

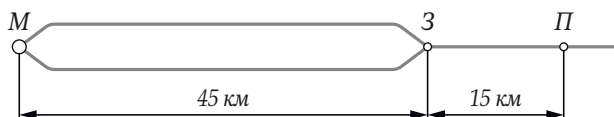


Условия задач, ответы и критерии оценивания

1. Обычные и «Ласточки» (7 баллов)

Крюков П. А., Бычков А. И.

На железнодорожной ветке, связывающей город M с областным центром T , есть (кроме прочих) остановки в городке Z и посёлке Π . От M до Z проложены два пути для движения поездов в направлении T , а от Z до Π — один путь (см. рисунок). Расстояние от M до Z равно 45 км, а от Z до Π — 15 км. Начиная с 17:00 и до 21:00 от M в направлении T каждые пятнадцать минут отправляются скоростные электропоезда «Ласточка», которые останавливаются в Z , но не останавливаются в Π , а также хотя бы раз в час отправляются обычные электрички, останавливающиеся и в Z , и в Π . Ласточки движутся со средней скоростью 120 км/ч, а обычные электрички — со средней скоростью 45 км/ч. На пути от M до Z Ласточки и обычные электрички движутся по разным путям, не мешая друг другу. Электричка не отправляется из Z , если на пути до Π её может догнать Ласточка, выжидая в Z удобного момента для отправления (так, чтобы можно было доехать до Π , не мешая Ласточкам). Можно считать, что посадка, высадка и пересадка пассажиров с одного электропоезда на другой на остановках происходит за пренебрежимо малое время.



А. За какое минимальное время можно доехать до посёлка Π по железной дороге, отправившись из M в интервале времени от 18:00 до 19:00 включительно, в случае наиболее удобного для этого расписания электричек? (3 балла)

В. В какое время (часов, минут) в интервале от 18:00 до 18:30 включительно следует назначить отправление электричек от M , чтобы они приходили

в Π , не задерживаясь в Z ? Укажите все возможные значения. (4 балла)

Ответ: А) 44,5 мин; В) 18:07–18:10, 18:22–18:25.

Критерии

Верные ответы, подкреплённые непротиворечивыми, доказательными рассуждениями, оцениваются полным баллом. В других случаях достигнутые продвижения в решении оцениваются на основе следующей схемы.

В части **А** предложена правильная «стратегия», следуя которой, можно доехать до посёлка Π за минимальное время — 1 балл.

Получен верный, обоснованный ответ на вопрос в части **А** — 2 балла.

В части **В** аргументированно указан интервал времени 18:07–18:10 (или или интервал времени 18:08–18:10) — 2 балла. Если указана только одна граница любого из интервалов, то — 1 балл.

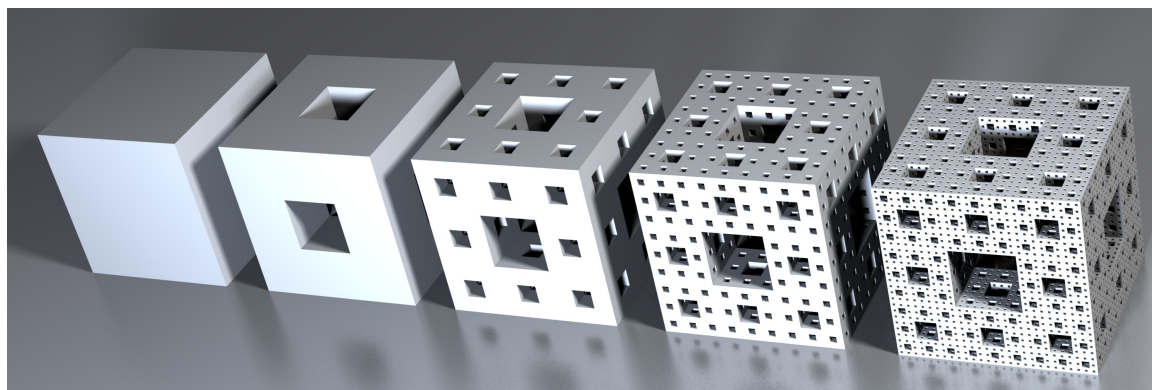
В части **В** аргументированно указан интервал времени 18:22–18:25 (или интервал времени 18:23–18:25) — 2 балла. Если указана только одна граница любого из интервалов, то — 1 балл.

Вычислительные ошибки в части **В** при условии, что принципиально решение абсолютно верное, приводят к снижению баллов за соответствующий пункт на 50 %.

2. Губка Менгера (10 баллов)

Крюков П. А., Бычков А. И.

Ниже вы видите компьютерный рисунок из «Википедии» (автор: Niabot), на котором изображены первые итерации построения фрактала под названием «Губка Менгера». На первой итерации в кубе делают три сквозных отверстия квадратного сечения. Оси отверстий взаимно перпендикулярны, перпендикулярны граням куба и проходят через середины граней. Длина стороны квадрата, лежащего в сечении отверстия, равна $\frac{1}{3}$ длины стороны грани куба.



К задаче 2: Исходный куб и первые четыре итерации губки Менгера

На второй итерации подобные отверстия проделывают в маленьких кубиках, образовавшихся на гранях большого куба и так далее.

Пусть имеется заготовка в виде куба с длиной стороны 1 м, изготовленная из пластика плотностью 1000 кг/м^3 , а также устройство, при помощи которого можно делать в этой заготовке отверстия квадратного сечения сколь угодно малого размера. Из куба решили изготовить n -ую итерацию губки Менгера.

А. Чему равна средняя плотность куба на четвертой итерации (последний кубик на рисунке)? (4 балла)

В. Представим себе, что образующиеся на n -ой итерации полости заполняют пластиком плотностью 2000 кг/м^3 . Чему может быть равна средняя плотность куба на n -ой ($n \geq 0$) итерации? В ответе укажите границы диапазона возможных значений плотности. (2 балла)

С. Нам не нравится, что губка белая. Решили покрасить все грани губки на второй итерации (в том числе все внутренние) синей краской, расход которой составляет 100 г/м^2 . Хватит ли одной банки, содержащей 1 кг краски, для этого? А двух банок? (4 балла)

Ответ: А) $300 \text{ кг/м}^3 \pm 1 \text{ кг/м}^3$; В) $1000 \text{ кг/м}^3 \leq \rho_n < 2000 \text{ кг/м}^3$; С) Одной банки не хватит, а двух хватит.

Критерии

Верные ответы, подкреплённые непротиворечивыми, доказательными рассуждениями, оцениваются полным баллом. В других случаях достигнутые продвижения в решении оцениваются на основе следующей схемы.

В части **А** указывается, что на 4-й итерации объём губки Менгера станет равен $\left(\frac{20}{27}\right)^4 \text{ м}^3$ — 3 балла.

В части **А** Значение средней плотности куба попадает в интервал, указанный в ответе, — 1 балл.

В части **В** указывается нижняя граница средней

плотности ρ_n для n -й итерации губки Менгера, заполненной пластиком, — 1 балл.

В части **В** указывается верхняя граница средней плотности для n -й итерации губки Менгера, заполненной пластиком, — 1 балл.

В части **С** обосновывается, что одной банки краски не хватит для покраски всех граней губки на второй итерации — 1 балл.

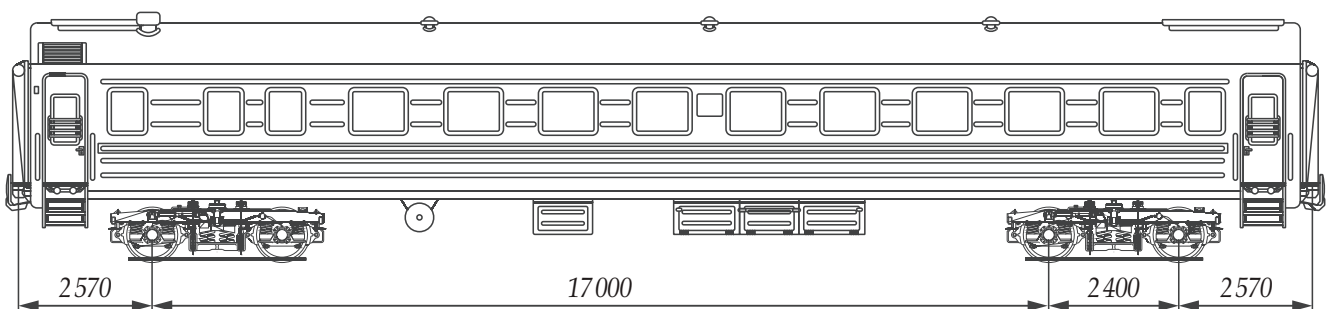
В части **С** показывается (например, на основании оценок), что двух банок краски достаточно для покраски всех граней на второй итерации — 3 балла.

3. «Ты-дым, ты-дым» (8 баллов)

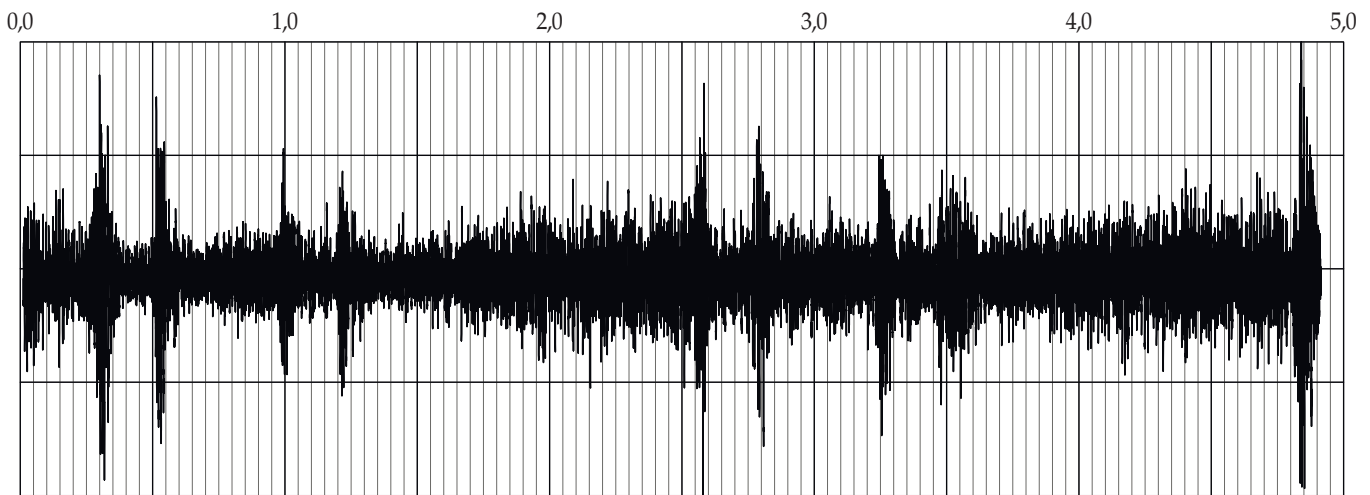
Якута А. А., Крюков П. А., Бычков А. И.

