

Справочные материалы

В экзаменационных заданиях используются следующие соглашения.

1. Обозначения для логических связок (операций):

а) *отрицание* (инверсия, логическое НЕ) обозначается \neg (например, $\neg A$);

б) *конъюнкция* (логическое умножение, логическое И) обозначается \wedge (например, $A \wedge B$) либо $\&$ (например, $A \& B$);

с) *дизъюнкция* (логическое сложение, логическое ИЛИ) обозначается \vee (например, $A \vee B$) либо $|$ (например, $A | B$);

д) *следование* (импликация) обозначается \rightarrow (например, $A \rightarrow B$);

е) *тождество* обозначается \equiv (например, $A \equiv B$). Выражение $A \equiv B$ истинно тогда и только тогда, когда значения A и B совпадают (либо они оба истинны, либо они оба ложны);

ф) символ 1 используется для обозначения истины (истинного высказывания); символ 0 — для обозначения лжи (ложного высказывания).

2. Два логических выражения, содержащих переменные, называются равносильными (эквивалентными), если значения этих выражений совпадают при любых значениях переменных. Так, выражения $A \rightarrow B$ и $(\neg A) \vee B$ равносильны, а $A \vee B$ и $A \wedge B$ неравносильны (значения выражений разные, например, при $A = 1, B = 0$).

3. Приоритеты логических операций: инверсия (отрицание), конъюнкция (логическое умножение), дизъюнкция (логическое сложение), импликация (следование), тождество. Таким образом, $\neg A \wedge B \vee C \wedge D$ означает то же, что и $((\neg A) \wedge B) \vee (C \wedge D)$.

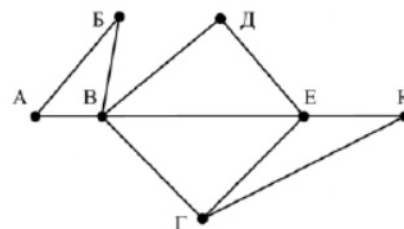
Возможна запись $A \wedge B \wedge C$ вместо $(A \wedge B) \wedge C$. То же относится и к дизъюнкции: возможна запись $A \vee B \vee C$ вместо $(A \vee B) \vee C$.

4. Обозначения Мбайт и Кбайт используются в традиционном для информатики смысле — как обозначения единиц измерения, чьё соотношение с единицей «байт» выражается степенью двойки.

1. Задание 1 № 9354

На рисунке справа схема дорог Н-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длинах этих дорог (в километрах).

	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7
П1		45		10			
П2	45			40		55	
П3					15	60	
П4	10	40				20	35
П5			15			55	
П6		55	60	20	55		45
П7				35		45	



Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, то нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите, какова длина дороги из пункта В в пункт Е. В ответе запишите целое число – так, как оно указано в таблице.

2. Задание 2 № 16377

Логическая функция F задаётся выражением $((x \rightarrow y) \equiv (y \rightarrow z)) \wedge (y \vee w)$.

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий неповторяющиеся строки таблицы истинности функции F .

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	F
0		0		1
0	0		0	1
			0	1

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала — буква, соответствующая первому столбцу; затем — буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и фрагмент таблицы истинности:

Переменная 1	Переменная 1	Функция
???	???	F
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

3. Задание 3 № 5044

В фрагменте базы данных представлены сведения о родственных отношениях. На основании приведённых данных определите ID родного брата Седых В. А.

