

Справочные материалы

В экзаменационных заданиях используются следующие соглашения.

1. Обозначения для логических связок (операций):

а) *отрицание* (инверсия, логическое НЕ) обозначается \neg (например, $\neg A$);

б) *конъюнкция* (логическое умножение, логическое И) обозначается \wedge (например, $A \wedge B$)
либо $\&$ (например, $A \& B$);

с) *дизъюнкция* (логическое сложение, логическое ИЛИ) обозначается \vee (например, $A \vee B$)
либо $|$ (например, $A | B$);

д) *следование* (импликация) обозначается \rightarrow (например, $A \rightarrow B$);

е) *тождество* обозначается \equiv (например, $A \equiv B$). Выражение $A \equiv B$ истинно тогда и только тогда, когда значения A и B совпадают (либо они оба истинны, либо они оба ложны);

ф) символ 1 используется для обозначения истины (истинного высказывания); символ 0 — для обозначения лжи (ложного высказывания).

2. Два логических выражения, содержащих переменные, называются равносильными (эквивалентными), если значения этих выражений совпадают при любых значениях переменных. Так, выражения $A \rightarrow B$ и $(\neg A) \vee B$ равносильны, а $A \vee B$ и $A \wedge B$ неравносильны (значения выражений разные, например, при $A = 1, B = 0$).

3. Приоритеты логических операций: инверсия (отрицание), конъюнкция (логическое умножение), дизъюнкция (логическое сложение), импликация (следование), тождество. Таким образом, $\neg A \wedge B \vee C \wedge D$ означает то же, что и $((\neg A) \wedge B) \vee (C \wedge D)$.

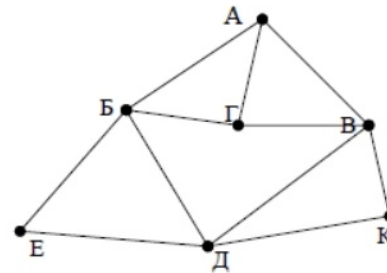
Возможна запись $A \wedge B \wedge C$ вместо $(A \wedge B) \wedge C$. То же относится и к дизъюнкции: возможна запись $A \vee B \vee C$ вместо $(A \vee B) \vee C$.

4. Обозначения Мбайт и Кбайт используются в традиционном для информатики смысле — как обозначения единиц измерения, чьё соотношение с единицей «байт» выражается степенью двойки.

1. Задание 1 № 15098

На рисунке схема дорог изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длине этих дорог в километрах.

	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7
П1		20		14		19	18
П2	20		14		16		15
П3		14		18	15		
П4	14		18		17	14	
П5		16	15	17			
П6	19			14			
П7	18	15					



Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, то нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Известно, что длина кратчайшего пути из пункта А в пункт К не превышает 30 километров. Определите длину кратчайшего пути из пункта Г в пункт Е. В ответе укажите целое число — длину пути в километрах.

2. Задание 2 № 9752

Логическая функция F задаётся выражением:

$$(\neg x \wedge y \wedge z) \vee (\neg x \wedge \neg y \wedge z) \vee (\neg x \wedge \neg y \wedge \neg z).$$

На рисунке приведён фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий все наборы аргументов, при которых функция F истинна.

Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z .

Перем. 1	Перем. 2	Перем. 3	Функция
???	???	???	F
0	0	0	1
1	0	0	1
1	0	1	1

В ответе напишите буквы x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая первому столбцу, затем – буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.) Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и таблица истинности:

Перем. 1	Перем. 2	Функция
???	???	F
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Тогда 1-му столбцу соответствует переменная y , а 2-му столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

3. Задание 3 № 15099

Даны фрагменты двух таблиц из базы данных. Каждая строка таблицы 2 содержит информацию о ребёнке и об одном из его родителей. Информация представлена значением поля ID в соответствующей строке таблицы 1. На основании имеющихся данных определите, у скольких детей отец старше матери более чем на 2 года. При вычислении ответа учитывайте только информацию из приведённых фрагментов таблиц.