Путешествуя на поезде, можно обратить внимание на характерный периодически повторяющийся звук стука колёс, который в письменном виде можно передать примерно так: «Ты-дым, ты-дым». Ниже вы видите схематичный рисунок вагона поезда с указанием некоторых размеров, а также визуализацию короткого фрагмента записи этого звука, сделанной в вагоне поезда (мы не знаем, кто записал, поскольку позаимствовали этот звук на Youtube в видео под названием «8 часов сна под стук колёс» от автора Faktor Zet). Когда мы говорим «визуализация» — то имеем в виду зависимость амплитуды звуковых волн (проще говоря, громкости звука) от времени. Абсолютной тишине на графике соответствует линия, проведённая вдоль горизонтальной оси симметрии рисунка. Точки, лежащие на большом расстоянии по вертикали от этой линии, соответствуют громким звукам, а лежащие вблизи этой линии — тихим. На графике на фоне шума можно различить периодически повторяющиеся двойные пики громкости — это и есть описанные выше «ты-дым, ты-дым». Проанализируйте представленный график и определите как можно точнее скорость поезда и длину рельса.

Ответ: $40 \text{ км/ч} \pm 5 \text{ км/ч}$, $25 \text{ м} \pm 3 \text{ м}$.



К задаче 3: Пассажирский вагон. Размеры указаны в мм



К задаче 3: Запись звука стука колёс поезда. По горизонтальной шкале — время в секундах

Критерии

Верные ответы, подкреплённые непротиворечивыми, доказательными рассуждениями, оцениваются полным баллом. В других случаях достигнутые продвижения в решении оцениваются на основе следующей схемы.

На качественном уровне объясняется появление пиков на графике — *3 балла*.

Полученное значение скорости поезда попадает в интервал, указанный в ответе, — *3 балла*. Если в решении были рассмотрены два пика на графике, идущие через один, и получен ответ, попадающий в диапазон попадает в диапазон $85 \text{ км/ч} \pm 6 \text{ км/ч}$, — *1 балл*.

Полученное значение длины рельса попадает в интервал, указанный в ответе, — *2 балла*.

Рекомендуется не учитывать распространение ошибки при ответе на вопрос о скорости поезда на вопрос о длине рельса.

4. Погрешность плотности (7 баллов)

Бычков А. И., Крюков П. А.

В распоряжении школьника имеются рычажные весы, предназначенные для измерения массы с точностью до 10 мг, три гири массой: 100 г, 20 г и 5 г, пластиковый кубик и линейка. Длины сторон кубика измерили линейкой и определили его объём, получилось значение $V = 100 \text{ см}^3 \pm 5 \text{ см}^3$. Считается, что чашечные весы, измеряющие массу с точностью 10 мг, уравновешены, если разность масс тел, находящихся на чашах, меньше 10 мг. Предполагается, что массы гирь определены с очень высокой точностью.

С помощью данного оборудования школьник определил среднюю плотность кубика с максимально возможной точностью, а после рассчитал относительную погрешность полученного результата. Какое наименьшее и наибольшее значение

относительной погрешности он мог получить, если известно, что масса кубика точно больше 100 г, но меньше 125 г?

Указание. Если в результате измерений удалось определить, что измеряемая величина x лежит в пределах диапазона: $x_{\min} < x < x_{\max}$, то относительная погрешность измерения может быть оценена по формуле

$$\delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{x_{\max} + x_{\min}}$$

Ответ: ,5 % и 9,5 %.

Критерии

Верные ответы, подкреплённые непротиворечивыми, доказательными рассуждениями, оцениваются полным баллом. В других случаях достигнутые продвижения в решении оцениваются на основе следующей схемы.

Тем или иным образом высказывается мысль о том, что чашечные весы с данным набором гирь позволяют с высокой точностью измерять массу кубика, если она близка к: 100 г, 105 г, 115 г, 120 г, 125 г — *2 балла*.

Указывается, что относительная погрешность измерения массы минимальна в случае, когда масса кубика отличается от 125 г (100 г, 105 г, 115 г, 120 г) не более, чем на 10 мг — *1 балл*.

Найдено наименьшее значение относительной погрешности плотности — *1 балл*.

Указывается, что относительная погрешность измеряемой массы достигает максимального значения, если масса кубика больше (105 г + 10 мг), но меньше (115 г – 10 мг) — *1 балл*.

Найдено наибольшее значение относительной погрешности плотности — *2 балла*.

Ошибки в вычислениях при условии, что принципиально сделано правильно, приводят к снижению баллов за соответствующий пункт на 50 %.

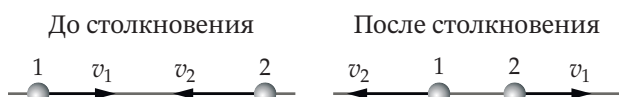


Условия задач, авторские решения и критерии оценивания

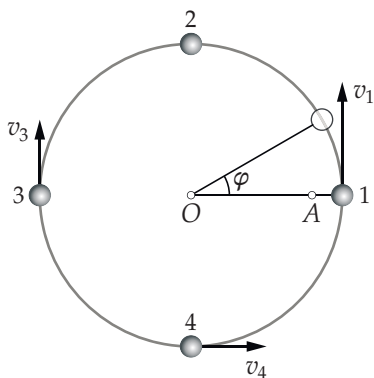
1. Кольцо с бусами (11 баллов)

Крюков П. А.

Известно, что упругие бусинки одинаковой массы, насаженные на горизонтальную спицу, по которой они могут скользить без трения, в процессе столкновения обмениваются скоростями, что схематично иллюстрирует рисунок ниже.



Пусть на гладкое, расположенное в горизонтальной плоскости кольцо радиусом 1 м, насажены 4 упругие бусинки одинаковой массы (рис. ниже). Положение любой бусинки в любой момент времени определяется углом φ , который отсчитывается от линии OA против часовой стрелки и может принимать значения от 0° до 360° . В нулевой момент времени углы, задающие положение бусинок на кольце, равны: $\varphi_1(0) = 0$, $\varphi_2(0) = 90^\circ$, $\varphi_3(0) = 180^\circ$ и $\varphi_4(0) = 270^\circ$. Скорости бусинок в нулевой момент равны: $v_1 = 2\pi$ м/с, $v_2 = 0$, $v_3 = \pi$ м/с, $v_4 = \pi$ м/с и направлены так, как показано на рисунке.



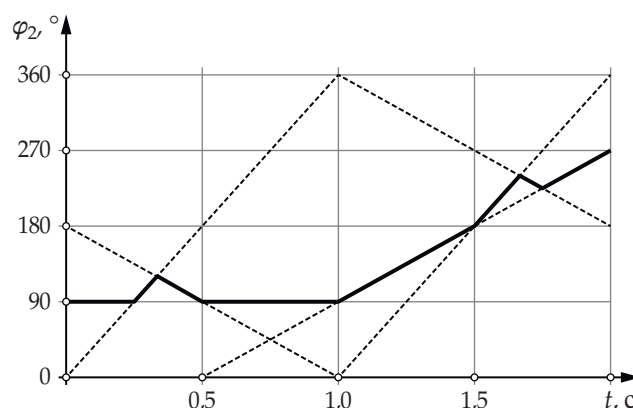
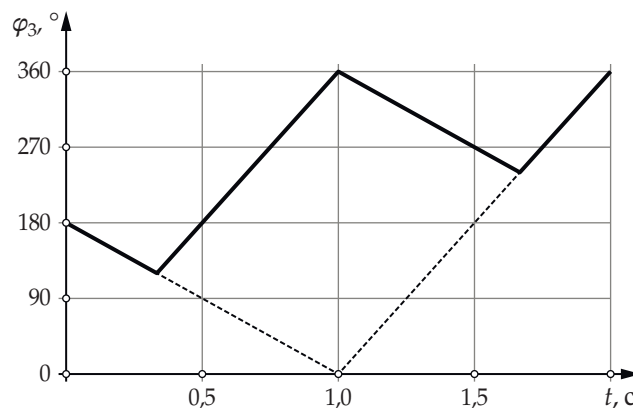
А. А1) Если бы второй и четвёртой бусинок не было, то как выглядел бы график зависимости угла $\varphi_3(t)$, определяющего положение третьей бусинки, от времени для первых двух секунд движения? (1 балл)

А2) Изобразите график зависимости угла $\varphi_2(t)$, определяющего положение второй бусинки, от времени для первых двух секунд движения (на кольце четыре бусинки). (3 балла)

В. В какой точке кольца будет находиться через 2 секунды после начала движения первая бусинка? Сколько столкновений она испытает за это время? (2 балла)

С. Верно ли, что углы, характеризующие положение бусинок, а также скорости бусинок через некоторое время T будут такими же, как в начальный момент? Если да, то найдите время T . (5 баллов)

Ответ: А) Искомые графики изображены на рисунках ниже линиями чёрного цвета; В) 180° , 7 столкновений; С) верно, $T = 4$ с.



Критерии

При выставлении баллов за решения, представленные школьниками, предлагается ориентироваться на распределение баллов, данное в формулировке задачи, учитывая следующие соображения.

Не важно каким образом получен график или численный ответ. Верный ответ должен оцениваться полным баллом, если предшествующие ответу рассуждения выглядят непротиворечиво.

