

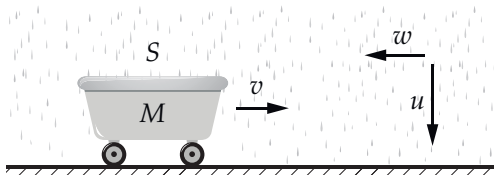


Условия задач, ответы и критерии оценивания

1. Таз на колёсиках (12 баллов)

Фольклор

Тазик на колёсиках движется под дождём по горизонтальной дороге. Суммарная масса капель в единице объёма равна ρ , а их скорость вблизи поверхности земли равна u . Площадь верхнего горизонтального сечения тазаика равна S . В нулевой момент ($t = 0$) таз пустой, его масса вместе с колёсами равна M , а скорость равна v_0 ($v_0 \ll u$). Далее везде силой трения качения и силой сопротивления воздуха можно пренебречь.



А. Пусть в дне таза есть небольшое отверстие. Дождевая вода, попадая в таз, стекает на дно, распределяется по нему тонким слоем и вытекает через отверстие. Можно считать, что масса воды в тазу пренебрежимо мала по сравнению с массой таза.

А1) Какое расстояние L_1 пройдёт таз до остановки, если капли падают вертикально? (5 баллов)

А2) Подул встречный (для тазаика) ветер, так что горизонтальная составляющая скорости капель вблизи земли оказалась равна w , а вертикальная — равна u . Какое расстояние L_2 пройдет тазик до остановки, если время движения равно t ? (2 балла)

В. В этой части задачи считается, что дырок в тазике нет, вся попадающая в таз дождевая вода остаётся в нём. За рассматриваемое время вода не заполняет таз целиком и не переливается через борт. Ветра нет, скорость капель вертикальна.

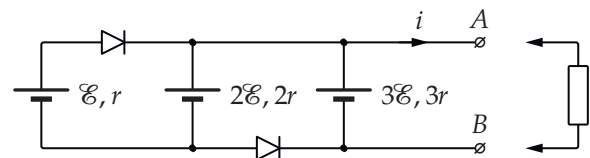
В1) Определите зависимость скорости таза от времени $v(t)$ в этом случае. (2 балла)

В2) Если таз проходит расстояние S к моменту, когда масса воды в нём становится равна массе таза M , то какое расстояние он пройдёт к моменту, когда масса воды в нём станет равна $3M$? (3 балла)

2. Изобразите характеристику (7 баллов)

По мотивам Ф753, Зильберман А. Р., [1]

В схеме специального источника напряжения, показанной на рисунке, диоды — идеальные (открываются при близком к нулю напряжении), значения ЭДС и внутреннего сопротивления равны: $\mathcal{E} = 1,5$ В и $r = 1,0$ Ом соответственно.

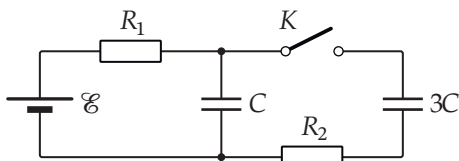


Изобразите графически зависимость $i(U)$ (ВАХ источника), где i — ток, возникающий при подключении к источнику нагрузки, а U — разность потенциалов выводов A и B : $U = \varphi_A - \varphi_B$.

3. Токи через секунду (8 баллов)

Ромашка М. Ю.

В схеме, показанной на рисунке, ключ K изначально разомкнут, конденсатор ёмкостью $C = 100$ мкФ заряжен, а конденсатор ёмкостью $3C$ не заряжен, ток в цепи равен нулю. Другие параметры схемы равны: $R_1 = 10$ МОм, $R_2 = 10$ Ом, $\mathcal{E} = 12$ В. Внутренним сопротивлением источника и сопротивлением проводов можно пренебречь.

