Число в начальной клетке всегда включается в сумму. Необходимо переместить робота в правый верхний угол так, чтобы полученная сумма была максимальной. В ответе запишите максимально возможную сумму.

Исходные данные записаны в электронной таблице.

Задание 18

Пример входных данных (для таблицы размером 4×4):

| | | | |
|----|----|----|----|
| 44 | 42 | 89 | 37 |
| 18 | 35 | 50 | 20 |
| 6 | 41 | 26 | 64 |
| 7 | 9 | 70 | 85 |

Для указанных входных данных оптимальным маршрутом будет путь по клеткам 7, 9, 70, 26, 50, 89, 37. Итоговая сумма равна $7 + 9 + 70 + 50 + 89 = 225$. Числа 26 и 37 не включаются в сумму, так как $26 < 70$ и $37 < 89$.

Решение.

Найдём максимальную сумму. Для этого найдём максимальную сумму для каждой ячейки таблицы. В ячейку P15 скопируем значение ячейки A15. В ячейку Q15 запишем формулу $=\text{ЕСЛИ}(B15>A15;B15+P15;P15)$. Скопируем эту формулу во все ячейки в диапазоне R15:AD15. В ячейку P14 запишем формулу $=\text{ЕСЛИ}(A14>A15;A14+P15;P15)$. Скопируем эту формулу во все ячейки в диапазоне P1:P13. В ячейке Q14 запишем формулу

$=\text{МАКС}(\text{ЕСЛИ}(B14>A14;B14+P14;P14);\text{ЕСЛИ}(B14>B15;B14+Q15;Q15))$

и скопируем эту формулу во все ячейки диапазона Q1:AD14. Таким образом, в ячейке AD1 получим значение максимальной суммы — 1403.

Ответ: 1403.

Ответ: 1403

19. Задание 19 № 27786

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

**добавить в одну из куч один камень или
увеличить количество камней в куче в два раза .**

Например, пусть в одной куче 6 камней, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать $(6, 9)$. За один ход из позиции $(6, 9)$ можно получить любую из четырёх позиций: $(7, 9)$, $(12, 9)$, $(6, 10)$, $(6, 18)$. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 86. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 86 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 14 камней, во второй куче — S камней, $1 \leq S \leq 71$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, т.е не гарантирующие выигрыш независимо от игры противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

Решение.

Минимальное значение $S = 18$. Петя может получить позицию $(14, 36)$, в которой Ваня может выиграть ходом $(14, 72)$. При меньших значениях S ни при каком ходе Пети Ваня не сможет выиграть первым ходом.

Ответ: 18.

Ответ: 18

20. Задание 20 № 27787

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

**добавить в одну из куч один камень или
увеличить количество камней в куче в два раза .**

Например, пусть в одной куче 6 камней, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать $(6, 9)$. За один ход из позиции $(6, 9)$ можно получить любую из четырёх позиций: $(7, 9)$, $(12, 9)$, $(6, 10)$, $(6, 18)$. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 86. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 86 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 14 камней, во второй куче — S камней, $1 \leq S \leq 71$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, т.е не гарантирующие выигрыш независимо от игры противника.

Найдите два таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания без разделительных знаков.

Решение.

Возможные значения S : 28, 35. В этих случаях Петя, очевидно, не может выиграть первым ходом. Однако при $S = 28$ Петя может получить позицию $(28, 28)$, а при $S = 35$ позицию $(15, 35)$.

В первом случае после хода Вани возникнет одна из позиций $(29, 28)$, $(56, 28)$, $(28, 29)$, $(28, 56)$, во втором случае — одна из позиций $(16, 35)$, $(30, 35)$, $(15, 36)$, $(15, 70)$. В любой из перечисленных позиций Петя может выиграть, удвоив количество камней в большей куче.

Таким образом, ответ — 2835.

Ответ: 2835.

Ответ: 2835

21. Задание 21 № 27788

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

добавить в одну из куч один камень или
увеличить количество камней в куче в два раза .

Например, пусть в одной куче 6 камней, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать (6, 9). За один ход из позиции (6, 9) можно получить любую из четырёх позиций: (7, 9), (12, 9), (6, 10), (6, 18). Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 86. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 86 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 14 камней, во второй куче — S камней, $1 \leq S \leq 71$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, т.е не гарантирующие выигрыш независимо от игры противника.

Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Решение.