Если в ответе на вопрос п. А2) верно изображено не менее половины графика — 1,5 балла.

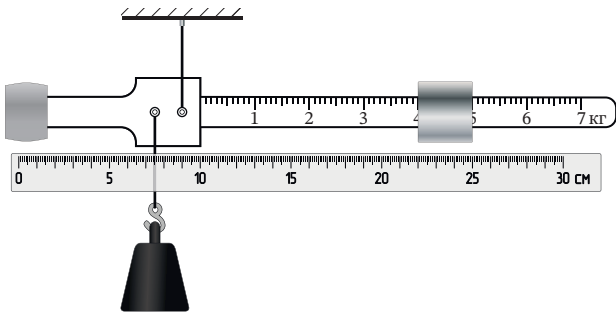
Каждый из ответов на вопросы части **В** оценивается в 1 балл.

В части **С** утвердительный ответ на первый вопрос при наличии доказательства утверждения оценивается в 2 балла. Правильное вычисление периода, таким образом, оценивается в 3 балла, при этом вычислительные ошибки приводят к снижению балла за расчёт периода на 50 %.

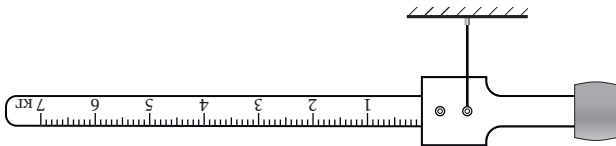
2. Безмен (8 баллов)

Ромашка М. Ю.

Безмен — это ручные весы для взвешивания грузов небольшой массы. Один из вариантов конструкции безмена можно видеть на рисунке. Безмен состоит из металлического коромысла, закреплённого на коромысле противовеса (на левом конце коромысла) и подвижной гири (справа). На крючок подвешивается груз, массу которого надо узнать, а положение гири подбирается таким образом, чтобы в равновесии коромысло располагалось горизонтально. Показания безмена, изображённого на рисунке, равны 4 кг. Рядом с ним находится сантиметровая линейка.



Известно, что если с этого безмена снять гирию и подвесить его за ось, к которой был привязан крючок, иначе говоря, перевернуть (рис. ниже), то в положении равновесия коромысло будет располагаться горизонтально.



Определите по этим данным массу гири m и массу M остальной конструкции (безмена без гири и взвешиваемого груза).

Ответ: $m = 0,5$ кг, $M \approx 0,83$ кг.

Критерии

Правильные ответы, подкреплённые непротиворечивыми, доказательными рассуждениями, оцениваются полным баллом, даже если решение отличается от авторского. Промежуточные результаты, полученные в процессе решения, предлагается оценивать по схеме, изложенной ниже.

Найдено положение по горизонтали центра тяжести безмена без гири и груза — 2 балла.

Правильно указывается положение центра тяжести гири — 1 балл.

Правильно записаны два уравнения моментов для двух произвольных масс груза и соответствующих положений гири — 4 балла. Если правильно записано только одно уравнение моментов — 2 балла.

Получены верные числовые ответы — 1 балл.

Рекомендуется не учитывать распространение ошибки при определении положения центра тяжести гири на полученные в результате ответы.

3. Про электросамокат (6 баллов)

Ромашка М. Ю., Крюков П. А.

В электросамокате в качестве источника энергии используется батарея литий-ионных аккумуляторов. При помощи специального устройства, которое называется контроллером, и мотора электрическая энергия, запасённая в аккумуляторе, преобразуется в механическую работу без потерь. Можно считать, что при движении с постоянной скоростью вся механическая работа совершается мотором самоката против силы сопротивления воздуха, которая пропорциональна квадрату скорости самоката. Уровень заряда батареи пропорционален электрической энергии, запасённой в аккумуляторе.

При движении на самокате со скоростью 15 км/ч по горизонтальной дороге уровень заряда батареи уменьшается от 80 % до 70 % за 20 минут. За какое время произойдёт такое же уменьшение заряда батареи, при движении со скоростью 18,9 км/ч по той же дороге на том же самокате того же самого человека, что и в первом случае?

Пояснение. Когда мы говорим «работа совершается против силы сопротивления воздуха», то имеем в виду, что работа сил, заставляющих самокат двигаться, равна по абсолютной величине работе силы сопротивления.

Ответ: ≈ 20 мин.

Критерии

Правильные ответы, подкреплённые непротиворечивыми, доказательными рассуждениями, оцениваются полным баллом, даже если решение отличается от авторского. Промежуточные результаты, полученные в процессе решения, предлагается оценивать по схеме, изложенной ниже.

Приводится формула $A = FS$ для работы силы F — 1 балл.

Устанавливается, что работа, совершаемая мотором самоката против силы сопротивления воздуха за время t , пропорциональна $v^3 t$ — 3 балла.

Найден правильный числовой ответ — 2 балла.

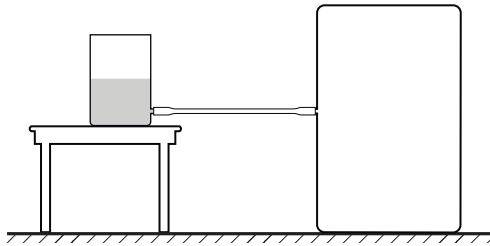
Оценка за любые разумные рассуждения выставляется на усмотрение проверяющего на основе схемы распределения баллов, изложенной выше.

4. Предложите конструкцию (10 баллов)

Бычков А. И.

На столе стоит цилиндрический сосуд с вертикальными стенками, заполненный водой примерно наполовину. Площадь сечения сосуда равна $S = 400$ см², внизу сосуда имеется штуцер, к ко-

торому присоединён горизонтально расположенный шланг. Другой конец шланга соединён со штуцером «чёрного ящика», в котором находится неизвестное устройство (см. рисунок).

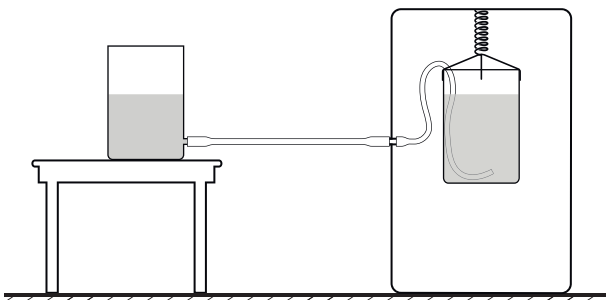


Неизвестное устройство действует следующим образом. Если в сосуд доливают немного воды (Δm порядка 100 г), уровень жидкости в сосуде опускается (!) по сравнению с первоначальным. Если же после этого из сосуда зачерпывают такую же порцию воды, то уровень поднимается до первоначальной высоты. Предложите конструкцию устройства, которое может находиться внутри чёрного ящика. Изобразите схему устройства и коротко объясните принцип его работы.

Известно, что в конструкции устройства используется некоторое оборудование из следующего списка: цилиндрический сосуд — такой же, как на столе, нерастяжимые нити, пружина жёсткостью $k = 300 \text{ Н/м}$, набор грузов разных масс, резиновый шланг с внутренним диаметром, соответствующим диаметру штуцера на стенке ящика. Все грузы и сосуд снабжены крючками, которые могут быть использованы для крепления нитей и пружины. Крепления для нитей и пружины имеются также на потолке и стенах ящика.

Плотность воды и ускорение свободного падения равны: $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ и $g = 10 \text{ Н/кг}$.

Ответ: Схема одного из вариантов конструкции, которая могла бы содержаться в чёрном ящике, изображена на рис. ниже. При помощи ниток и крючков сосуд с водой подвешивается на пружине к потолку чёрного ящика. Гибкий шланг одним концом присоединяется к штуцеру. Другой конец шланга погружается в воду. Из обоих шлангов предварительно удаляется воздух.



Критерии

Любые решения задачи, удовлетворяющие условиям, подкреплённые непротиворечивыми,

доказательными рассуждениями, оцениваются полным баллом, даже если решение отличается от авторского. В случае схожего с авторским решения, промежуточные результаты предлагается оценивать по схеме, изложенной ниже.

Изображена схема конструкции устройства, работающего в соответствии с условиями задачи, — 4 балла.

Приводится физически верное объяснение принципа работы устройства на качественном уровне — 3 балла.

Доказывается, что использование пружины из предоставленного набора оборудования обеспечивает работу устройства в соответствии с условиями задачи — 3 балла.

Рассуждения и результаты в решениях, отличающихся от авторского, оцениваются на усмотрение проверяющего.



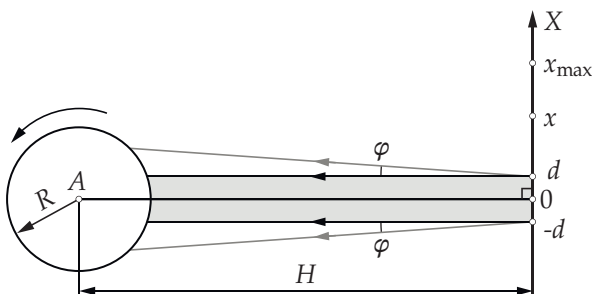
Условия задач, ответы и критерии оценивания

1. Диска-шар (10 баллов)

Диска-шар — это шар с зеркальной поверхностью, состоящей из сотен или тысяч граней, каждая из которых — маленькое плоское зеркало. Обычно он подвешивается на потолке к устройству, которое равномерно вращает его вокруг вертикальной оси. Когда шар освещается прожекторами, зрители видят многочисленные отблески («зайчики»), бегущие по полу, стенам и потолку помещения (фото ниже). Зеркальные шары приобрели популярность в период расцвета музыкального стиля диско, в конце 70-х годов 20 века, когда их стали устанавливать в залах дискотек и ночных клубов.



Пусть шар радиусом R вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр (т. А, рис. ниже, вид сверху), совершая n оборотов в секунду. Расстояние от центра шара до вертикальной стены, совпадающей с горизонтальной осью OX на рисунке, равно H при этом $H \gg R$. Шар освещается пучком параллельных лучей, который формируется прожектором, расположенным на стене на той же высоте, что и центр шара. Лучи света от прожектора идут перпендикулярно стене, поперечный размер пучка равен $2d$.