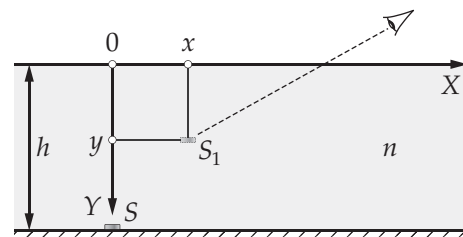


Ключ замыкают. Определите токи i_1 и i_2 , текущие через резисторы R_1 и R_2 соответственно, через одну секунду после замыкания ключа.

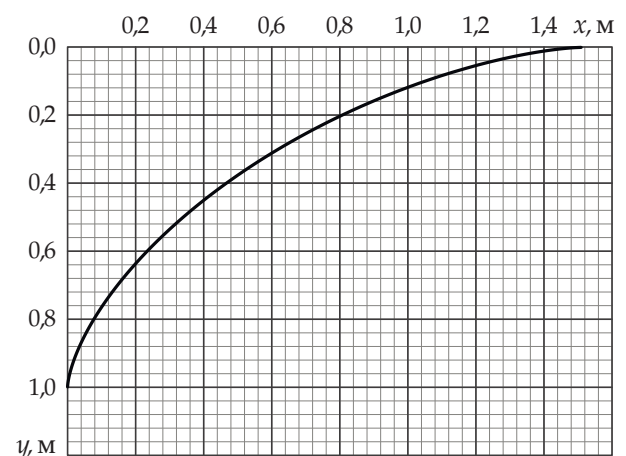
4. Рассматривая монеточку (9 баллов)

Крюков П. А.

На дне сосуда глубиной h , заполненного жидкостью с показателем преломления n , в точке с координатами $(0, h)$ (направление осей показано на рисунке) располагается монеточка S .



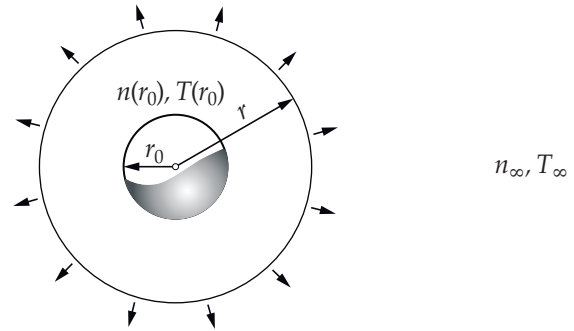
Наблюдатель видит изображение монеточки S_1 в точке с координатами (x, y) . Множество значений (x, y) для разных углов зрения изображено на графике. Используя график, найдите показатель преломления жидкости n и глубину сосуда h .



творяют уравнениям:

$$\frac{dN}{dt} = -D \cdot 4\pi r^2 \frac{dn}{dr}, \quad \frac{dQ}{dt} = -\kappa \cdot 4\pi r^2 \frac{dT}{dr}.$$

где dN — количество молекул пара, проходящих за время dt через поверхность сферы радиусом r , концентрической с каплей, dQ — количество тепла, переносимого за время dt через поверхность той же сферы; коэффициенты диффузии и теплопроводности D и κ можно считать постоянными. Маленькими стрелками на рисунке символически показан поток диффундирующих молекул пара.



5. О капле (12 баллов)

Крюков П. А.

В этой задаче рассматривается эффект уменьшения температуры капли воды вследствие испарения с её поверхности при близких к комнатным давлению и температуре.

В одном из экспериментов шарообразная капля воды радиусом порядка миллиметра удерживалась силами поверхностного натяжения на тонкой полимерной леске. Зависимость температуры капли от времени измерялась с помощью высокоточного инфракрасного тепловизора. Вдали от капли (на «бесконечности») поддерживались постоянные значения: температуры T_∞ , давления p_∞ и относительной влажности воздуха φ_∞ . Обнаружилось, что если в начальный момент температура капли была равна температуре на бесконечности T_∞ , то затем в течение короткого времени она уменьшалась до значения $T_\infty - \Delta T$ (ΔT порядка нескольких градусов) и далее длительное время оставалась постоянной. Предлагается определить величину разности температур ΔT , учитывая диффузию пара от капли на бесконечность и тепловой поток, обусловленный разностью температур капли и воздуха на бесконечности. Конвекцией и передачей тепла по леске предлагается пренебречь.