Возможное значение S : 34. После первого хода Пети возможны позиции (15, 34), (28, 34), (14, 35), (14, 68). В позициях (28, 34) и (14, 68) Ваня может выиграть первым ходом, удвоив количество камней в любой куче. Из позиций (15, 34) и (14, 35) Ваня может получить позицию (15, 35), в этом случае после хода Пети возникнет одна из позиций (16, 35), (30, 35), (15, 36), (15, 70). В любой из перечисленных позиций Ваня может выиграть, удвоив количество камней в большей куче.

Таким образом, ответ — 34.

Ответ: 34.

Ответ: 34

22. Задание 22 № 7792

Ниже на пяти языках программирования записан алгоритм. Получив на вход число x , этот алгоритм печатает числа: a и b . Укажите наибольшее четырехзначное число x , при вводе которого алгоритм печатает сначала 5, а потом 7.

| Бейсик | Python |
|---------------------|------------------|
| DIM X, Y, A, B AS | |
| INTEGER | |
| A = 10 | a = 10 |
| B = 0 | b = 0 |
| INPUT X | x = int(input()) |
| WHILE X > 0 | while x > 0: |
| Y = X MOD 10 | y = x % 10 |
| X = X \ 10 | x = x // 10 |
| IF Y < A THEN A = Y | if y < a: |
| IF Y > B THEN B = Y | a = y |
| WEND | if y > b: |
| PRINT A | b = y |
| | print(a) |

| | |
|--|--|
| PRINT В | print(b) |
| Паскаль | Алгоритмический язык |
| <pre>var x, y, a, b: integer; begin a := 10; b := 0; readln(x); while x > 0 do begin y := x mod 10; x := x div 10; if y < a then a := y; if y > b then b := y; end; writeln(a); writeln(b) end.</pre> | <pre>алг нач цел x, y, a, b a := 10 b := 0 ввод x нц пока x > 0 y := mod(x, 10) x := div(x, 10) если y < a то a := y все если y > b то b := y все кц вывод a, нс, b кон</pre> |
| Си++ | |
| <pre>#include <iostream> using namespace std; int main() { int x, y, a, b; a = 10; b = 0; cin >> x; while (x > 0) { y = x % 10; x = x / 10; if (y < a) a = y; if (y > b) b = y; } cout << a << endl << b << endl; }</pre> | |

Решение.

Рассмотрим цикл, число шагов которого зависит от изменения переменной x:

```
while x > 0 do begin
  y := x mod 10;
  x := x div 10;
  ...
end;
```

Т. к. оператор div возвращает целую часть от деления, то при делении на 10 это равносильно отсечению последней цифры. Следовательно, цикл выполнится четыре раза.

В переменную a записывается остаток от деления числа x на 10 при условии, что этот остаток меньше числа уже записанного в переменной a. В переменную b записывается остаток от деления числа x на 10 при условии, что этот остаток больше числа уже записанного в переменной b. Таким образом, в переменную a записывается наименьшая цифра числа x, а в переменную b — наибольшая. Значит, наибольшее число, удовлетворяющее условию задачи — 7775.

Ответ: 7775.

Ответ: 7775

23. Задание 23 № [13552](#)

Исполнитель Осень16 преобразует число на экране.

У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

- 1) Прибавить 1;
- 2) Прибавить 2;
- 3) Прибавить 4.

Первая команда увеличивает число на экране на 1, вторая увеличивает его на 2, третья — увеличивает на 4.

Программа для исполнителя Осень16 — это последовательность команд.

Сколько существует программ, для которых при исходном числе 1 результатом является число 15 и при этом траектория вычислений содержит число 8?

Траектория вычислений программы — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 121 при исходном числе 7 траектория будет состоять из чисел 8, 10, 11.

Решение.

Используем метод динамического программирования: Заведем массив dp , где $dp[i]$ — количество способов получить число i через данные команды.

База динамики $dp[1] = 1$.

Переходы будут иметь вид:

$$dp[i] = dp[i-1] + dp[i-2] + dp[i-4].$$

При этом, если $i-1$ или $i-2$ или $i-4$ меньше 8, а i больше 8, то тогда его не нужно учитывать (поскольку тогда мы обойдем число 8, а этого нельзя делать по условию).

Далее будут значения от 1 до 15 в нашем массиве dp : 1 1 2 3 6 10 18 31 31 62 93 186 310 558 961

Ответ: 961.

Ответ: 961

24. Задание 24 № 27689

Текстовый файл состоит не более чем из 10^6 символов X , Y и Z . Определите максимальную длину цепочки вида $XYZXYZXYZ\dots$ (составленной из фрагментов XYZ , последний фрагмент может быть неполным).

Для выполнения этого задания следует написать программу. Ниже приведён файл, который необходимо обработать с помощью данного алгоритма.

Задание 24

Решение.

Для решения данной задачи будем посимвольно считывать текстовый файл. Объявим переменные: s — строка для работы с символами из файла, $maxCount$ — максимальная длина последовательности, $count$ — временное хранение длины последовательности, i — переменная для перебора всех символов. Алгоритм будет сравнивать значения на трех позициях, если символы будут удовлетворять нужным условиям, то значение счетчика будет увеличиваться на 1.

Приведём решение данной задачи на языке Pascal.

```
begin
  var s: string;
  var i, count, maxCount: integer;
  assign(input, '24.txt');
  readln(s);
  count:=0;
  maxCount:=0;
  for i:=1 to Length(s) do
    if ((s[i]='X') and (count mod 3=0)) or
       ((s[i]='Y') and (count mod 3=1)) or
       ((s[i]='Z') and (count mod 3=2)) then begin
      count := count+1;
      if count > maxCount then
        maxCount := count;
    end
    else if s[i]='X' then count:=1
    else count := 0;

  writeln(maxCount);
end.
```

В результате работы данного алгоритма при вводе данных из файла в условии получаем ответ — 13.

Ответ: 13.

Ответ: 13

25. Задание 25 № 27850

Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [245690; 245756] простые числа. Выведите на экран все найденные простые числа в порядке возрастания, слева от каждого числа выведите его порядковый номер в последовательности. Каждая пара чисел должна быть выведена в отдельной строке.

Например, в диапазоне [5; 9] ровно два различных натуральных простых числа — это числа 5 и 7, поэтому для этого диапазона вывод на экране должна содержать следующие значения:

1 5
3 7

Ответ:

| | |
|--|--|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

Примечание. Простое число — натуральное число, имеющее ровно два различных натуральных делителя — единицу и самого себя.

Решение.

Решим задачу перебором. Будем проверять количество делителей каждого числа из диапазона, если их количество равно двум — выводим пару чисел на экран.

Приведём решение на языке Pascal.

```
var
x, count, numDel, i, j: longint;
begin
count := 0;
for i := 245690 to 245756 do begin
count := count + 1;
numDel := 2;
for j := 2 to round(sqrt(i)) do begin
if i mod j = 0 then begin
numDel := numDel + 1;
if numDel > 2 then break;
end;
end;
if numDel = 2 then writeln(count, ' ', i);
end;
end.
```

В результате работы программы должна вывести следующее:

22 245711
30 245719
34 245723
52 245741
58 245747
64 245753

Ответ:

22&245711&30&245719&34&245723&52&245741&58&245747&64&245753

26. Задание 26 № 29674

Продавец предоставляет покупателю, делающему большую закупку, скидку по следующим правилам:

- на каждый второй товар стоимостью больше 50 рублей предоставляется скидка 25%;
- общая стоимость покупки со скидкой округляется вверх до целого числа рублей;
- порядок товаров в списке определяет продавец и делает это так, чтобы общая сумма скидки была наименьшей.

По известной стоимости каждого товара в покупке необходимо определить общую стоимость покупки с учётом скидки и стоимость самого дорогого товара, на который будет предоставлена

скидка.

Входные данные.

Задание 26

Первая строка входного файла содержит число N — общее количество купленных товаров. Каждая из следующих N строк содержит одно целое число — стоимость товара в рублях.

В ответе запишите два целых числа: сначала общую стоимость покупки с учётом скидки, затем стоимость самого дорогого товара, на который будет предоставлена скидка.

Пример входного файла:

6
125
50
490
215
144
320

В данном случае товар стоимостью 50 не участвует в определении скидки, остальные товары продавцу выгодно расположить в таком порядке цен: 490, 125, 215, 144, 320. Тогда скидка предоставляется на товары стоимостью 125 и 144. Стоимость этих двух товаров со скидкой составит 201,75 руб., после округления — 202 руб. Общая стоимость покупки составит:

$$50 + 490 + 215 + 320 + 202 = 1277 \text{ руб.}$$

Самый дорогой товар, на который будет получена скидка, стоит 144 руб. В ответе нужно записать числа 1277 и 144.

Ответ:

Решение.

Заметим, что числа, меньшие 51 можно сразу суммировать, поскольку на них скидка не распространяется. Поэтому, построчно считывая числа из файла, числа, меньшие 51, будем сразу накапливать в переменной *sum*, а остальные числа будем записывать в массив. Далее, отсортировав массив по возрастанию, будем прибавлять к переменной *sum* стоимость товара с учётом скидки, если данный элемент массива имеет индекс, меньший, чем количество чисел, поделённое пополам, и без учёта скидки в остальных случаях.

Приведём решение на языке Pascal.

```
var
cntArray, n: integer;
a: array[1..1000] of real;
num: real;
sum: real;
maxPrice: integer;
f: text;
begin
    assign(f, 'C:\26.txt');
    reset(f);
    sum := 0;
    cntArray := 1;
    readln(f, n);
    while not Eof(f) do begin
        readln(f, num);
        if num < 51 then
            sum := sum + num
        else
            a[cntArray] := num;
        inc(cntArray);
    end;
    for i := 1 to n do
        if a[i] > maxPrice then
            maxPrice := a[i];
    writeln(maxPrice);
    writeln(sum);
end.
```

```

else begin
    a [cntArray] := num;
    cntArray := cntArray + 1;
end;
end;
cntArray := cntArray - 1;
for i:integer := 1 to cntArray - 1 do
    for j:integer := 1 to cntArray - 1 do begin
        if a[j] > a[j+1] then begin
            num := a[j];
            a[j] := a[j+1];
            a[j+1] := num;
        end;
    end;
for i:integer := 1 to cntArray do
    if i <= cntArray div 2 then begin
        sum := sum + a[i]*0.75;
        maxPrice := round(a[i])
    end
    else
        sum := sum + a[i];
writeln(round(sum+0.5), ' ', maxPrice);
end.

```

В результате работы данного алгоритма при вводе данных из файла в условии получаем ответ — 469784 511.

Ответ: 469784 511.

Примечание. Путь к файлу необходимо указать согласно расположению файла на Вашем компьютере.

Ответ: 469784&511

27. Задание 27 № [28133](#)

На вход программы поступает последовательность из N целых положительных чисел. Рассматриваются все пары различных элементов последовательности (элементы пары не обязаны стоять в последовательности рядом), такие что $a_i > a_j$ при $i < j \leq N$. Среди пар, удовлетворяющих этому условию, необходимо найти и вывести пару с максимальной суммой элементов, которая делится на 120. Если среди найденных пар максимальную сумму имеют несколько, то можно напечатать любую из них. Если пар заданным условием нет, то программа должна вывести 00.

Входные данные.

[Файл А](#)

[Файл В](#)

В первой строке входных данных задаётся количество чисел N ($1 \leq N \leq 1000$). В каждой из последующих N строк записано одно натуральное число, не превышающее 10000.

В качестве результата программа должна напечатать элементы искомой пары. Если таких пар несколько, можно вывести любую из них.

Пример организации исходных данных во входном файле:

7
1
119
2

118

3

237

123

Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:

237 123

В ответе укажите четыре числа: сначала значение искомой суммы для файла *A* (два числа через пробел), затем для файла *B* (два числа через пробел).

Ответ:

Пояснение. Из 7 чисел можно составить 14 пар. В данном случае условиям удовлетворяет пара: 237 и 123. Сумма 360 делится на 120, $a_i > a_j$, а $i < j$. У всех остальных пар как минимум одно из этих условий не выполняется.

Решение.

Заметим, что сумма двух элементов кратна 120 тогда, когда сумма их остатков от деления на 120 будет равна 120 (или равна 0, если оба числа кратны 120). Необходимо хранить в массиве максимальные числа с остатками от 0 до 119, а каждое новое введённое число складывать с числами из массива и искать наибольшую сумму, кратную 120.

Приведём решение задачи на языке Pascal.

```
var
a: array[0..119] of integer;
i, j, n, x, t, n1, n2: integer;
f: text;
begin
assign(f,'28133_A.txt');
reset(f);
readln(f, n);
for i := 0 to 119 do
a[i] := 0;
n1 := 0;
n2 := 0;
for i := 1 to n do begin
readln(f, x);
t := x mod 120;
if t = 0 then t := 120;
if (a[120-t] > x) and (a[120-t] + x > n1 + n2) then begin
n1 := a[120-t];
n2 := x;
end;
if t < 120 then begin
if a[t] < x then a[t] := x;
end
else if (x > a[0]) then
a[0] := x;
end;
if n1 + n2 <> 0 then writeln(n1, ', ', n2)
else writeln('00');
end.
```

В результате работы данного алгоритма при вводе данных из файла *A* ответ — 00, из файла *B* — 9991 9689 или 9971 9709.

Примечание. Путь к файлу необходимо указать согласно расположению файла на Вашем компьютере.

Ответ: 00&9991 9689|00&9971 9709