Рассмотрим «зайчики», бегущие по стене на той же высоте, что и прожектор.

А. Чему равно максимальное значение координаты зайчика x_{\max} ? (2 балла)

В. Определите скорость $v(x)$ движения «зайчика», проходящего точку с координатой x . (4 балла)

С. Пусть одинаковые маленькие плоские зеркала, покрывающие поверхность шара имеют форму квадратов с длиной стороны a ($a \ll R$). Пусть пучок света прожектора, падающий на шар, имеет небольшую расходимость (рис. выше), определяемую углом 2φ ($\varphi \ll 1$, см. Указание на листе 2). Оцените максимальное значение угла φ , при котором хотя бы в некоторых точках стены можно будет различить отдельные «зайчики». (4 балла)

Ответ: А) $x_{\max} = 2dH \frac{\sqrt{R^2 - d^2}}{R^2 - 2d^2} \approx \frac{2dH}{R}$; В) $v(x) = 4\pi Hn \left(1 + \frac{x^2}{H^2}\right) \approx 4\pi Hn$. С) Ошибка в формулировке, см. критерии.

Критерии

Внимание! В формулировке части С задачи была допущена ошибка, поэтому суммарное количество баллов за задачу уменьшается до 8 баллов, при этом всем, приступившим к решению задачи, присуждается 2 балла за часть С.

В части А указывается, что максимальное значение координаты «зайчика» достигается для крайних лучей из пучка, которые после отражения от шара поворачиваются на угол 2α , где $\sin \alpha = \frac{d}{R}$, относительно первоначального направления распространения — 1 балл. Если имеется только верный поясняющий рисунок, но количественные соотношения не выписаны — 0,5 балла.

В части А получен правильный ответ в виде: $x_{\max} = 2dH \frac{\sqrt{R^2 - d^2}}{R^2 - 2d^2}$ или в виде: $x_{\max} \approx \frac{2dH}{R}$ — 1 балл.

Баллы за достигнутые продвижения при ответе на вопрос части А (описанные в предыдущих абзацах) суммируются.

В части В правильный, обоснованный ответ в виде: $v(x) = 4\pi Hn \left(1 + \frac{x^2}{H^2}\right)$ или в виде: $v \approx 4\pi Hn$ оценивается полным баллом, даже если решение отличается от авторского. В других случаях промежуточные результаты оцениваются на основании схемы, изложенной ниже.

Тем или иным образом указывается, что движение «зайчика» по стене обусловлено поворотом зеркала, порождающего этот «зайчик», при вращении шара — 1,5 балла.

С физической точки зрения решение абсолютно верное, однако при алгебраических преобразованиях допущены ошибки, существенно влияющие на ход решения, — 2 балла.

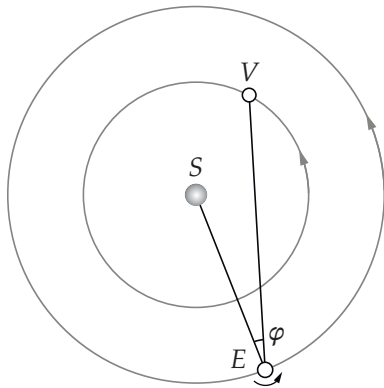
С физической точки зрения решение верное, но содержит вычислительные ошибки, существенно влияющие на ход решения, — 3 балла.

В остальных случаях эта часть оценивается на усмотрение проверяющего с учётом схемы, изложенной выше.

2. Элонгация Венеры (10 баллов)

Дергачёв А. А.

Наблюдениям за планетой Венера с Земли мешает её близость на небе к Солнцу. Угол φ (см. рис.) между направлениями с Земли (E) на планету, в данном случае на Венеру (V), и на Солнце (S) называется *элонгацией*; она бывает восточной и западной в зависимости от расположения планеты на небесной сфере относительно Солнца. Венеру в наибольшей западной элонгации можно наблюдать перед рассветом, а в наибольшей восточной — сразу после заката Солнца. Считается, что планета располагается западнее Солнца, если она появляется на небе раньше него.



Наибольшее значение элонгации составляет около $46,5^\circ$, последний раз близкие значения наблюдались с 11 по 14 августа 2020 года, причем Венера была видна на рассвете. Орбиты Земли и Венеры можно считать круговыми и лежащими в одной плоскости. Все планеты вращаются вокруг Солнца в одном направлении, Земля вращается вокруг своей оси в ту же сторону. Отклонение земной оси от перпендикуляра к плоскости вращения планет в данной задаче несущественно.

А. Найдите расстояние от Венеры до Солнца, если расстояние от Земли до Солнца равно 150 млн км. (4 балла)

В. Когда примерно можно ожидать следующий наиболее подходящий для наблюдения Венеры момент? (6 баллов)

Ответ: А) $R_V \approx 109$ млн км; В) около 5 ноября 2021 года.

Критерии

Правильные и обоснованные ответы оцениваются полным баллом, даже если решение отличается от авторского. При этом правильным в части **А** считается ответ, который отличается от приведённого в решении не более, чем на 5%. В части **В** отличие даты (от приведённой в решении) может составлять до двух недель.

Верное с физической точки зрения решение в части **А**, не приводящие к правильному отве-

ту вследствие допущенных вычислительных ошибок, — 2 балла. Физически верное решение в части **В**, не приводящее к правильному ответу вследствие допущенных вычислительных ошибок, — 4 балла.

Промежуточные результаты, полученные в процессе решения, предлагается оценивать по схеме, изложенной ниже.

Указывается, что в наибольшей элонгации прямая, соединяющая Землю и Венеру, является касательной к орбите Венеры — 1 балл, если при этом верно определены точки на орбите Венеры, соответствующие наибольшей восточной и западной элонгации, то — 3 балла за этот пункт.

Правильно вычислено время, за которое Венера совершает один оборот вокруг Солнца (сидерический период), — 0,5 балла.

Правильно вычислено время, через которое конфигурация расположения планет повторяется (синодический период), — 1,5 балла.

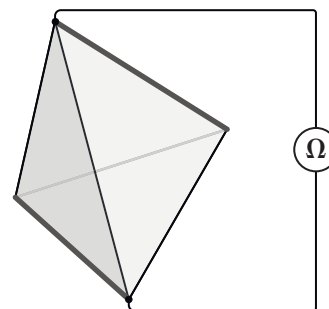
Указывается, что период времени между днями, в которые Венера наблюдается в максимальной элонгации, пропорционален длине дуги орбиты в системе отсчета, вращающейся вместе с Землёй вокруг Солнца (даже если дуга выбрана неверно), — 1 балл.

Баллы за перечисленные пункты суммируются.

3. Тетраэдр (8 баллов)

Варламов С. Д.

Правильный тетраэдр сделан из непроводящего материала. Его поверхность покрыта тонкой фольгой толщиной h , много меньшей размеров рёбер. Удельное сопротивление материала фольги равно ρ .



К двум не соприкасающимся рёбрам вдоль всей их длины припаяли медные проволочки пренебрежимо малого сопротивления (линии увеличенной толщины на рис. выше), к которым подключили омметр. Какую величину сопротивления показывает прибор?

Ответ: $R = \rho \frac{h}{2da} = \frac{\rho\sqrt{3}}{4d}$.

Критерии

По всей видимости, основная сложность задачи состоит в том, чтобы придумать такое преобразование исходной конфигурации проводящих тре-

угольников, чтобы можно было сделать вычисления, поэтому продвижение в этой части решения следует поощрять.

Правильный ответ, подкреплённый непротиворечивыми, доказательными рассуждениями, оценивается полным баллом, даже если решение отличается от авторского. Если с физической точки зрения рассуждения полностью верные, но правильный ответ не получен из-за вычислительных ошибок (или из-за незнания геометрических формул) — 6 баллов. Если с физической точки зрения рассуждения верные, но правильный ответ не получен из-за ошибки в физической формуле — 5 баллов.

Достигнуто некоторое продвижение в преобразовании схемы, но до вида, позволяющего сделать расчёт, не доведено — 2 балла.

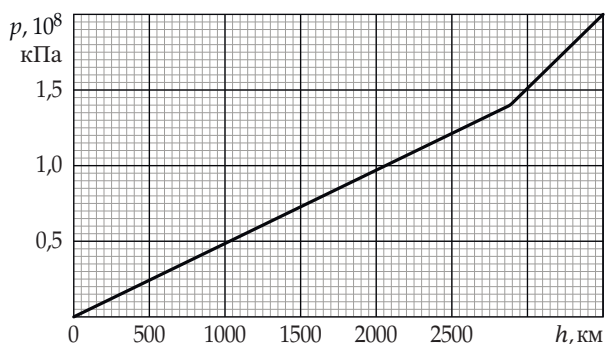
Записана формула $R = \rho \frac{L}{S}$, но больше ничего нет — 1 балл.

В остальных случаях решение оценивается на усмотрение проверяющего, при этом предлагается в первую очередь обращать внимание на «идейную составляющую».

4. Плотность мантии (6 баллов)

Бычков А. И., Крюков П. А.

По существующим представлениям о строении Земли под слоем земной коры небольшой толщины находится мантия, состоящая из силикатных пород и простирающаяся примерно до глубины 2900 км, мантия окружает жидкое внешнее ядро. С небольших глубин из-за высоких давлений твёрдое вещество мантии начинает проявлять пластические свойства, поэтому при расчётах можно считать его жидким. На основе анализа данных о скоростях распространения сейсмических волн возникли модельные представления о распределении давления внутри Земли. В первом приближении график зависимости давления p от глубины h (при $h \lesssim 3500$ км) состоит из двух линейных участков (рис. ниже), при этом гравитационная сила, действующая на тело массой m со стороны Земли на глубинах до 3000 км, определяется по той же формуле, что и на поверхности: $F = mg$. Можно считать, что ускорение свободного падения равно $g = 10 \text{ м/с}^2$.



Изобразите графически зависимость плотности вещества Земли от глубины, соответствующую участку прямой пропорциональности на графике давления. На сколько изменяется плотность в точке излома графика давления?