В стационарном режиме в пространстве вне капли устанавливается распределение концентрации пара $n(r)$ и температуры $T(r)$. В силу сферической симметрии концентрация и температура зависят только от расстояния до центра капли r и удовле-

А. Коэффициенты диффузии и теплопроводности D и κ , молярная масса $\mu_{\text{H}_2\text{O}}$, удельная теплота испарения воды L и радиус капли r_0 считаются известными. Изменение радиуса капли вследствие испарения можно считать незначительным.

А1) Температура у поверхности капли $T(r_0)$ и температура на бесконечности T_∞ (см. рис.) известны. Определите тепловой поток $\frac{dQ}{dt}$ и распределение температуры $T(r)$. (3 балла)

А2) Известны концентрации пара: $n(r_0)$ и n_∞ , определите массу воды, испаряющейся с поверхности капли за малое время t . (1 балл)

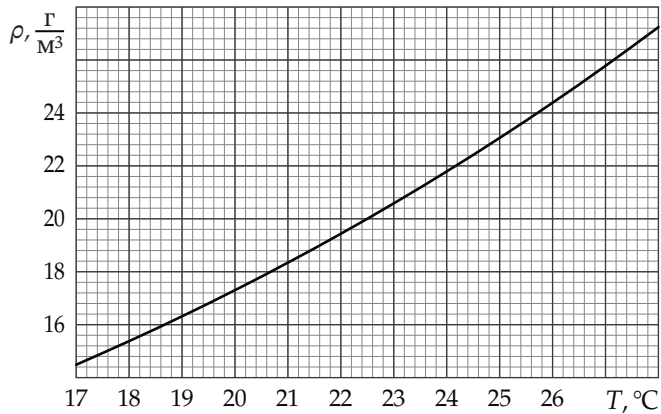
А3) Используя результаты пунктов А1) и А2), выразите разность плотностей пара у капли и на бесконечности $\Delta\rho = \rho(r_0) - \rho_\infty$ через разность температур $\Delta T = T_\infty - T(r_0)$. (1 балл)

В. Отношение коэффициентов теплопроводности и диффузии в условиях задачи удовлетворяет соотношению:

$$\frac{\kappa}{D} = \frac{v_{\text{B}}}{v_{\text{H}_2\text{O}}} \cdot \frac{c_{\text{V}}\rho_{\text{B}}}{\mu_{\text{B}}},$$

где $v_{\text{H}_2\text{O}}$ и v_{B} — среднеквадратичные скорости молекул воды и воздуха, $c_{\text{V}} = 2,5R$ — молярная теплоёмкость воздуха при постоянном объёме, ρ_{B} — плотность воздуха. Определите отношение коэффициентов при температуре 300 К. При расчёте плотности давление воздуха можно считать равным 10^5 Па. Универсальная газовая постоянная равна $R = 8,3$ Дж/(моль · К), молярные массы воды и воздуха: $\mu_{\text{H}_2\text{O}} = 18$ г/моль и $\mu_{\text{B}} = 29$ г/моль соответственно. Убедитесь в том, что при изменении температуры на 10 К отношение коэффициентов меняется незначительно. (1 балл)

С. Используя график зависимости плотности насыщенного пара воды от температуры, приведённый на рисунке ниже, а также результаты, полученные в частях **A** и **B**, определите как можно точнее величину разности температур ΔT , для следующих значений параметров на бесконечности: $T_\infty = 27^\circ\text{C}$, $\varphi_\infty = 70\%$. Удельная теплота испарения воды и давление воздуха равны: $L = 2,4 \cdot 10^6$ Дж/кг и $p_0 = 10^5$ Па соответственно. (6 баллов)



Примечание. При выполнении заданий части **A** может оказаться полезной формула:

$$\int_a^\infty \frac{dx}{x^2} = \frac{1}{a}.$$