Таблица 1				Таблица 2	
ID	Фамилия И.О.	Пол	Год рождения	ID Родителя	ID Ребенка
127	Грищенко А.В.	М	1936	127	212
148	Грищенко Д.И.	М	1998	182	212
182	Грищенко Е.П.	Ж	1940	212	148
212	Грищенко И.А.	М	1970	243	148
243	Грищенко Н.Н.	Ж	1976	254	314
254	Клейн А.Б.	М	1984	254	412
314	Клейн Е.А.	Ж	2009	543	243
412	Клейн М.А.	Ж	2011	543	830
543	Панько О.А.	Ж	1948	544	545
544	Петров В.И.	М	1961	750	545
545	Петров О.В.	М	1991	830	314
750	Петрова А.Е.	Ж	1962	830	412
830	Седых А.Н.	Ж	1980	849	243
849	Седых Н.Н.	М	1943	849	830

4. Задание 4 № 3682

Черно-белое растровое изображение кодируется построчно, начиная с левого верхнего угла и заканчивая в правом нижнем углу. При кодировании 1 обозначает черный цвет, а 0 — белый.

Закодируйте таким образом изображение и запишите результат в восьмеричной системе счисления.



5. Задание 5 № 10495

На вход алгоритма подаётся натуральное число N . Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.

1. Строится двоичная запись числа N .
2. К этой записи дописываются справа ещё два разряда по следующему правилу:
 - а) складываются все цифры двоичной записи, и остаток от деления суммы на 2 дописывается в конец числа (справа). Например, запись 10000 преобразуется в запись 100001;
 - б) над этой записью производятся те же действия — справа дописывается остаток от деления суммы цифр на 2.

Полученная таким образом запись (в ней на два разряда больше, чем в записи исходного числа N) является двоичной записью искомого числа R .

Укажите такое наименьшее число N , для которого результат работы алгоритма больше 97. В ответе это число запишите в десятичной системе счисления.

6. Задание 6 № 3243

Определите, что будет напечатано в результате работы следующего фрагмента программы:

Бейсик	Python
<pre>DIM K, S AS INTEGER S = 0 K = 0 WHILE S < 80 S = S + 2*K K = K + 4 WEND PRINT S</pre>	<pre>s = 0 k = 0 while s < 80: s += 2*k k += 4 print(s)</pre>
Паскаль	Алгоритмический язык
<pre>var k, s: integer; begin s:=0; k:=0; while s < 80 do begin s:=s+2*k; k:=k+4; end; write(s); end.</pre>	<pre>алг нач цел k, s s := 0 k := 0 нц пока s < 80 s := s + 2*k k := k + 4 кц ВЫВОД s кОН</pre>
Си++	
<pre>#include <iostream> using namespace std; int main() { int s, k; s = 0, k = 0; while (s < 80) { s = s + 2*k; k = k + 4; } cout << s << endl; return 0; }</pre>	

7. Задание 7 № 4585

Текстовый документ хранился в 8-битной кодировке КОИ-8. Этот документ был преобразован в 16-битную кодировку Unicode, при этом размер памяти, необходимой для хранения документа увеличился на 4 Кбайт. При этом хранится только последовательность кодов символов. Укажите, сколько символов в документе. В ответе запишите только число.

8. Задание 8 № 4794

В коробке лежат 64 цветных карандаша. Сообщение о том, что достали белый карандаш, несет 4 бита информации. Сколько белых карандашей было в коробке?

9. Задание 9 № 27522

Откройте файл электронной таблицы, содержащей вещественные числа — результаты ежечасного измерения температуры воздуха на протяжении трёх месяцев.

Задание 9

Сколько раз встречалась температура, выше округленного до десятых среднего арифметического значения всех чисел в таблице?

10. Задание 10 № 27589

С помощью текстового редактора определите, сколько раз, не считая сносок, встречается слово «мы» или «Мы» в тексте романа в стихах А. С. Пушкина «Евгений Онегин». Другие формы слова «мы» учитывать не следует. В ответе укажите только число.

Задание 10

11. Задание 11 № 7332

Автомобильный номер состоит из нескольких букв (количество букв одинаковое во всех номерах), за которыми следуют 4 цифры. При этом используются 10 цифр и только 4 буквы: А, В, Т, О. Нужно иметь не менее 1 000 000 различных номеров. Какое наименьшее количество букв должно быть в автомобильном номере?