Ответ: $\rho = 4830 \text{ кг/м}^3 \pm 50 \text{ кг/м}^3$; $\Delta\rho = 5200 \text{ кг/м}^3 \pm 100 \text{ кг/м}^3$.

Критерии

Правильные ответы, подкреплённые непротиворечивыми, доказательными рассуждениями, оцениваются полным баллом, даже если решение отличается от авторского. Промежуточные результаты, полученные в процессе решения, предлагается оценивать по схеме, изложенной ниже.

Аргументированно получена связь плотности вещества Земли с коэффициентом наклона линейного участка зависимости — 2 балла.

Изображён правильный график зависимости плотности вещества Земли от глубины, соответствующий участку прямой пропорциональности на графике давления, — 2 балла. Если график не построен, но указано, что плотность постоянна, и выписан числовой ответ, который попадает в диапазон $4830 \text{ кг/м}^3 \pm 50 \text{ кг/м}^3$ — 2 балла.

Найдена величина скачка плотности вещества Земли на глубине 2900 км — 2 балла.

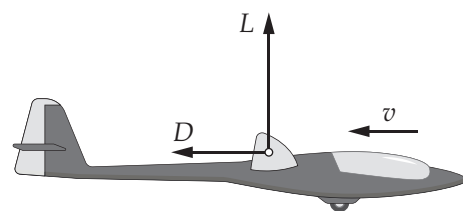
Ошибки в вычислениях при условии, что принципиально сделано правильно, приводят к снижению баллов за соответствующий пункт на 50 %.

5. Планирование (9 баллов)

Крюков П. А.

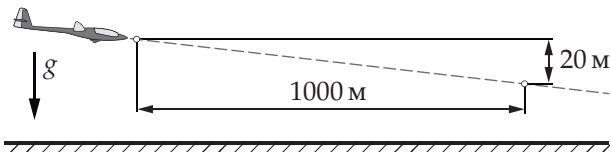
На крыло летательного аппарата со стороны набегающего на него потока воздуха, движущегося со скоростью v (относительно крыла), действуют силы, зависящие от скорости v : подъёмная сила $L(v)$, ортогональная скорости, и сила сопротивления $D(v)$, сонаправленная скорости (см. рисунок).

Отношение $K(v) = \frac{L(v)}{D(v)}$ называется *аэродинамическим качеством*. В этой задаче рассматривается полёт планера (безмоторного летательного аппарата), для которого аэродинамическое качество можно считать постоянным, не зависящим от направления и величины скорости v .



Известно, что в неподвижном (относительно земли) воздухе, планер может лететь, снижаясь, с постоянной скоростью, так что уменьшение высо-

ты будет составлять 20 метров на каждый километр перемещения по горизонтали (рис. ниже).



Тот же планер может лететь не снижаясь со скоростью $w = 20$ м/с относительно земли во встречном восходящем потоке воздуха, скорость которого относительно земли равна $u = 5$ м/с и направлена под малым углом α к горизонтали (см. Указание ниже). Найдите значение угла α .

Ответ: $\alpha = \frac{u+w}{u} \cdot \varphi = 0,1$ рад.

Критерии

Правильный и обоснованный ответ оценивается полным баллом, даже если решение отличается от авторского. Верное с физической точки зрения решение, не приводящие к правильному ответу вследствие допущенных вычислительных ошибок — 6 баллов. Промежуточные результаты, полученные в процессе решения, предлагается оценивать по схеме, изложенной ниже.

Найдено аэродинамическое качество или обратная величина — 2 балла.

Указывается, что при горизонтальном планировании в восходящем потоке и снижении с постоянной скоростью на планер действуют одинаковые силы, — 2 балла.

Получен «треугольник скоростей» для случая горизонтального полёта или алгебраические соотношения, дающие возможность получить верный ответ — 2 балла.

Баллы за перечисленные пункты суммируются.

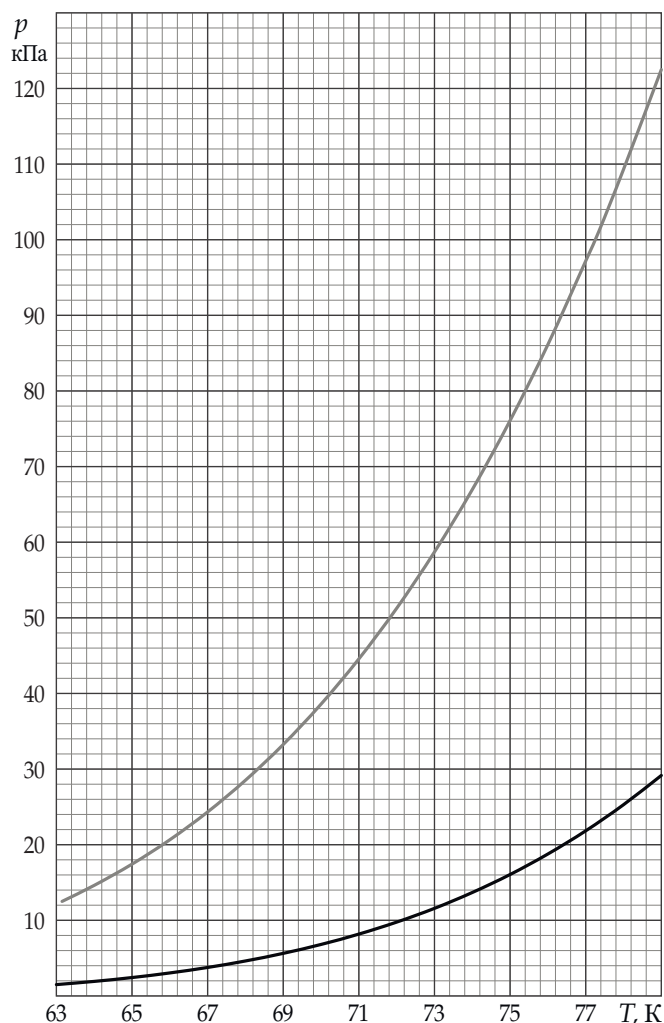


Условия задач, ответы и критерии оценивания

1. Неправильный воздух (8 баллов)

Бычков А. И., Крюков П. А.

Отношение количества кислорода к количеству азота в некотором объёме «неправильного воздуха» равно 1 : 5. На рисунке изображены графики зависимости давления насыщенных паров азота и кислорода от температуры, при этом линия чёрного цвета соответствует давлению паров кислорода. Температура неправильного воздуха в начальный момент равна $t_0 = -120^\circ\text{C}$.



В процессе охлаждения в некоторый момент времени кислород и азот начинают конденсироваться одновременно. Используя график, определите как можно точнее, каким было начальное давление неправильного воздуха, если охлаждение производилось изобарически. А если изохорически?
Ответ: $p_1 = 72 \text{ кПа} \pm 5 \text{ кПа}$, $p_2 = 151 \text{ кПа} \pm 12 \text{ кПа}$.

Критерии

По существу задачу едва ли можно назвать сложной, поэтому представляется разумным основное

внимание при оценивании решений уделить точности определения температуры и давления в точке конденсации. Сетка на графике в условии задачи позволяет определить температуру конденсации с точностью до 1%, а давление азота в точке конденсации с точностью до $\frac{4}{15} \approx 6,7\%$.

Промежуточные результаты, полученные в процессе решения, предлагается оценивать по схеме, изложенной ниже.

Найдено значение давления азота при температуре конденсации, попадающее в диапазон: $p_N = 60 \text{ кПа} \pm 4 \text{ кПа}$, или найдено значение температуры конденсации, попадающее в диапазон: $T_K = 73 \text{ К} \pm 0,8 \text{ К}$, — 5 баллов. Если значение p_N или T_K получено, но в указанный диапазон не попадает — 2 балла.

Найдено давление смеси при изобарном охлаждении, попадающее в диапазон: $p_1 = 72 \text{ кПа} \pm 5 \text{ кПа}$, — 1 балл.

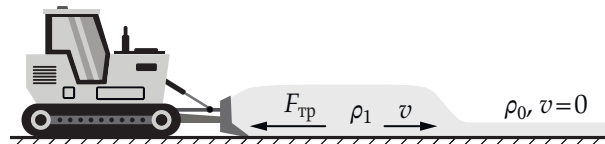
Найдено давление смеси при изохорном охлаждении, попадающее в диапазон: $p_2 = 151 \text{ кПа} \pm 12 \text{ кПа}$, — 2 балла.

Если ошибка в определении давления p_1 или p_2 связана с неверным определением давления одного из газов, при этом с физической точки зрения расчёт давления сделан верно, то количество баллов, выставляемых за последние два пункта, не уменьшается. Баллы, полученные за промежуточные результаты, суммируются.

2. Похоже на уборку снега (9 баллов)

Механический фольклор

Некоторые особенности процесса сгребания снега бульдозером можно описать на основе следующей простейшей модели. Вдали от бульдозера (см. рис.) слой снега имеет линейную плотность ρ_0 и покоится. Бульдозер и часть снега, прилегающая к его щиту, движутся с постоянной скоростью v . На движущуюся часть действует сила трения, удовлетворяющая закону Кулона-Амонтона: $F_{\text{тр}} = \mu N$; коэффициент трения μ считается известным. Ускорение свободного падения равно g .



А. Пусть весь снег, вовлекаемый бульдозером в движение, распределяется в движущейся части со средней постоянной линейной плотностью ρ_1 . Бульдозер в состоянии развить мощность не более, чем W_0 . Найдите время t , в течение которого возможно движение бульдозера с постоянной скоростью v . (6 баллов)

В. Пусть после того, как масса снега в движущейся части достигает некоторого значения M_0 , она перестаёт увеличиваться. При вовлечении в движение порции снега, такая же порция покидает движущуюся часть, скатываясь вбок относительно направления движения. Какую мощность W_1 должен развивать бульдозер при движении с постоянной скоростью v в этом случае? (3 балла)

Ответ: А) $t = \frac{W_0}{\mu g v^2} \cdot \frac{\rho_1 - \rho_0}{\rho_1 \rho_0} - \frac{v}{\mu g}$; В) $W_1 = \mu M_0 g v + \rho_0 v^3$.