Таблица 1			Таблица 2	
ID	Фамилия_И._О.	Пол	ID_Родителя	ID_Ребенка
1588	Саенко М. А.	Ж	1616	1588
1616	Билич А. П.	М	2349	1588
1683	Виктюк И. Б.	М	2008	1683
1748	Кеосаян А. И.	Ж	2106	1683
1960	Виктюк П. И.	М	1683	1960
1974	Тузенбах П. А.	Ж	2882	1960
2008	Виктюк Б. Ф.	М	2860	1974
2106	Чижи́к Д. К.	Ж	2860	2339
2339	Седых Л. А.	М	2008	2349
2349	Виктюк А. Б.	Ж	2106	2349
2521	Меладзе К. Г.	М	1616	2593
2593	Билич П. А.	М	2349	2593
2730	Виктюк Т. И.	Ж	1683	2730
2860	Панина Р. Г.	Ж	2882	2730
2882	Шевченко Г. Р.	Ж	1616	2911
2911	Седых В. А.	Ж	2349	2911

4. Задание 4 № 3673

Для 5 букв латинского алфавита заданы их двоичные коды (для некоторых букв — из двух бит, для некоторых — из трех). Эти коды представлены в таблице:

a	b	c	d	e
100	110	011	01	10

Какой набор букв закодирован двоичной строкой 1000110110110? Все буквы в последовательности — разные.

5. Задание 5 № 3396

Исполнитель Вычислитель работает с целыми положительными однобайтными числами. Он может выполнять две команды:

1. сдвинь биты числа влево на одну позицию
2. прибавь 1

Например, число 7 (00000111₂) преобразуется командой 1 в 14 (00001110₂). Для заданного числа 14 выполнена последовательность команд 11222. Запишите полученный результат в десятичной системе счисления.

6. Задание 6 № 3772

Определите, что будет напечатано в результате работы следующего фрагмента программы:

Бейсик	Python
<pre>DIM K, S AS INTEGER S = 3 K = 1 WHILE K < 25 S = S + K K = K + 2 WEND PRINT S</pre>	<pre>s = 3 k = 1 while k < 25: s += k k += 2 print(s)</pre>
Паскаль	Алгоритмический язык
<pre>var k, s: integer; begin s:=3; k:=1; while k < 25 do begin s:=s+k; k:=k+2; end; write(s); end.</pre>	<pre>алг нач цел k, s s := 3 k := 1 нц пока k < 25 s := s + k k := k + 2 кц ВЫВОД s конец</pre>
Си++	
<pre>#include <iostream> using namespace std; int main() { int s, k; s = 3, k = 1; while (k < 25) { s = s + k; k = k + 2; } cout << s << endl; return 0; }</pre>	

7. Задание 7 № 13736

Автоматическая фотокамера производит растровые изображения размером 640×480 пикселей. При этом объём файла с изображением не может превышать 320 Кбайт, упаковка данных не производится. Какое максимальное количество цветов можно использовать в палитре?

8. Задание 8 № 10473

Шифр кодового замка представляет собой последовательность из пяти символов, каждый из которых является цифрой от 1 до 4. Сколько различных вариантов шифра можно задать, если известно, что цифра 1 встречается ровно два раза, а каждая из других допустимых цифр может встречаться в шифре любое количество раз или не встречаться совсем?

9. Задание 9 № 27521

Откройте файл электронной таблицы, содержащей вещественные числа — результаты ежечасного измерения температуры воздуха на протяжении трёх месяцев.

Задание 9

Сколько раз встречалась температура, которая равна минимальному значению?

10. Задание 10 № 27583

С помощью текстового редактора определите, сколько раз, не считая сносок, встречается слово «Онегин» в тексте романа в стихах А. С. Пушкина «Евгений Онегин». Другие формы слова «Онегин», такие как «Онегина», «Онегиным» и т. д., учитывать не следует. В ответе укажите только число.

Задание 10

11. Задание 11 № 5270

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 6 символов и содержащий только символы из 7-буквенного набора Н, О, Р, С, Т, У, Х. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое целое число байт, при этом для хранения сведений о 100 пользователях используется 1400 байт. Для каждого пользователя хранятся пароль и дополнительные сведения. Для хранения паролей используют посимвольное кодирование, все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит. Сколько бит отведено для хранения дополнительных сведений о каждом пользователе?

12. Задание 12 № 10388

Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

А) **заменить** (v, w).

Эта команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w . Например, выполнение команды

заменить (111, 27)

преобразует строку 05111150 в строку 0527150.