12. Задание 12 № 4584

Исполнитель РОБОТ умеет перемещаться по прямоугольному лабиринту, начерченному на плоскости, разбитой на клетки. Между соседними по сторонам клетками может стоять стена.

Система команд исполнителя РОБОТ содержит восемь команд. Четыре команды - это команды перемещения:

вверх	вниз	влево	вправо
-------	------	-------	--------

При выполнении любой из этих команд РОБОТ перемещается на одну клетку соответственно: вверх ↑, вниз ↓, влево ←, вправо →. Если на пути РОБОТа окажется стена, он разрушится.

Четыре команды проверяют отсутствие стены у каждой стороны той клетки, где находится РОБОТ:

сверху свободно	снизу свободно	слева свободно	справа свободно
-----------------	----------------	----------------	-----------------

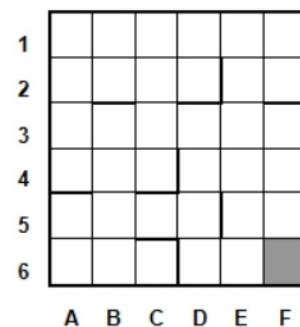
Цикл
 ПОКА <условие>
 последовательность команд
 КОНЕЦ ПОКА
 выполняется, пока условие истинно.

В конструкциях ПОКА условие может содержать команды проверки, а также слова И, ИЛИ, НЕ.

Схема лабиринта:

Сколько клеток лабиринта соответствуют требованию, что, начав движение в ней и выполнив предложенную программу, РОБОТ уцелеет (не врежется в стену) и остановится в закрашенной клетке (клетка F6)?

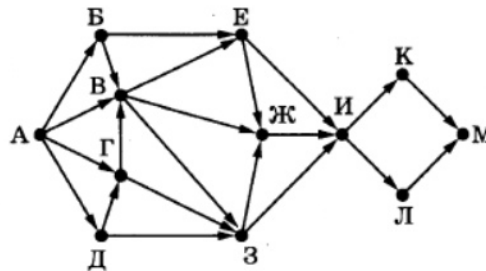
НАЧАЛО
 ПОКА <снизу свободно ИЛИ справа свободно>
 ПОКА <снизу свободно>
 вниз
 КОНЕЦ ПОКА
 вправо
 КОНЕЦ ПОКА
 КОНЕЦ



13. Задание 13 № [10478](#)

На рисунке представлена схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К, Л, М. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой.

Сколько существует различных путей из города А в город М, проходящих через город Ж, но не проходящих через город К?



14. Задание 14 № [2308](#)

Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 30, запись которых в системе счисления с основанием 5 начинается на 3?

15. Задание 15 № [14779](#)

Сколько существует целых значений числа A , при которых формула

$$((x < 5) \rightarrow (x^2 < A)) \wedge ((y^2 \leq A) \rightarrow (y \leq 5))$$

тождественно истинна при любых целых неотрицательных x и y ?

16. Задание 16 № [13738](#)

Ниже на пяти языках программирования записан рекурсивный алгоритм F .

Бейсик	Python
<pre> DECLARE SUB F(n) SUB F(n) IF n > 0 THEN PRINT n F(n - 3) F(n \ 3) END IF END SUB </pre>	<pre> def F(n): if n > 0: print(n) F(n - 3) F(n // 3) </pre>
Паскаль	Алгоритмический язык
<pre> procedure F(n: integer); begin if n > 0 then begin writeln(n); F(n - 3); F(n div 3) end end; </pre>	<pre> алг F(цел n) нач если n > 0 то вывод n, нс F(n - 3) F(div(n, 3)) все кон </pre>
Си++	
<pre> void F(int n) { if (n > 0) { std::cout << n; F(n - 3); F(n / 3); } } </pre>	

Запишите подряд без пробелов и разделителей все числа, которые будут напечатаны на экране при выполнении вызова $F(9)$. Числа должны быть записаны в том же порядке, в котором они выводятся на экран.