Критерии

Правильные ответы, подкреплённые непротиворечивыми, доказательными рассуждениями, оцениваются полным баллом, даже если решение отличается от авторского. Наиболее сложной проблемой, возникающей в процессе ответа на вопрос в каждой из частей, по всей видимости, является запись уравнения динамики (второй закон Ньютона, закон изменения импульса или что-то подобное), поэтому движение в правильном направлении в этой части решения следует поощрять. Промежуточные результаты, полученные в процессе решения, предлагается оценивать по схеме, изложенной ниже.

Тем или иным образом высказывается мысль о том, что скорость границы раздела в части **А** отличается от скорости бульдозера — 0,5 балла. Если скорость границы раздела найдена верно, получена формула

$$u = \frac{\rho_1 v}{\rho_1 - \rho_0},$$

при этом обоснование может быть кратким, либо вообще отсутствовать — 1,5 балла.

Записано уравнение движения в части **А**, получена формула

$$F = \mu M(t)g + \frac{dm}{dt}v,$$

или аналогичная для произвольного момента времени t , при этом решение содержит краткое непротиворечивое обоснование полученной формулы — 2 балла. Если обоснование отсутствует — 1 балл.

В части **А** получена верная зависимость массы движущейся части от времени

$$M(t) = \frac{\rho_1 \rho_0}{\rho_1 - \rho_0} \cdot vt,$$

при этом обоснование может отсутствовать — 1 балл.

В части **А** указывается, что максимальная мощность силы давления достигается, когда масса движущейся части становится максимальной — 0,5 балла.

Оценка за любые разумные рассуждения, не упо-

мянутые выше, при ответе на вопрос части **А** выставляется на усмотрение проверяющего на основе схемы распределения баллов, изложенной выше.

В части **В** верно записано уравнение движения, получена формула

$$F = \mu M_0 g + \rho_0 v^2$$

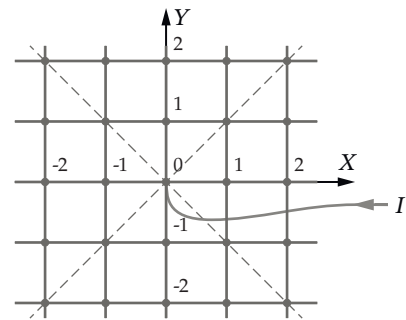
или аналогичная, при этом решение содержит краткое непротиворечивое обоснование полученной формулы — 2 балла. Если обоснование отсутствует — 1 балл.

Баллы, полученные за отдельные результаты в пунктах, описанных выше, суммируются.

3. Ну, очень большая сетка (10 баллов)

Крюков П. А.

Сетка в форме квадрата состоит из очень большого количества ячеек. В узел с координатами $(0, 0)$, совпадающий с центром квадрата, втекает ток $I = 4$ А (см. рисунок). Сопротивление любого проводника, соединяющего соседние узлы сетки, равно 1 Ом.



А. Пусть узлы сетки на стороне большого квадрата подключены к специальному источнику напряжения, так что потенциалы узлов, лежащих на диагоналях (см. рис., пунктирные линии), равны нулю везде кроме центра квадрата, где потенциал равен 1 В. Определите потенциалы φ_{1k} в узлах с координатами $(k + 1, k)$, и потенциалы φ_{2k} в узлах с координатами $(k + 2, k)$ при $k \geq 0$. (4 балла)

В. Источник напряжения заменили на другой — ещё более специальный. Теперь потенциалы узлов и на диагоналях, и в центре равны нулю. Чему равны потенциалы φ_{1k} в узлах с координатами $(k + 1, k)$, и потенциалы φ_{2k} в узлах с координатами $(k + 2, k)$ при $k \geq 0$ в этом случае? (6 баллов)

Ответ: А) $\varphi_{1k} = 0$, $\varphi_{2k} = (-1)^{k+1}$ В;
В) $\varphi_{1k} = (-1)^{k+1}$ В, $\varphi_{2k} = 4(k + 1) \cdot (-1)^{k+1}$ В.

Критерии

Существуют разные способы решения этой задачи, поэтому предлагается в первую очередь оценивать ответы. Верные ответы оцениваются полным баллом, даже если отсутствует доказательство полученной формулы.

В части **А** правильный ответ на первый вопрос:

$\varphi_{1k} = 0$ — 1,5 балла. Правильный ответ на второй вопрос: $\varphi_{2k} = (-1)^{k+1} \text{ В}$ — 2,5 балла.

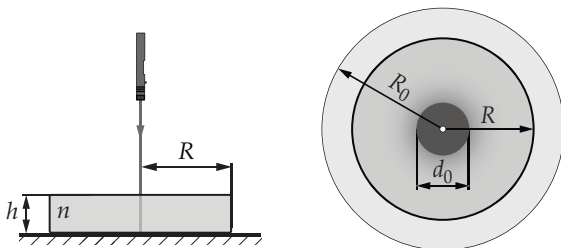
В части **В** правильный ответ на первый вопрос: $\varphi_{1k} = (-1)^{k+1} \text{ В}$ — 2 балла. Правильный ответ на второй вопрос: $\varphi_{2k} = 4(k+1) \cdot (-1)^{k+1} \text{ В}$ — 4 балла.

Промежуточные верные рассуждения и результаты оцениваются на усмотрение проверяющего. Рекомендуется выставлять не более трети от максимального количества баллов за соответствующий пункт.

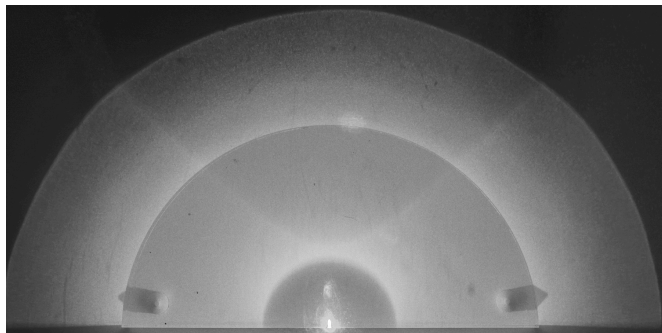
4. Ореол и тёмный круг (10 баллов)

Крюков П. А., Бычков А. И.

На горизонтальной поверхности располагается диск радиусом R и толщиной h , сделанный из стекла с показателем преломления $n = 1,5$ (рис. ниже, слева). Нижняя матовая сторона диска отражает свет диффузно (иначе говоря, равномерно в любых направлениях). Верхняя и боковая поверхности диска тщательно отшлифованы. Луч мощной лазерной указки, освещающей диск, направлен вдоль его оси. При рассматривании диска сверху (рис. ниже, справа) наблюдаются: ярко выраженный тёмный круг с нечёткой границей диаметром d_0 и светлый ореол с резкой границей в виде концентрической с диском окружности радиусом R_0 .



Ниже вы видите фотографию, полученную при проведении опыта, похожего на описанный выше. Мощной лазерной указкой освещалась нижняя точка середины половинки стеклянного диска. Можно различить тёмный полукруг с размытой границей и светлый ореол с резкой границей.



А. Известно, что толщина диска равна $h = 14 \text{ мм}$, а отношение радиусов диска и границы ореола равно $\frac{R_0}{R} \approx 1,65$ (это значение получается при из-

мерениях по фотографиям опытов). Найдите радиус диска R . (5 баллов)

В. Чем может быть обусловлено возникновение тёмного круга? Оцените его радиус r_0 , считая показатель преломления и толщину диска известными. (5 баллов)

Примечание. Можно считать, что в условиях данной задачи для лучей, выходящих из стекла в воздух, от границы раздела отражается не более 10 % энергии падающего излучения, если величина угла падения меньше 37° .

Ответ: А) $R = h \sqrt{\frac{n^2-1}{1-(0,65n)^2}} \approx 70 \text{ мм}$; В) $r_0 = 2h \operatorname{tg} \beta \approx 23 \text{ мм} \pm 2 \text{ мм}$.

Критерии

В части **А** верно указан ход луча, формирующего границу ореола, но конечный ответ не получен (или получен неверный ответ) вследствие вычислительных ошибок — 3 балла. Правильный, обоснованный ответ — 5 баллов. Если обоснование отсутствует — 4 балла.

В части **В** получен правильный, обоснованный ответ — 5 баллов.

В части **В** тем или иным образом высказана мысль о том, что точки тёмного круга — это вторичные источники малой интенсивности, порождаемые лучами, отражёнными от верхней поверхности диска, — 2,5 балла.

В части **В** конечный ответ не получен (или получен неверный ответ) вследствие вычислительных ошибок (при этом дано верное объяснение эффекта) — 3,5 балла.

В части **В** получен верный ответ, но никакого обоснования не приводится — 2,5 балла.

Промежуточные верные рассуждения и результаты оцениваются на усмотрение проверяющего. Рекомендуется выставлять не более 1 балла в каждой из частей за разумные рассуждения, не приводящие к объяснению эффекта или ответу.

5. Устойчивость атмосферы (13 баллов)

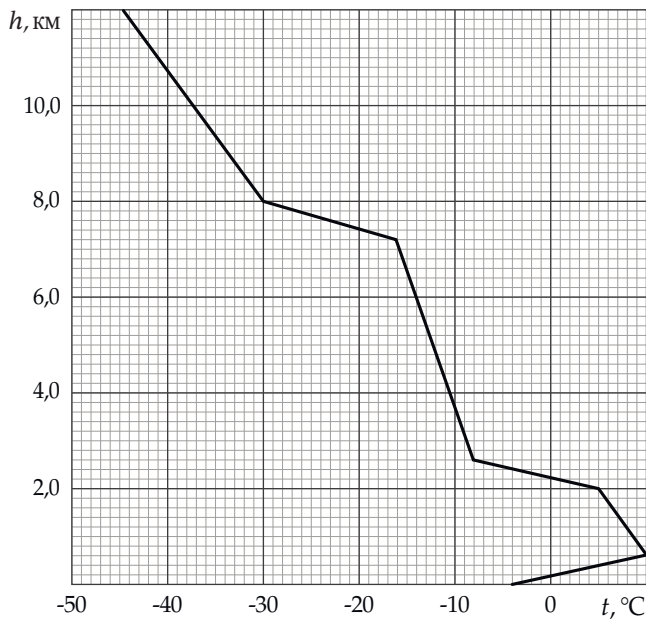
Крюков П. А.

А. *Сухой адиабатой* называется такое распределение температуры $T_a(h)$ в атмосфере Земли, что при увеличении высоты малой порции (в метеорологии их называют частицами) сухого воздуха на небольшую величину Δh без теплообмена с окружающими частицами её температура изменяется на малую величину ΔT_a . Найдите ΔT_a , считая Δh известным. Ускорение свободного падения равно $g = 10 \text{ м/с}^2$. Средние молярные масса и теплоёмкость воздуха при постоянном объёме равны: $\mu = 29 \text{ г/моль}$ и $c_V = 2,5R$ ($R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$) соответственно. Движением воздушных масс можно пренебречь. (6 баллов)

Указание. Для малых изменений параметров идеального газа (T, p, V) или (T, p, ρ), где ρ — плотность, из уравнения состояния следуют формулы:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta p}{p} + \frac{\Delta V}{V}, \quad \frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta p}{p} - \frac{\Delta \rho}{\rho}.$$

В. В естественных условиях равновесное распределение температуры воздуха по высоте имеет сложный вид. Линия на графике ниже моделирует зависимость $t(h)$, возникшую в воздухе над городом X в день Y . В физике атмосферы принято откладывать температуру по горизонтальной оси.



Устойчивым является такое равновесное состояние воздуха в атмосфере, что при *адиабатическом* смещении частицы воздуха из положения равновесия по вертикали на небольшую величину Δh , действующие на неё силы стремятся вернуть эту частицу в положение равновесия. Укажите на графике границы (по высоте) участков устойчивой атмосферы. Воздух предлагается считать сухим, наличием паров воды и движением воздушных масс пренебречь, значения, заданные в части **А** задачи, можно считать известными. (7 баллов)

Ответ: атмосфера устойчива на высоте: от 0 до 600 м, от 2000 м до 2600 м, от 7200 м до 8000 м.

Критерии

Решения в части **А** предлагается оценивать на основании следующей схемы.

Получено соотношение, связывающее изменение давления и высоты: $\Delta p = -\rho g \Delta h$, или аналогичное — 1 балл.

Верно записано условие отсутствия теплообмена в форме соотношения $\frac{5}{2} \cdot \frac{\Delta T_a}{T} = -\frac{\Delta V}{V}$ или аналогичного — 1 балл, если записано соотношение $\frac{\Delta p}{p} = \frac{7}{2} \cdot \frac{\Delta T_a}{T}$ или аналогичное — 1 балл.

Получен правильный ответ в общем виде $\Delta T_a = -\frac{2\mu g}{7R} \cdot \Delta h$ — 2,5 балла. Если верно вычисле-

но значение коэффициента пропорциональности: $\frac{2\mu g}{7R} \approx 10 \text{ }^\circ\text{C/км}$ — 0,5 балла.

Решения в части **В** предлагается оценивать на основе следующей схемы.

Выказывается мысль о том, что для установления условия устойчивости следует сравнить плотность частицы, смещённой на малую величину Δh вдоль сухой адиабаты, и плотность окружающего воздуха на той же высоте — 1 балл.

Получено выражение для изменения плотности на сухой адиабате $\Delta \rho_a$ — 1 балл.

Получено выражение для изменения плотности воздуха в атмосфере с температурным профилем, показанным на графике $\Delta \rho$, — 2 балла.

Найдено условие устойчивости в виде неравенства: $\alpha < \frac{2\mu g}{7R}$ (где $(-\alpha)$ — угловой коэффициент касательной к графику профиля температуры) или аналогичное, — 2 балла.

Получен верный ответ — 1 балл.

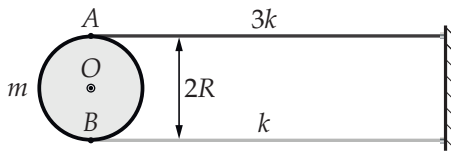


Условия задач, ответы и критерии оценивания

1. На резинках (6 баллов)

Крюков П. А.

Масса горизонтально расположенного колеса, насаженного на вертикальную ось O (см. рисунок), равна m и равномерно распределена по его границе — окружности радиусом R . В точках A и B , лежащих на одном диаметре, закреплены резиновые нити жёсткостью k и $3k$. Другие концы нитей присоединены к вертикальной стене. В положении равновесия отрезок AB располагается параллельно стене, нити не провисают, но и не деформированы, расстояние между ними равно $2R$.



А. Пусть диск может вращаться, не испытывая трения, вокруг оси. Определите период малых колебаний диска. (2 балла)

В. Ось вращается по часовой стрелке с достаточно большой постоянной угловой скоростью. Трение между осью и колесом сухое. Максимальный момент сил трения, действующих на колесо равен M_0 ($M_0 \ll kR^2$). Сначала колесо удерживают, при этом нити остаются нерастянутыми, потом отпускают.

В1) Через какое время после этого угловая скорость колеса станет максимальной? Чему равна эта максимальная скорость? (3 балла)

В2) Как изменится ответ, если ось будет вращаться против часовой стрелки? (1 балл)

Ответ: А) $T = \pi \left(\sqrt{\frac{m}{k}} + \sqrt{\frac{m}{3k}} \right)$. В1) $t_1 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{k}}$, $\omega_{\max}^{(1)} = \frac{M_0}{R^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{km}}$; В2) $t_2 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{3k}}$, $\omega_{\max}^{(2)} = \frac{M_0}{R^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3km}}$.

Критерии

В силу простоты задачи, оценивать решения предлагается на основе распределения баллов, данного в условии с учётом следующих дополнительных соображений.

Приводится правильный ответ, но отсутствует какое-либо обоснование, или ответ следует из неверных рассуждений (за исключением пункта В2) — количество баллов за соответствующий пункт уменьшается на 50 %.

Ответ оказался неправильным в силу вычислительных ошибок, при этом решение с физической точки зрения абсолютно верное — количество баллов за соответствующий пункт снижается на 50 %.

Правильный обоснованный ответ на каждый из

вопросов п. В1) оценивается в 1,5 балла.

Следует избегать распространения ошибки в ответе к п. В1) на п. В2).

2. Похоже на сплит-систему (7 баллов)

Крюков П. А.

Тепловая машина комнатной сплит-системы работает по обратному циклу Карно, при этом можно считать, что температуры в комнате и на улице соответствуют температурам на изотермах цикла. Летом, когда температура за окном равна $+27^\circ\text{C}$, сплит-система, работая в режиме кондиционирования (как холодильный агрегат), поддерживает в комнате температуру $+17^\circ\text{C}$ и потребляет от электросети среднюю мощность N_1 . В начале зимы, когда температура на улице опускается до -3°C , в сплит-системе включается режим теплового насоса, и она поддерживает в комнате ту же температуру $+17^\circ\text{C}$, что и летом, потребляя среднюю мощность N_2 . Можно считать, что тепловой поток (через окна и стены) пропорционален разности температур в комнате и на улице с одинаковым коэффициентом пропорциональности летом и зимой. Найдите отношение мощностей $n = \frac{N_2}{N_1}$, потребляемых сплит-системой при работе в разных режимах.

Ответ: $\frac{N_2}{N_1} = 4$.

Критерии

Верный ответ, подкреплённый непротиворечивыми, доказательными рассуждениями, оценивается полным баллом. В других случаях достигнутые продвижения в решении оцениваются на основе следующей схемы.

Решение с физической точки зрения правильное, основные соотношения, позволяющие свести задачу к решению системы уравнений, записаны верно, однако в силу вычислительных ошибок получен неверный ответ — 5 баллов.

Указывается, что в стационарном состоянии тепловой поток в комнату (из комнаты), обусловленный теплопроводностью стен и окон, компенсируется тепловым потоком, порождаемым тепловой машиной, работающей в одном из режимов, — 1 балл.

Для летнего случая правильно разобран холодильный режим работы сплит-системы. Записано верное соотношение, связывающее потребляемую сплит-системой мощность N_1 и тепловой поток в комнату, — 1,5 балла.

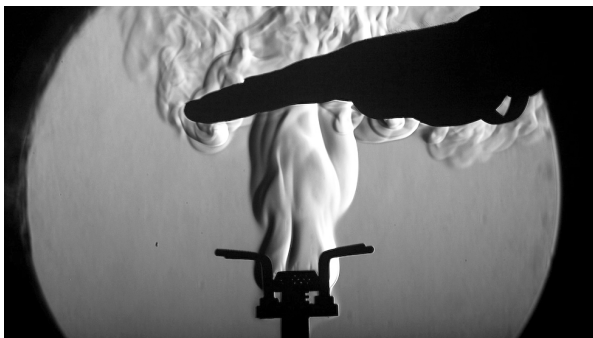
Без ошибок рассматривается работа сплит-системы в режиме теплового насоса. Записано верное соотношение, связывающее потребляемую сплит-системой мощность N_2 и тепловой поток из комнаты, — 1,5 балла.

Баллы, полученные за промежуточные результаты, описанные в последних трёх абзацах, суммируются.

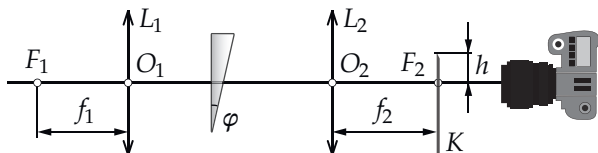
3. Шлирен-метод (9 баллов)

Крюков П. А.

Для фотографирования оптических неоднородностей в прозрачных средах часто применяют *шлирен-метод*. На фотографии ниже (Flickr.com, авт.: Phil Taylor) можно видеть потоки горячего воздуха, порождаемые пламенем газовой горелки и обтекающие ладонь человека.

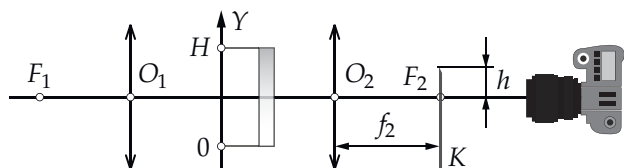


Шлирен-метод может быть реализован по схеме, изображённой на рис. ниже. Две тонкие линзы L_1 и L_2 располагаются так, что их оптические оси совпадают. В фокусе одной линзы, в т. F_1 находится точечный источник света, а в фокальной плоскости другой (т. F_2) — *нож Фуко* — большой непрозрачный экран K с острой кромкой, выступающей над уровнем оптической оси на небольшое расстояние h . Фокальная плоскость объектива фотоаппарата совпадает с фокальной плоскостью линзы L_2 .



А. Пусть между линзами располагается (см. рис. выше) призма с малым преломляющим углом φ и показателем преломления n . Фокусное расстояние линзы L_2 равно f_2 . При каких значениях h на фотографии будет виден только серый фон? (3 балла)

В. Призму заменяют на плоско-параллельную пластинку (см. рис. ниже) толщиной d и высотой H ($d \ll H$), показатель преломления которой линейно зависит от координаты y : $n(y) = n_0 \left(1 + \frac{\alpha y}{H}\right)$, значения n_0 и α ($\alpha \ll 1$) считаются известными.



При каких значениях h в этом случае на фотографии будет виден только серый фон? (5 баллов)

С. Коротко объясните (два-три предложения), по-

чему на фотографии в начале задачи ладонь и горелка — тёмные, а потоки воздуха — светлые, а также почему все изображения видны на фоне серого круга. (1 балл)

Ответ: А) $h > \varphi(n - 1)f_2$; В) $h > \frac{\alpha n_0 d f_2}{H}$. С) В потоках воздуха, возникающих над пламенем, показатель преломления заметно меняется на небольшой длине. Это приводит к отклонению лучей, проходящих через область нагретого воздуха. Далее они проходят выше ножа Фуко и попадают в объектив фотоаппарата, поэтому потоки изображаются светлыми. Горелка и ладонь перекрывают путь лучам, поэтому изображаются тёмными. Возникновение серого круга, на фоне которого наблюдаются и горелка, и ладонь, и потоки нагретого воздуха, может быть обусловлено разными факторами. Например, реализовать точечный источник света на практике достаточно сложно, линзы могут быть неидеальными (фокус не в точке), частично материал линз может рассеивать падающий свет.

Критерии

Верные ответы на вопросы частей **А** и **В**, подкреплённые непротиворечивыми, доказательными рассуждениями, оцениваются полным баллом. Любые обоснованные утверждения в ответе на вопрос части **С** оцениваются полным баллом, даже если даны ответы не на все вопросы этой части. В других случаях достигнутые продвижения в решении оцениваются на основе следующей схемы.

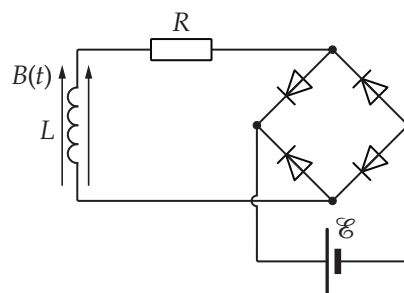
При ответе на вопрос части **А** указывается, что призма отклоняет лучи на угол $\varphi(n - 1)$ (больше ничего в этой части не сделано) — 1 балл.

Получено выражение (любым способом) для угла, на который отклоняет лучи пластинка при ответе на вопрос части **В** — 4 балла.

Указывается, что лучи отклонённые на угол β пересекают фокальную плоскость линзы на расстоянии $h = \beta f$ от главной оптической оси — 1 балл.

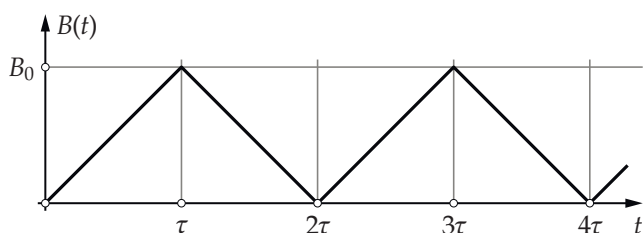
4. Магнитная зарядка (12 баллов)

Ромашка М. Ю., Крюков П. А., Бычков А. И. Аккумулятор с ЭДС \mathcal{E} , внутреннее сопротивление которого можно считать равным нулю, заряжают в цепи, изображённой на рисунке.



Диодный мост состоит из идеальных диодов, открывающихся при нулевом напряжении. катушка индуктивностью L располагается в области пе-

риодически изменяющегося магнитного поля $B(t)$. Можно считать, что сопротивление катушки и подводных проводов сосредоточено в резисторе сопротивлением R . Катушка намотана на сердечник в виде полого цилиндра сечением S и содержит N витков. Внешний радиус катушки незначительно отличается от внутреннего. Индукция магнитного поля $B(t)$, создаваемого внешними источниками, направлена вдоль оси катушки. Можно считать, что внутри сердечника поле однородно. Фрагмент зависимости индукции поля от времени показан на графике ниже. Постоянные B_0 и τ считаются известными, при этом их значения таковы, что схема может обеспечить зарядку аккумулятора за конечное время.



А. Известно, что параметры схемы удовлетворяют соотношению $\frac{L}{R} \ll \tau$. Определите заряд, протекающий через аккумулятор за время t_0 . (4 балла)

В. Пусть сопротивление R настолько мало, что выполняется условие: $\frac{L}{R} \gg \tau$. Найдите средний ток, текущий через аккумулятор спустя длительное время после начала зарядки. (8 баллов)

Ответ: А) $q_0 = \frac{B_0 N S - \mathcal{E} \tau}{R} \cdot \frac{t_0}{\tau}$. В) $\langle i(t) \rangle = \frac{(B_0 N S)^2 - \mathcal{E}^2 \tau^2}{4 L B_0 N S}$.

Критерии

Верные ответы на вопросы частей **А** и **В**, подкреплённые непротиворечивыми, доказательными рассуждениями, оцениваются полным баллом. При этом доказательство того факта, что в части **В** происходит выход зависимости $i(t)$ на стационарный режим не требуется. В других случаях достигнутые продвижения в решении оцениваются на основе следующей схемы.

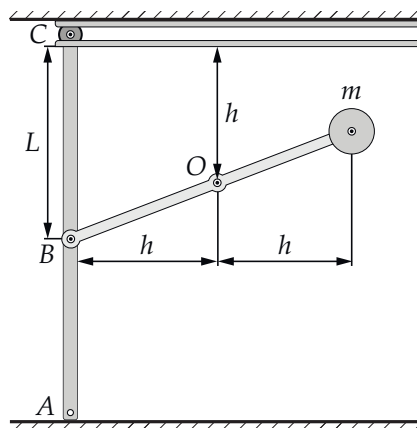
При ответе на вопрос части **А** указывается, что слагаемым, описывающим самоиндукцию можно пренебречь (больше ничего в этой части не сделано) — 1 балл.

В части **В** в результате обоснованных рассуждений получен верный вид зависимости $i(t)$, однако нет утверждения о том, что со временем наступает стационарный режим — 4 балла. В части **В** вычислительные ошибки при совершенно верных с физической точки зрения рассуждениях (которые в случае отсутствия ошибок привели бы к правильному ответу) — 5 баллов.

5. Ворота (18 баллов)

Ромашка М. Ю., Крюков П. А., Бычков А. И.

Механизм, при помощи которого производится подъём откидных ворот гаража, изображён на рисунке ниже, при этом ворота ABC находятся в вертикальном положении (закрыты). Прикладывая силу к ручке, расположенной у нижнего края ворот в т. A , можно перевести ворота в горизонтальное положение (открыть). При подъёме ворот ролик C , закреплённый на их верхнем крае, движется по горизонтальному направляющему. В т. B ($AB = BC = L$) ворота шарнирно соединены с коромыслом, которое может вращаться вокруг неподвижной оси O . На другом конце коромысла находится груз массой $m = 25$ кг. Ворота можно считать тонкой однородной пластиной массой $M = 30$ кг. Массой коромысла и ролика, любыми видами трения, а также линейными размерами ролика и груза можно пренебречь. Ускорение свободного падения и значения параметров, указанных на рисунке, равны: $g = 10$ м/с², $L = 92$ см, $h = 65$ см. В верхнем положении ворота фиксируются защёлкой.



А. А1) Какую силу F_1 , перпендикулярную воротам, необходимо прикладывать к ручке, чтобы удерживать ворота неподвижно при горизонтальном положении коромысла? (2 балла)

А2) Какую минимальную (!) силу F_2 необходимо прикладывать к ручке, чтобы ворота оставались неподвижными при горизонтальном положении коромысла? (4 балла)

В. Пусть при очень медленном подъёме ворот из начального вертикального положения в конечное горизонтальное к ручке в каждый момент времени прикладывается минимальная необходимая для подъёма сила. Чему равно максимальное значение F_{\max} этой минимальной силы? (8 баллов)

С. Если в верхнем положении открыть защёлку, то ворота начнут двигаться вниз, а коромысло — поворачиваться. Определите скорость нижней точки ворот в момент, когда она коснётся земли. (4 балла)

Ответ: А1) $F_1 \approx \frac{\sqrt{2(M-m)g}}{3} \approx 23,6$ Н;

$$A2) F_2 \approx \frac{(M-m)g}{\sqrt{5}} \approx 22,4 \text{ Н};$$

$$B) F_{\max} = \frac{(M-m)g}{2} = 25 \text{ Н};$$

$$C) v_A = \sqrt{\frac{6gL(M-m)}{M}} \approx 3 \text{ м/с}.$$

Критерии

Предлагается оценивать решения на основе распределения баллов, указанного в условии, с учётом следующих рекомендаций.

Ошибки при преобразованиях (или вычислительные) в частях **A**, **B** и **C** при условии, что принципиально сделано правильно, приводят к снижению баллов за соответствующий пункт на 25%.

Если в части **B** решение в принципе отличается от авторского (например, записываются законы Ньютона и уравнения моментов), то обоснованное решение, приводящее к верным числовым ответам, оценивается полным баллом. Решение, содержащее незначительные вычислительные ошибки, но принципиально верное, оценивается в 6 баллов. Решение, содержащее ошибки в преобразованиях, существенно влияющие на его дальнейший ход, при этом принципиально правильное, оценивается в 3 балла.