Если в строке нет вхождений цепочки v , то выполнение команды **заменить** (v, w) не меняет эту строку.

Б) **нашлось** (v).

Эта команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Строка исполнителя при этом не изменяется.

Цикл

ПОКА *условие*

последовательность команд

КОНЕЦ ПОКА

выполняется, пока условие истинно.

В конструкции

ЕСЛИ *условие*

ТО *команда1*

ИНАЧЕ *команда2*

КОНЕЦ ЕСЛИ

выполняется *команда1* (если условие истинно) или *команда2* (если условие ложно).

Ниже приведена программа для исполнителя Редактор.

НАЧАЛО

ПОКА **нашлось** (722) ИЛИ **нашлось** (557)

ЕСЛИ **нашлось** (722)

ТО **заменить** (722, 57)

ИНАЧЕ **заменить** (557, 72)

КОНЕЦ ЕСЛИ

КОНЕЦ ПОКА

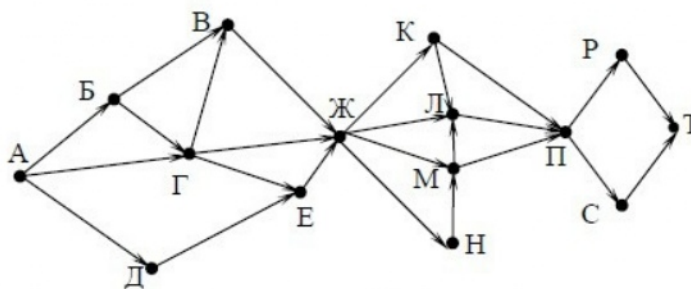
КОНЕЦ

На вход этой программе подается строка, состоящая из 55 цифр; последняя цифра в строке — цифра 7, а остальные цифры — пятёрки. Какая строка получится в результате применения программы к этой строке? В ответе запишите полученную строку.

13. Задание 13 № 14776

На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, К, Л, М, Н, П, Р, С, Т. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой.

Сколько существует различных путей из города А в город Т, проходящих через город Н?



14. Задание 14 № [9367](#)

Значение арифметического выражения: $9^8 + 3^5 - 9$ – записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

15. Задание 15 № [7675](#)

Элементами множества A являются натуральные числа. Известно, что выражение

$$(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}) \rightarrow (((x \in \{3, 6, 9, 12, 15\}) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x . Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества A .

16. Задание 16 № [10474](#)

Ниже на пяти языках программирования записана рекурсивная функция (процедура) F .

Бейсик	Python
<pre>SUB F(n) PRINT n, IF n > 2 THEN F(n - 3) F(n - 2) F(n - 1) END IF END SUB</pre>	<pre>def F(n): print (n, end="") if n > 2: F(n - 3) F(n - 2) F(n - 1)</pre>
Паскаль	Алгоритмический язык
<pre>procedure F(n: integer); begin write(n); if n > 2 then begin F(n - 3); F(n - 2); F(n - 1) end end;</pre>	<pre>алг F(цел n) нач ВЫВОД n если n > 2 то F(n - 3) F(n - 2) F(n - 1) все кон</pre>
Си	
<pre>void F(int n){ cout << n << endl; if (n > 2) { F(n - 3); F(n - 2); F(n - 1); } }</pre>	

Что выведет программа при вызове $F(4)$? В ответе запишите последовательность выведенных цифр слитно (без пробелов).

17. Задание 17 № [29665](#)

Определите количество принадлежащих отрезку $[2 \cdot 10^{10}; 4 \cdot 10^{10}]$ натуральных чисел, которые делятся на 7 и на 100000 и при этом не делятся на 13, 29, 43 и 101, а также наименьшее из таких чисел. В ответе запишите два целых числа без пробелов и других дополнительных символов: сначала количество, затем наименьшее число.

Для выполнения этого задания можно написать программу или воспользоваться редактором электронных таблиц.

18. Задание 18 № [33520](#)

Дан квадрат 15×15 клеток, в каждой клетке которого записано целое число. В левом верхнем углу квадрата стоит ладья. За один ход ладья может переместиться в пределах квадрата на любое количество клеток вправо или вниз (влево и вверх ладья ходить не может). Необходимо переместить ладью в правый нижний угол так, чтобы сумма чисел в клетках, в которых ладья останавливалась (включая начальную и конечную), была максимальной. В ответе запишите максимально возможную сумму.

Исходные данные записаны в электронной таблице.

[Задание 18](#)

Пример входных данных (для таблицы размером 4×4):

-3	1	-3	-4
-4	-4	-2	2
6	1	2	-2
-6	7	6	-3

Для указанных входных данных ответом будет число 14 (ладья проходит через клетки с числами -3, 6, 1, 7, 6, -3).

19. Задание 19 № [27794](#)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

**добавить в одну из куч один камень или
 увеличить количество камней в куче в два раза.**

Например, пусть в одной куче 6 камней, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать (6, 9). За один ход из позиции (6, 9) можно получить любую из четырёх позиций: (7, 9), (12, 9), (6, 10), (6, 18). Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 50. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 50 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 8 камней, во второй куче — S камней, $1 \leq S \leq 41$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, то есть не гарантируют выигрыш независимо от игры противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

20. Задание 20 № [27795](#)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

**добавить в одну из куч один камень или
 увеличить количество камней в куче в два раза .**

Например, пусть в одной куче 6 камней, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать $(6, 9)$. За один ход из позиции $(6, 9)$ можно получить любую из четырёх позиций: $(7, 9)$, $(12, 9)$, $(6, 10)$, $(6, 18)$. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 50. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 50 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 8 камней, во второй куче — S камней, $1 \leq S \leq 41$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описании выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, то есть не гарантируют выигрыш независимо от игры противника.

Найдите два таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания без разделительных знаков.

21. Задание 21 № [27796](#)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

**добавить в одну из куч один камень или
 увеличить количество камней в куче в два раза .**

Например, пусть в одной куче 6 камней, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать $(6, 9)$. За один ход из позиции $(6, 9)$ можно получить любую из четырёх позиций: $(7, 9)$, $(12, 9)$, $(6, 10)$, $(6, 18)$. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 50. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 50 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 8 камней, во второй куче — S камней, $1 \leq S \leq 41$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описании выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, то есть не гарантируют выигрыш независимо от игры противника.

Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

22. Задание 22 № [3209](#)

Ниже записана программа. Получив на вход число x , эта программа печатает два числа, L и M . Укажите наибольшее из таких чисел x , при вводе которых алгоритм печатает сначала 3, а потом 7.

Бейсик	Python
<pre> DIM X, L, M AS INTEGER INPUT X L = 0 M = 0 WHILE X > 0 L = L + 1 IF X MOD 2 = 0 THEN M = M + (X MOD 10) \ 2 ENDIF X = X \ 10 WEND PRINT L PRINT M </pre>	<pre> x = int(input()) L = 0 M = 0 while x > 0: L += 1 if x % 2 == 0: M = M + (x % 10) // 2 x = x // 10 print(L) print(M) </pre>
Паскаль	Алгоритмический язык
<pre> var x, L, M: integer; begin readln(x); L := 0; M := 0; while x > 0 do begin L := L + 1; if x mod 2 = 0 then M := M + (x mod 10) div 2; x := x div 10; end; writeln(L); writeln(M); end. </pre>	<pre> алг нач цел x, L, M ввод x L := 0 M := 0 нц пока x > 0 L := L + 1 если mod(x,2) = 0 то M := M + div(mod(x,10), 2) все x := div(x,10) кц вывод L, нс, M кон </pre>
Си++	
<pre> #include <iostream> using namespace std; int main() { int x, L, M; cin >> x; L = 0; M = 0; while (x > 0){ L = L + 1; if(x % 2 == 0){ M = M + (x % 10) / 2; } x = x / 10; } cout << L << endl << M endl; } </pre>	

23. Задание 23 № [13418](#)

Исполнитель НечетМ преобразует число на экране. У исполнителя НечетМ две команды, которым присвоены номера:

1. прибавь 1
2. сделай нечётное

Первая из этих команд увеличивает число x на экране на 1, вторая переводит число x в число $2x+1$. Например, вторая команда переводит число 10 в число 21. Программа для исполнителя НечетМ – это последовательность команд. Сколько существует таких программ, которые число 1 преобразуют в число 27, причём траектория вычислений не содержит число 26? Траектория вычислений программы – это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 121 при исходном числе 7 траектория будет состоять из чисел 8, 17, 18.

24. Задание 24 № [27697](#)

Текстовый файл состоит не более чем из 10^6 символов L , D и R . Определите длину самой длинной последовательности, состоящей из символов D . Хотя бы один символ D находится в последовательности.

Для выполнения этого задания следует написать программу. Ниже приведён файл, который необходимо обработать с помощью данного алгоритма.

[Задание 24](#)

25. Задание 25 № [28122](#)

Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку $[489 \square 421; \square 489 \square 440]$, числа, имеющие ровно четыре различных натуральных делителя. Для каждого найденного числа запишите эти четыре делителя в четыре соседних столбца на экране с новой строки. Делители в строке должны следовать в порядке возрастания.

Например, в диапазоне $[12; \square 14]$ ровно четыре различных натуральных делителя имеет число 14, поэтому для этого диапазона вывод на экране должна содержать следующие значения:

1 2 7 14

Ответ:

26. Задание 26 № [27883](#)

Системный администратор раз в неделю создаёт архив пользовательских файлов. Однако объём диска, куда он помещает архив, может быть меньше, чем суммарный объём архивируемых файлов. Известно, какой объём занимает файл каждого пользователя.

По заданной информации об объёме файлов пользователей и свободном объёме на архивном диске определите максимальное число пользователей, чьи файлы можно сохранить в архиве, а также максимальный размер имеющегося файла, который может быть сохранён в архиве, при условии, что сохранены файлы максимально возможного числа пользователей.

Входные данные.

Задание 26

В первой строке входного файла находятся два числа: S — размер свободного места на диске (натуральное число, не превышающее 10 000) и N — количество пользователей (натуральное число, не превышающее 3000). В следующих N строках находятся значения объёмов файлов каждого пользователя (все числа натуральные, не превышающие 100), каждое в отдельной строке.

Запишите в ответе два числа: сначала наибольшее число пользователей, чьи файлы могут быть помещены в архив, затем максимальный размер имеющегося файла, который может быть сохранён в архиве, при условии, что сохранены файлы максимально возможного числа пользователей.

Пример входного файла:

100 4
 80
 30
 50
 40

При таких исходных данных можно сохранить файлы максимум двух пользователей. Возможные объёмы этих двух файлов 30 и 40, 30 и 50 или 40 и 50. Наибольший объём файла из перечисленных пар — 50, поэтому ответ для приведённого примера:

2 50

Ответ:

27. Задание 27 № [28129](#)

На вход программы поступает последовательность из N натуральных чисел. Рассматриваются все пары различных элементов последовательности, у которых различные остатки от деления на $d = 160$ и хотя бы одно из чисел делится на $p = 7$. Среди таких пар, необходимо найти и вывести пару с максимальной суммой элементов.

Входные данные.

[Файл А](#)

[Файл В](#)

В первой строке входных данных задаётся количество чисел N ($1 \leq N \leq 1000$). В каждой из последующих N строк записано одно натуральное число, не превышающее 10000. В качестве результата программа должна напечатать элементы искомой пары. Если среди найденных пар максимальную сумму имеют несколько, то можно напечатать любую из них. Если таких пар нет, то вывести два нуля.

Пример организации исходных данных во входном файле:

4
 168
 7
 320
 328

Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:

168 320

В ответе укажите четыре числа: сначала значение искомой пары для файла *A* (два числа через пробел по возрастанию), затем для файла *B* (два числа через пробел по возрастанию).

Ответ: