

Часть 1

Напишите полные обоснованные решения задач 1–10.

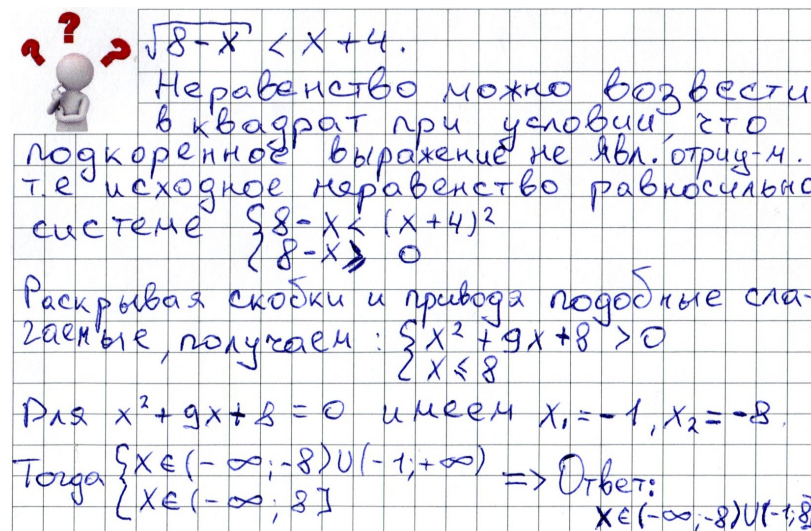
1. Решите уравнение  $|\sin \pi x| + |1 + x - 2x^2| = 0$ .
2. Найдите все пары простых чисел, разность между которыми равна 21.
3. Влад открыл банковский вклад и внёс 7000 рублей. Проценты начисляются в последний день года и суммируются с текущей величиной вклада. Ровно через один год друг Влада — Паша, открыл такой же вклад на ту же сумму. А через ещё один год Влад и Паша закрыли оба вклада. Известно, что Влад получил на 367 рублей 50 копеек больше чем Паша. Найдите процент, предлагаемый банком по вкладу.
4. Найдите сумму всех трёхзначных чисел, которые делятся на 11.
5. В студенческой группе 24 человека: 11 юношей и 13 девушек. Для участия в спортивном мероприятии необходимо выбрать трёх студентов одного пола (либо трёх юношей, либо трёх девушек). Сколькими способами это можно сделать?
6. В параллелограмме  $MNPQ$  точка  $K$  — середина стороны  $MN$ ,  $O$  — точка пересечения отрезков  $MP$  и  $QK$ . Найдите площадь треугольника  $МОК$ , если  $OM = 2$ ,  $MQ = 8$  и  $\angle PMQ = 30^\circ$ .
7. Саша и Кирилл едут на самокатах по двум перпендикулярным друг другу дорогам. До пересечения дорог им обоим осталось ехать ровно по 20 километров. Скорость движения Саши 7 км/ч, а Кирилла — 4 км/ч. Через какое время мальчики будут ближе всего друг к другу? Расстояние измеряется на плоскости.
8. Команда «Балтика» оказалась в зоне вылета в низшую лигу за 2 матча до окончания чемпионата. Чтобы остаться в текущей лиге команде необходимо набрать не менее 4 очков в двух оставшихся матчах. В случае победы команда получает 3 очка, при ничейном результате — 1 очко, в случае проигрыша — 0 очков. Найдите вероятность того, что «Балтика» сохранит место в текущей лиге, считая, что вероятности победы и поражения в каждом матче одинаковы и равны 0,35. Ответ округлите до сотых.
9. Около четырёхугольника  $MNPQ$  со сторонами  $MN = 4$ ,  $NP = 5$ ,  $PQ = 6$ ,  $QM = 2$  описана окружность. Найдите длину диагонали  $MP$ .
10. Найдите все значения  $q$ , при каждом из которых множество решений неравенства  $(q^2 - 6q + 8)x - q + 4 \geq 0$  содержит полуинтервал  $[4; 6)$ .

Часть 2

К задачам 11–12 приведены рукописные тексты решений.

- 1) Проверьте решения и опишите в Вашей работе найденные ошибки.
- 2) Предложите способ исправить ошибки, получить верное решение и дайте верный ответ.

11. Решите неравенство  $\sqrt{8-x} < x+4$ .



$\sqrt{8-x} < x+4$ .

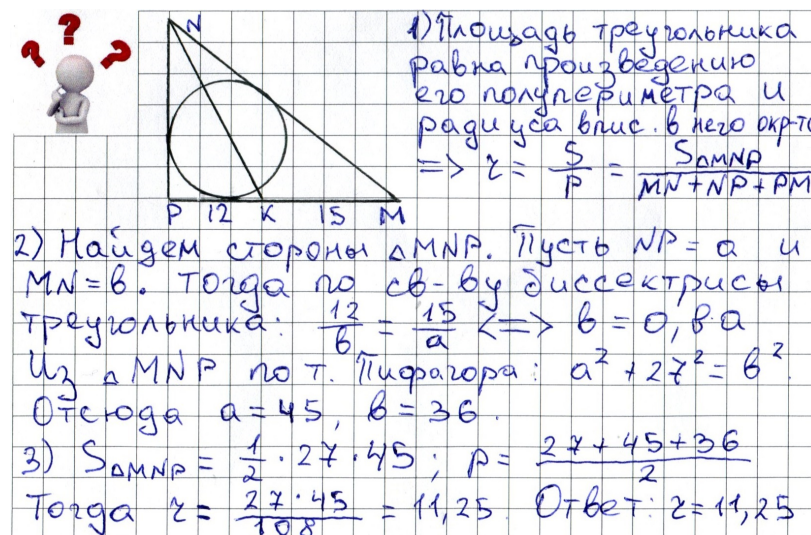
Неравенство можно возвести в квадрат при условии, что подкоренное выражение не явл. отриц.-н. т.е. исходное неравенство равносильно системе  $\begin{cases} 8-x < (x+4)^2 \\ 8-x \geq 0 \end{cases}$

Раскрывая скобки и приводя подобные слагаемые, получаем:  $\begin{cases} x^2 + 9x + 8 > 0 \\ x \leq 8 \end{cases}$

Для  $x^2 + 9x + 8 = 0$  имеем  $x_1 = -1, x_2 = -8$ .

Тогда  $\begin{cases} x \in (-\infty; -8) \cup (-1; +\infty) \\ x \in (-\infty; 8] \end{cases} \Rightarrow$  Ответ:  $x \in (-\infty; -8) \cup (-1; 8]$

12. Биссектриса  $NK$  прямоугольного треугольника  $MNP$  с прямым углом  $P$  делит сторону  $MP$  на отрезки  $MK = 15$  и  $KP = 12$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $MNP$ .



1) Площадь треугольника равна произведению его периметра и радиуса впис. в него окр-ти  $\Rightarrow r = \frac{S}{P} = \frac{S_{\triangle MNP}}{MN + NP + PM}$

2) Найдём стороны  $\triangle MNP$ . Пусть  $NP = a$  и  $MN = b$ . Тогда по св-ву биссектрисы треугольника:  $\frac{12}{6} = \frac{15}{a} \Leftrightarrow b = 0,8a$   
Из  $\triangle MNP$  по т. Пифагора:  $a^2 + 27^2 = b^2$ .  
Отсюда  $a = 45, b = 36$ .

3)  $S_{\triangle MNP} = \frac{1}{2} \cdot 27 \cdot 45$ ;  $P = \frac{27 + 45 + 36}{2}$   
Тогда  $r = \frac{27 \cdot 45}{108} = 11,25$ . Ответ:  $r = 11,25$