17. Задание 17 № [27626](#)

Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих числовому отрезку $[1721; 4322]$, которые делятся на 3 и 11 и не делятся на 5, 9, 13, 22. Найдите количество таких чисел и максимальное из них. В ответе запишите два целых числа без пробелов и других дополнительных символов: сначала количество, затем максимальное число.

Для выполнения этого задания можно написать программу или воспользоваться редактором электронных таблиц.

18. Задание 18 № [29666](#)

Дана последовательность вещественных чисел. Из неё необходимо выбрать несколько подряд идущих чисел так, чтобы каждое следующее число было меньше предыдущего. Какую максимальную сумму могут иметь выбранные числа?

В ответе запишите только целую часть максимально возможной суммы. Исходная последовательность записана в виде одного столбца электронной таблицы.

Задание 18

Пример входных данных:

5,2
3,1
1,2
2,3
7,1
3,3

Для указанных входных максимально возможная сумма равна 10,4, в ответе надо записать число 10.

19. Задание 19 № [27754](#)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч один камень или увеличить количество камней в куче в четыре раза. Например, пусть в одной куче 6 камней, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать $(6, 9)$. За один ход из позиции $(6, 9)$ можно получить любую из четырёх позиций: $(7, 9)$, $(24, 9)$, $(6, 10)$, $(6, 36)$. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 61. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 61 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 3 камня, во второй куче — S камней, $1 \leq S \leq 57$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, то есть не гарантируют выигрыш независимо от игры противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

20. Задание 20 № [27755](#)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч один камень или увеличить количество камней в куче в четыре раза. Например, пусть в одной куче 6 камней, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать $(6, 9)$. За один ход из позиции $(6, 9)$ можно получить любую из четырёх позиций: $(7, 9)$, $(24, 9)$, $(6, 10)$, $(6, 36)$. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 61. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 61 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 3 камня, во второй куче — S камней, $1 \leq S \leq 57$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, то есть не гарантируют выигрыш независимо от игры противника.

Найдите два таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания без разделительных знаков.

21. Задание 21 № [27756](#)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч один камень или увеличить количество камней в куче в четыре раза. Например, пусть в одной куче 6 камней, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать $(6, 9)$. За один ход из позиции $(6, 9)$ можно получить любую из четырёх позиций: $(7, 9)$, $(24, 9)$, $(6, 10)$, $(6, 36)$. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 61. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 61 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 3 камня, во второй куче — S камней, $1 \leq S \leq 57$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, то есть не гарантируют выигрыш независимо от игры противника.

Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

22. Задание 22 № 6781

Ниже на пяти языках записан алгоритм. Получив на вход число x , этот алгоритм печатает два числа: a и b . Укажите наименьшее из таких чисел x , при вводе которого алгоритм печатает сначала 3, а потом 2.

Бейсик	Паскаль
<pre>DIM X, A, B AS INTEGER INPUT X A=0: B=0 WHILE X > 0 A = A+1 IF B < (X MOD 8) THEN B = X MOD 8 END IF X = X \ 8 WEND PRINT A PRINT B</pre>	<pre>var x, a, b: integer; begin readln(x); a:=0; b:=0; while x>0 do begin a:=a + 1; if b < (x mod 8) then b:=x mod 8; x:=x div 8; end; writeln(a); write(b); end.</pre>
Си++	Алгоритмический
<pre>#include <iostream> using namespace std; int main() { int x, a, b; cin >> x; a=0; b=0; while (x>0){ a = a+1; if (b < (x%8)){ b = x%8; } x = x/8; } cout << a << endl << b << endl; }</pre>	<pre>алг нач цел x, a, b ввод x a:=0; b:=0 нц пока x>0 a:=a+1 если b < mod(x,8) то b:=mod(x,8) все x:=div(x,8) кц вывод а, нс, b кон</pre>
Python	
<pre>x = int(input()) a = 0 b = 0 while x > 0: a += 1 if (b < (x % 8)): b = x % 8 x //= 8 print(a) print(b)</pre>	

23. Задание 23 № [3527](#)

У исполнителя Множик есть две команды:

1. умножь на 8,
2. подели на 2.

Первая из них увеличивает число на экране в 8 раз, вторая – уменьшает его в 2 раза.

Программа для Множика – это последовательность команд. Сколько различных чисел можно получить из числа 512 с помощью программы, которая содержит ровно 8 команд?

24. Задание 24 № [27696](#)

Текстовый файл состоит не более чем из 10^6 символов L , D и R . Определите длину самой длинной последовательности, состоящей из символов L . Хотя бы один символ L находится в последовательности.

Для выполнения этого задания следует написать программу. Ниже приведён файл, который необходимо обработать с помощью данного алгоритма.

[Задание 24](#)

25. Задание 25 № [27855](#)

Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку $[95632; 95700]$, числа, имеющие ровно шесть различных чётных натуральных делителей (при этом количество нечётных делителей может быть любым). Для каждого найденного числа запишите эти шесть делителей в шесть соседних столбцов на экране с новой строки. Делители в строке должны следовать в порядке возрастания.

Например, в диапазоне $[2; 48]$ ровно шесть чётных различных натуральных делителей имеют числа 24, 36 и 40, поэтому для этого диапазона вывод на экране должна содержать следующие значения:

```

2 4 6 8 12 24
2 4 6 12 18 36
2 4 8 10 20 40
    
```

Ответ:

26. Задание 26 № [28138](#)

Системный администратор раз в неделю создаёт архив пользовательских файлов. Однако объём диска, куда он помещает архив, может быть меньше, чем суммарный объём архивируемых файлов. Известно, какой объём занимает файл каждого пользователя.

По заданной информации об объёме файлов пользователей и свободном объёме на архивном диске определите максимальное число пользователей, чьи файлы можно сохранить в архиве, а также максимальный размер имеющегося файла, который может быть сохранён в архиве, при условии, что сохранены файлы максимально возможного числа пользователей.

Входные данные.

Задание 26

В первой строке входного файла находятся два числа: S — размер свободного места на диске (натуральное число, не превышающее 10 000) и N — количество пользователей (натуральное число, не превышающее 2000). В следующих N строках находятся значения объёмов файлов каждого пользователя (все числа натуральные, не превышающие 100), каждое в отдельной строке.

Запишите в ответе два числа: сначала наибольшее число пользователей, чьи файлы могут быть помещены в архив, затем максимальный размер имеющегося файла, который может быть сохранён в архиве, при условии, что сохранены файлы максимально возможного числа пользователей.

Пример входного файла:

100 4
80
30
50
40

При таких исходных данных можно сохранить файлы максимум двух пользователей. Возможные объёмы этих двух файлов 30 и 40, 30 и 50 или 40 и 50. Наибольший объём файла из перечисленных пар — 50, поэтому ответ для приведённого примера:

2 50

Ответ:

27. Задание 27 № [33772](#)

Набор данных состоит из нечётного количества пар натуральных чисел. Необходимо выбрать из каждой пары ровно одно число так, чтобы чётность суммы выбранных чисел совпадала с чётностью большинства выбранных чисел и при этом сумма выбранных чисел была как можно меньше. Определите минимальную сумму, которую можно получить при таком выборе. Гарантируется, что удовлетворяющий условиям выбор возможен.

Входные данные.

[Файл А](#)

[Файл В](#)

Первая строка входного файла содержит число N — общее количество пар в наборе. Каждая из следующих N строк содержит два натуральных числа, не превышающих 10000.

Пример входного файла:

```
5
15 8
5 11
6 3
7 2
9 14
```

Для указанных данных надо выбрать числа 8, 5, 3, 2 и 9. Большинство из них нечётны, сумма выбранных чисел равна 27 и тоже нечётна. В ответе надо записать число 27.

Вам даны два входных файла (A и B), каждый из которых имеет описанную выше структуру. В ответе укажите два числа: сначала значение искомой суммы для файла A , затем для файла B .

Предупреждение: для обработки файла B не следует использовать переборный алгоритм, вычисляющий сумму для всех возможных вариантов, поскольку написанная по такому алгоритму программа будет выполняться слишком долго.

Ответ: