Вариант № 9169590

1. Задание 1 № 1006

Между населёнными пунктами A, B, C, D, E, F построены дороги, протяжённость которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет.)

	A	B	C	D	E	F
A		4				
B	4		6	3	6	
C		6			4	
D		3			2	
E		6	4	2		5
F					5	

Определите длину кратчайшего пути между пунктами A и F (при условии, что передвигаться можно только по построенным дорогам).

Решение.

Варианты маршрутов:

A-B-C-E-F. Длина маршрута 4 + 6 + 4 + 5 = 19

A-B-D-E-F. Длина маршрута 4 + 3 + 2 + 5 = 14

A-B-E-F. Длина маршрута 4 + 6 + 5 = 15

Видно, что кратчайший путь равен 14.

2. Задание 2 № 10493

Каждое из логических выражений F и G содержит 7 переменных. В таблицах истинности выражений F и G есть ровно 7 одинаковых строк, причём ровно в 6 из них в столбце значений стоит 0.

Сколько строк таблицы истинности для выражения $F \wedge G$ содержит 0 в столбце значений?

Решение.

На 6 наборах входных переменных оба выражения равны 0, на 1 наборе оба равны 1, а на всех остальных одно из них равно 0, а другое 1. Поэтому если взять *логическое и* от этих двух выражений, то на том наборе, на котором они оба были равны 1, полученное выражение будет равно 1, на всех же остальных наборах хотя бы одно из них будет равно 0, поэтому и итоговое выражение будет равно 0. Всего различных наборов $2^7 = 128$, из них на одном 1, то есть на 127 оставшихся наборах будет 0.

Ответ: 127.

3. Задание 3 № 4924

В фрагменте базы данных представлены сведения о родственных отношениях. На основании приведённых данных определите ID родной сестры Лемешко В. А.

Таблица 1

ID	Фамилия_И.О.	Пол
1072	Онищенко А. Б.	М
1028	Онищенко Б. Ф.	М
1099	Онищенко И. Б.	М
1178	Онищенко П. И.	М
1056	Онищенко Т. И.	М
1065	Корзун А. И.	Ж
1131	Корзун А. П.	Ж
1061	Корзун Л. А.	М
1217	Корзун П. А.	М
1202	Зельдович М. А.	Ж
1027	Лемешко Д. А.	Ж
1040	Лемешко В. А.	Ж
1046	Месяц К. Г.	М
1187	Лукина Р. Г.	Ж
1093	Фокс П. А.	Ж
1110	Друк Г. Р.	Ж

Таблица 2

ID_Родителя	ID_Ребенка
1027	1072
1027	1099
1028	1072
1028	1099
1072	1040
1072	1202
1072	1217
1099	1156
1099	1178
1110	1156
1110	1178
1131	1040
1131	1202
1131	1217
1187	1061
1187	1093

Решение.

1) ID Лемешко В. А.: 1040.
2) Из таблицы 2 определяем, что ID родителей Лемешко В. А.: 1072, 1131.
3) Из таблицы 2 определяем, что ID братьев и сестер Лемешко В. А.: 1202, 1217.
4) Из таблицы 1 определяем, что сестра Лемешко В. А. — Зельдович М. А.

Ответ: 1202.

©Тренировочные варианты на сайте 100balnik.ru

4. Задание 4 № 1101

Для кодирования букв О, В, Д, П, А решили использовать двоичное представление чисел 0, 1, 2, 3 и 4 соответственно (с сохранением одного незначащего нуля в случае одноразрядного представления). Закодируйте последовательность букв ВОДОПАД таким способом и результат запишите восьмеричным кодом.

Решение.

Сначала следует представить данные в условии числа в двоичном коде:

О	В	Д	П	А
0	1	2	3	4
00	01	10	11	100

Затем закодировать последовательность букв: ВОДОПАД — 010010001110010. Теперь разобьём это представление на тройки справа налево и переведём полученный набор чисел в десятичный код, затем в восьмеричный (восьмеричное предствление совпадает с десятичным при разбиении тройками)

010 010 001 110 010 — 22162.

5. Задание 5 № 2111

Исполнитель Чертежник имеет перо, которое можно поднимать, опускать и перемещать. При перемещении опущенного пера за ним остается след в виде прямой линии. У исполнителя существуют следующие команды:

Сместиться на вектор (а, Ь) – исполнитель перемещается в точку, в которую можно попасть из данной, пройдя а единиц по горизонтали и b – по вертикали.

Запись: Повторить 5[Команда 1 Команда 2] означает, что последовательность команд в квадратных скобках повторяется 5 раз.

Чертежник находится в начале координат. Чертежнику дан для исполнения следующий алгоритм:

Сместиться на вектор (5,2)
Сместиться на вектор (-3, 3)
Повторить 3[Сместиться на вектор (1,0)]
Сместиться на вектор (3, 1)

На каком расстоянии от начала координат будет находиться исполнитель Чертежник в результате выполнения данного алгоритма?

Решение.

Конечная точка будет обладать координатами по оси *x* и *y*. Эти координаты можно складывать независимо друг от друга.

Найдём значение *x*: 5 - 3 + 1 + 1 + 1 + 3 = 8.
Найдём значение *y*: 2 + 3 + 1 = 6.

Расстояние от начала координат находится по формуле: $r=\sqrt{x^2+y^2}$, поэтому $r=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{64+36}=\sqrt{100}=10$.

Ответ: 10.

©Тренировочные варианты на сайте 100balnik.ru

ГОТОВИМСЯ К ЭКЗАМЕНАМ 100balnik.ru
100-БАЛЛОВ
Делаем невозможное возможным

6. Задание 6 № 3250

Определите, что будет напечатано в результате работы следующего фрагмента программы:

Бейсик	Python

DIM K, S AS INTEGER
S = 0
K = 0
WHILE S < 100
  S = S + K
  K = K + 4
   WEND
   PRINT K
	s = 0
	k = 0
	while s < 100:
	  s += k
	  k += 4
	print(k)

Паскаль	**Алгоритмический язык**

var k, s: integer;
begin
   s:=0;
   k:=0;
  while s < 100 do begin
     s:=s+k;
     k:=k+4;
   end;
  write(k);
end.
	алг
	нач
	  цел k, s
	  s := 0
	  k := 0
	  нц пока s < 100
	    s := s + k
	    k := k + 4
	  кц
	  вывод k
	кон

Си++	

#include <iostream>
using namespace std;
int main() {
  int s, k;
  s = 0, k = 0;
  while (s < 100) {
    s = s + k;
    k = k + 4;
  }
  cout << k << endl;
  return 0;
}	

Решение.

Цикл while выполняется до тех пор, пока истинно условие s < 100, т. е. переменная s определяет, сколько раз выполнится цикл.

Значение s есть сумма первых n членов арифметической прогрессии. $b = \dfrac{2a_1 + (n-1)d}{2}n$, b — сумма первых n членов прогрессии, d — разность прогрессии, n — количество членов.

Цикл прервется, когда $s = \dfrac{2s_1 + (n-1)d}{2}n \geq 100$.

Найдем n: $s = (2s_1 + (n-1)d)n < 200$, $s_1 = 0$, $d = 4$ (т. к. k:=k+4). Чтобы решить это неравенство, нам необходимо решить квадратное уравнение: $n^2 - n - 50 = 0$. Среди его корней нас интересуют только положительные, следовательно, $n \approx 7,5$

Воспользовавшись методом интервалов, находим, что первое натуральное n, при котором нарушается условие, есть $n = 8$.

Учитывая порядок операций в цикле, выясняем, что, до того как прерваться, цикл выполнится еще раз, следовательно, $n = 9$.

Подставив известные параметры в $k_n = k_1 + (n-1)d$, получаем, что $k_9 = 32$.

©Тренировочные варианты на сайте 100balnik.ru

7. Задание 7 № 2402

У Толи есть доступ к сети Интернет по высокоскоростному одностороннему радиоканалу, обеспечивающему скорость получения информации 2^{19} бит в секунду. У Миши нет скоростного доступа в Интернет, но есть возможность получать информацию от Толи по низкоскоростному телефонному каналу со средней скоростью 2^{15} бит в секунду. Миша договорился с Толей, что тот будет скачивать для него данные объемом 5 Мбайт по высокоскоростному каналу и ретранслировать их Мише по низкоскоростному каналу.

Компьютер Толи может начать ретрансляцию данных не раньше, чем им будут получены первые 512 Кбайт этих данных. Каков минимально возможный промежуток времени (в секундах) с момента начала скачивания Толей данных до полного их получения Мишей?

В ответе укажите только число, слово «секунд» или букву «с» добавлять не нужно.

Решение.

Нужно определить, сколько времени будет передаваться файл объемом 5 Мбайт по каналу со скоростью передачи данные 2^{15} бит/с; к этому времени нужно добавить задержку файла у Толи (пока он не получит 512 Кбайт данных по каналу со скоростью 2^{19} бит/с).

Переведём объём информации в Мб в биты: Q = 5 Мб = 5 * 2^{20} байт = 5 * 2^{23} бит.

Время задержки: t_0 = 512 кб / 2^{19} бит/с = $2^{(9 + 10 + 3) - 19}$ с = 2^3 с.

Время скачивания данных Мишей: t_1 = 5 * 2^{23} бит / 2^{15} бит/с = 5 * 2^8 с.

Полное время: $t = t_0 + t_1$ = 5 * 2^8 с + 2^3 с = (256 * 5 + 8) с = 1288 с.

Ответ: 1288.

8. Задание 8 № 4793

В корзине лежат 8 черных шаров и 24 белых. Сколько бит информации несет сообщение о том, что достали черный шар?

Решение.

Формула Шеннона: $x = log_2(\frac{1}{p})$, где x — количество информации в сообщении о событии P, p — вероятность события P.

Вероятность достать из корзины черный шар $p = \frac{8}{24+8} = \frac{1}{4}$.

Воспользовавшись формулой Шеннона, получаем, что $x = 2$.

Ответ: 2.

9. Задание 9 № 33754

Электронная таблица содержит результаты ежечасного измерения температуры воздуха на протяжении трёх месяцев. Определите величину самого большого понижения температуры между двумя соседними измерениями. Ответ округлите до целого числа. Например, с 2:00 до 3:00 3 апреля температура понизилась на 1,4 градуса. Если это понижение окажется максимальным, в ответе надо записать 1.

Задание 9

Решение.

Для поиска разницы между двумя соседними измерениями в ячейку AA2 запишем формулу **=C2-B2** и скопируем её во все ячейки диапазона AA2:AW92. Далее, в ячейке AX2 запишем формулу **=B3-Y2**, поскольку первое измерение следующего дня идёт после последнего измерения предыдущего дня и эту разницу необходимо учитывать. Скопируем эту формулу во все ячейки диапазона AX3:AX91.

В ячейке Z2 запишем формулу **=МИН(AA2:AX92)**, в ячейке появится значение −7,0, значит, ответ — 7.

Ответ: 7.

10. Задание 10 № 27407

С помощью текстового редактора определите, сколько раз, не считая сносок, встречается слово «долг» или «Долг» в тексте романа в стихах А. С. Пушкина «Евгений Онегин». Другие формы слова «долг», такие как «долги», «долгами» и т. д., учитывать не следует. В ответе укажите только число.

Задание 10

Решение.

Воспользуемся поисковыми средствами текстового редактора. В строке поиска последовательно будем вводить сначала " долг", потом "Долг ". Подсчитав общее количество результатов, получаем ответ — 1.

Ответ: 1.

©Тренировочные варианты на сайте 100balnik.ru

11. **Задание** 11 № 7300

Автомобильный номер состоит из нескольких букв (количество букв одинаковое во всех номерах), за которыми следуют 4 цифры. При этом используются 10 цифр и только 5 букв: Р, О, М, А, Н. Нужно иметь не менее 1 000 000 различных номеров. Какое наименьшее количество букв должно быть в автомобильном номере?

Решение.

В алфавите состоящем из N символов N^M слов длиной M символов. Пусть L — длина части номера, состоящей из букв. Тогда, при помощи цифр и букв мы можем закодировать $5^L \cdot 10^4$ номеров. Значит, для кодирования 1 000 000 номеров нужно минимально $\log_5(10^6/10^4) = \log_5 100$ букв. Следовательно, минимально нужно использовать три буквы.

12. **Задание** 12 № 7671

Исполнитель Чертёжник перемещается на координатной плоскости, оставляя след в виде линии. Чертёжник может выполнять команду **сместиться на (a, b)**, где a, b – целые числа. Эта команда перемещает Чертёжника из точки с координатами (x, y) в точку с координатами (x + a, y + b). Например, если Чертёжник находится в точке с координатами (4, 2), то команда **сместиться на (2, −3)** переместит Чертёжника в точку (6, −1).

Цикл
ПОВТОРИ число РАЗ
последовательность команд
КОНЕЦ ПОВТОРИ
означает, что *последовательность команд* будет выполнена указанное *число* раз (число должно быть натуральным).

Чертёжнику был дан для исполнения следующий алгоритм (количество повторений и смещения в первой из повторяемых команд неизвестны):

НАЧАЛО
сместиться на (–1, 2)
ПОВТОРИ … РАЗ
сместиться на (…, …)
сместиться на (–1, –2)
КОНЕЦ ПОВТОРИ
сместиться на (–24, –12**)**
КОНЕЦ

После выполнения этого алгоритма Чертёжник возвращается в исходную точку. Какое наибольшее число повторений могло быть указано в конструкции «ПОВТОРИ … РАЗ»?

Решение.

Будем считать, что Чертёжник находится в начале координат. После выполнения команды **сместиться на (–1, 2)** Чертёжник окажется в точке с координатами (–1, 2). После выполнения цикла Чертёжник переместится на $(n \cdot (-1) + nx;\ n(-2) + ny)$, где x и y — неизвестные смещения. В результате последнего перемещения Чертёжник должен переместиться в начало координат, то есть:

$$\begin{cases} -1+n(-1+x)-24=0, \\ 2+n(-2+y)-12=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=\dfrac{25}{x-1}, \\ n=\dfrac{10}{y-2}. \end{cases}$$

Поскольку x — целое, из первого уравнения получаем, что n может быть равно 1, 5, 25. Аналогично, из второго уравнения n может быть равно 1, 2, 5, 10. Таким образом, наибольшее число повторений цикла равно 5.

Ответ: 5.

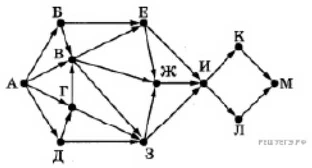
©Тренировочные варианты на сайте 100balnik.ru

ГОТОВИМСЯ К ЭКЗАМЕНАМ 100balnik.ru
100-БАЛЛОВ
Делаем невозможное возможным

13. Задание 13 № 10505

На рисунке представлена схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К, Л, М. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой.

Сколько существует различных путей из города А в город М, проходящих через город Л, но не проходящих через город Е?



Решение.

Количество путей до города X = количество путей добраться в любой из тех городов, из которых есть дорога в X.

При этом если путь должен не проходить через какой-то город, нужно просто не учитывать этот город при подсчёте сумм. А если город наоборот обязательно должен лежать на пути, тогда для городов, в которые из нужного города идут дороги, в суммах нужно брать только этот город.

С помощью этого наблюдения посчитаем последовательно количество путей до каждого из городов:

А = 1
Б = А = 1
Д = А = 1
Г = А + Д = 1 + 1 = 2
В = А + Б + Г = 1 + 1 + 2 = 4
Е = Б + В = 1 + 4 = 5
З = В + Г + Д = 4 + 2 + 1 = 7
Ж = В + З = 4 + 7 = 11
И = Ж + З = 11 + 7 = 18
К = И = 18
Л = И = 18
М = Л = 18.

Ответ: 18.

Приведем другое решение.

Заметим, что из города А в город М можно добраться только через город И. Из города И в город М есть только один путь, проходящий через город Л — путь И—Л—М. Следовательно, количество путей из города А в город М, проходящих через город Л, но не проходящих через город Е, равно количеству путей из города А в город И, не проходящих через город Е. Найдем это количество путей:

А = 1
Б = А = 1
Д = А = 1
Г = А + Д = 1 + 1 = 2
В = А + Б + Г = 1 + 1 + 2 = 4
З = В + Г + Д = 4 + 2 + 1 = 7
Ж = В + З = 4 + 7 = 11 (Е не учитываем, так как путь не должен проходить через Е)
И = Ж + З = 11 + 7 = 18 (Е не учитываем, так как путь не должен проходить через Е).

Следовательно, количество путей из города А в город М, проходящих через город Л, но не проходящих через город Е, равно 18.

14. Задание 14 № 2337

Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные натуральные числа, не превосходящие 17, запись которых в троичной системе счисления оканчивается на две одинаковые цифры.

Решение.

Решение.

Так как число в системе счисления с основанием 3 кончается на ff, то искомое число x в десятичной системе счисления при делении на 3 должно давать остаток f (т. е. $x = 3y + f$, y - любое целое неотрицательное число, x - искомое число) и частное от этого деления y также должно давать остаток f при делении на 3 (т. е. $y = 3z + f$, z - любое целое неотрицательное число). Следовательно, $x = 9z + 4f$.

Подбирая f и z, найдем все натуральные решения этого уравнения, не превосходящие 17.

1. При $f = 1, z = 0 : x = 4$;
2. При $f = 2, z = 0 : x = 8$;
3. При $f = 0, z = 1 : x = 9$;
4. При $f = 1, z = 1 : x = 13$;
5. При $f = 2, z = 1 : x = 17$;
6. При $f = 1, z = 2 : x = 22$.

Заметим, что в последнем варианте искомое число больше 17, значит, мы заканчиваем пересчет на предыдущем.

Ответ: 4,8,9,13,17.

©Тренировочные варианты на сайте 100balnik.ru

15. Задание 15 № 14704

Сколько существует целых значений числа A, при которых формула

$$((x < 6) \to (x^2 < A)) \wedge ((y^2 \le A) \to (y \le 6))$$

тождественно истинна при любых целых неотрицательных x и y?

Решение.

Раскрывая импликацию по правилу A → B = ¬A + B, заменяя логическую сумму совокупностью, а логическое произведение системой соотношений, определим значения параметра A, при котором система совокупностей

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \ge 6, \\ x^2 < A, \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} y^2 > A, \\ y \le 6 \end{array}\right. \end{cases}$$

будет иметь решениями для любых целых неотрицательных чисел.

Заметим, что переменные не связаны между собой уравнением или неравенством, поэтому необходимо и достаточно, чтобы решениями первой совокупности были все неотрицательные x, а решениями второй совокупности были все неотрицательные y.

Решениями неравенства $x \ge 6$ являются числа 6, 7, 8, ... Чтобы совокупность выполнялась для всех целых неотрицательных чисел, числа 0, 1, 2, ... 5 должны быть решениями неравенства $x^2 < A$. Значит, $A > 25$.

Аналогично, решениями неравенства $y \le 6$ являются числа 0, 1, ... 6. Следовательно, числа 7, 8, 9, ... должны быть решениями неравенства $y^2 > A$. Поэтому $A < 49$.

Тем самым, $25 < A < 49$. Искомое количество целых значение параметра равно 23.

Ответ: 23.

16. Задание 16 № 9646

Ниже на четырёх языках программирования записан рекурсивный алгоритм F.

Бейсик

```
SUB F(n)
  IF n > 0 THEN
    F(n - 4)
    PRINT n
    F(n \ 3)
  END IF
END SUB
```

Паскаль

```
procedure F(n: integer);
begin
  if n > 0 then
  begin
    F(n - 4);
    writeln(n);
    F(n div 3)
  end
end;
```

Си

```
void F(int n)
{
if (n > 0)
  {
    F(n - 4);
    cout << n;
    F(n / 3);
  }
}
```

Алгоритмический язык

```
алг F(цел n)
нач
  если n > 0 то
    F(n - 4)
    вывод n, нс
    F(div(n, 3))
  все
кон
```

Python

```
def F(n):
    if n > 0:
        F(n - 4)
        print(n)
        F(n // 3)
```

Чему равна сумма всех чисел, напечатанных на экране при выполнении вызова F(9)?

Решение.

Промоделируем работу алгоритма, не выписывая F с аргументом меньше нуля.

```
F(9)
  F(5)
    F(1)
    F(1)
  F(3)
    F(1)
```

Сложим все числа, получим 20.

Ответ: 20.

©Тренировочные варианты на сайте 100balnik.ru

17. **Задание 17 №** [33762]

Назовём натуральное число подходящим, если у него больше 17 различных делителей (включая единицу и само число). Определите количество подходящих чисел, принадлежащих отрезку [30 001; 70 000], а также наименьшее из таких чисел. В ответе запишите два целых числа: сначала количество, затем наименьшее число.

Решение.

Решим задачу перебором. Приведём решение данной задачи на языке Паскаль:

```
var del, count, min, i, j: longint;
begin
  count := 0;
  del := 0;
  min := 50001;
  for i := 30001 to 70000 do begin
      for j := 1 to i do begin
          if i mod j = 0 then del := del + 1;
      end;
      if del > 17 then begin
          count := count + 1;
          if min > i then min := i;
      end;
      del := 0;
  end;
  writeln(count, min);
end.
```

Результат работы программы — 706630008.

Заметим, что время работы программы можно существенно уменьшить, если осуществлять перебор делителей не до самого числа, а до квадратного корня из числа. Тогда, если число *i* делится на число *j*, то к количеству делителей *del* надо прибавлять 2: для делителя *j* и делителя *i/j*. Кроме того, если число *j* является квадратным корнем из числа *i*, то делители *j* и *i/j* совпадают, поэтому количество делителей *del* надо уменьшить на единицу. Приводим программу на языке Pascal, реализующую этот способ:

```
var del, count, min, i, j, sqrtI: longint;
begin
  count := 0;
  min := 50001;
  for i := 30001 to 70000 do begin
      del := 0;
      sqrtI := round(sqrt(I));
      for j := 1 to sqrtI do begin
          if i mod j = 0 then del := del + 2;
      end;
      if sqrtI*sqrtI = i then del := del - 1;
      if del > 17 then begin
          count := count + 1;
          if min > i then min := i;
      end;
  end;
  writeln(count, min);
end.
```

Результат работы программы — 706630008.

Ответ: 706630008.

©Тренировочные варианты на сайте 100balnik.ru

18. Задание 18 № 33763

Дан квадрат 15 × 15 клеток, в каждой клетке которого записано целое число. В левом верхнем углу квадрата стоит ладья. За один ход ладья может переместиться в пределах квадрата на любое количество клеток вправо или вниз (влево и вверх ладья ходить не может). Необходимо переместить ладью в правый нижний угол так, чтобы сумма чисел в клетках, в которых ладья останавливалась (включая начальную и конечную), была минимальной. В ответе запишите минимально возможную сумму.

Исходные данные записаны в электронной таблице.

Задание 18

Пример входных данных (для таблицы размером 4 × 4):

−6	3	−3	1
1	−3	3	−5
−4	4	−2	2
5	0	0	3

Для указанных входных данных ответом будет число −10 (ладья проходит через клетки с числами −6, 1, −3, −5, 3).

Решение.

Скопируем число из ячейки A1 в ячейку P1. Поскольку ладья может ходить через неограниченное количество ячеек вниз и вправо, необходимо для каждой ячейки выбирать, из какого числа в строке до этой ячейки, и из какого числа в столбце выше этой ячейки должна сходить ладья, чтобы сумма ячеек при этом была минимальной. Для этого в ячейке Q1 запишем формулу **=МИН($P$1:P1)+B1** и скопируем её во все ячейки диапазона R1:AD1. В ячейке P2 запишем формулу **=МИН($P$1:P1)+A2** и скопируем её во все ячейки диапазона P3:P15. В ячейке Q2 запишем формулу **=МИН(МИН($P2:P2);МИН(Q$1:Q1))+B2** и скопируем её во все ячейки диапазона Q2:AD15. Получим ответ — −392.

Ответ: −392.

19. Задание 19 № 27771

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **убрать из одной из куч один камень** или **уменьшить количество камней в куче в два раза** (если количество камней в куче нечётно, остаётся на 1 камень меньше, чем убирается). Например, пусть в одной куче 6, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать (6, 9). За один ход из позиции (6, 9) можно получить любую из четырёх позиций: (5, 9), (3, 9), (6, 8), (6, 4).

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не более 20. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 20 или меньше камней.

В начальный момент в первой куче было 10 камней, во второй куче — S камней, $S > 10$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, т. е не гарантирующие выигрыш независимо от игры противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите максимальное значение S, когда такая ситуация возможна.

Решение.

Такая ситуация возможна при $S = 43$. Если Петя уменьшит количество камней во второй куче в два раза, получится позиция (10, 21), из которой Ваня может получить позицию (10, 10) и выиграть. При $S > 43$ никакой первый ход Пети не создаст ситуацию, в которой Ваня может сразу выиграть.

Ответ: 43.

Примечание.

Рекомендуем сравнить эту задачу с задачей 27774.

©Тренировочные варианты на сайте 100balnik.ru

20. Задание 20 № 27772

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **убрать из одной из куч один камень** или **уменьшить количество камней в куче в два раза** (если количество камней в куче нечётно, остаётся на 1 камень меньше, чем убирается). Например, пусть в одной куче 6, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать (6, 9). За один ход из позиции (6, 9) можно получить любую из четырёх позиций: (5, 9), (3, 9), (6, 8), (6, 4).

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не более 20. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 20 или меньше камней.

В начальный момент в первой куче было 10 камней, во второй куче — S камней, $S > 10$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, т.е не гарантирующие выигрыш независимо от игры противника.

Найдите пять таких значений S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

— Петя не может выиграть за один ход;

— Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания без разделительных знаков.

Решение.

Возможные значения S: 23, 32, 24, 44, 45. В этих случаях Петя, очевидно, не может выиграть первым ходом. Однако при $S = 32$ Петя может получить позицию (5, 32), при $S = 24$ — позицию (9, 24), а при $S = 23$, 44 или 45 — позицию (10, 22).

В первом случае после хода Вани возникнет одна из позиций (4, 32), (2, 32), (5, 31), (5, 16), во втором случае — одна из позиций (8, 24), (4, 24), (9, 23), (9, 12), в третьем случае — одна из позиций (5, 22), (9, 22), (10, 21), (10, 11). В любой из перечисленных позиций Петя может выиграть, уменьшив вдвое количество камней в большей куче.

Таким образом, ответ — 2324324445.

Ответ: 2324324445.

21. Задание 21 № 27773

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **убрать из одной из куч один камень** или **уменьшить количество камней в куче в два раза** (если количество камней в куче нечётно, остаётся на 1 камень меньше, чем убирается). Например, пусть в одной куче 6, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать (6, 9). За один ход из позиции (6, 9) можно получить любую из четырёх позиций: (5, 9), (3, 9), (6, 8), (6, 4).

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не более 20. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 20 или меньше камней.

В начальный момент в первой куче было 10 камней, во второй куче — S камней, $S > 10$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, т.е не гарантирующие выигрыш независимо от игры противника.

Найдите максимальное значение S, при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Решение.

Такое значение S: 25. После первого хода Пети возможны позиции (9, 25), (5, 25), (10, 24), (10, 12). В позициях (5, 25) и (10, 12) Ваня может выиграть первым ходом, уменьшив вдвое количество камней во второй куче. Из позиций (9, 25) и (10, 24) Ваня может получить позицию (9, 24), в этом случае после хода Пети возникнет одна из позиций (8, 24), (4, 24), (9, 23), (9, 12). В любой из перечисленных позиций Ваня может выиграть, уменьшив вдвое количество камней в большей куче.

Таким образом, ответ — 25.

Ответ: 25.

©Тренировочные варианты на сайте 100balnik.ru

22. Задание 22 № 5059

Ниже записан алгоритм. После выполнения алгоритма было напечатано 3 числа. Первые два напечатанных числа - это числа 7 и 42. Какое наибольшее число может быть напечатано третьим?

Бейсик	Python

DIM X, Y, Z, R, A, B AS INTEGER
INPUT X, Y
IF Y > X THEN
Z = X: X = Y: Y = Z
END IF
A = X: B = Y
WHILE B > 0
R = A MOD B
A = B
B = R
WEND
PRINT A
PRINT X
PRINT Y
	x = int(input())
	y = int(input())
	if y > x:
	z = x
	x = y
	y = z
	a = x
	b = y
	while b > 0:
	r = a % b
	a = b
	b = r
	print(a)
	print(x)
	print(y)

Паскаль	**Алгоритмический язык**

var x, y, z: integer;
var r, a, b: integer;
begin
readln(x, y);
if y >x then begin
z := x; x := y; y := z;
end;
a:= x; b:= y;
while b>0 do begin
r := a mod b;
a := b;
b := r;
end;
writeln(a);
writeln(x);
write(y);
end.
	алг
	нач
	цел x, y, z, r, a, b
	ввод x, y
	если y > x
	то
	z := x; x := y; y := z
	все
	a := x; b := y
	нц пока b>0
	r := mod (a, b)
	a := b
	b := r
	кц
	вывод a, нс, x, нс, y
	кон

Си++	

#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
int x, y, z, r, a, b;
cin >> x >> y;
if (y > x){
z = x; x = y; y = z;
}
a = x; b = y;
while (b>0){
r = a%b;
a = b;
b = r;
}
cout « a « endl « x « endl « y « endl;
}	

Решение.

Сначала вводятся два числа и переставляются так, чтобы в переменной x было наибольшее число, а в переменной y – наименьшее из двух:

"if y >x then begin
z:= x;x:= y;y:= z;"

"a:= x; b:= y;
while b>0 do begin
r := a mod b;
a := b;
b := r; "

Алгоритм поиска наибольшего общего делителя, который в итоге оказывается в переменной a.

На экран выводится: сначала значение переменной a (наибольший общий делитель исходных чисел), затем значение x (большее из исходных чисел) и значение y (меньшее из исходных чисел).

По условию первое число — 7, второе — 42. Следовательно, искомое число должно делиться на 7 и быть меньше 42. Наибольшее из таких чисел — 35.

©Тренировочные варианты на сайте 100balnik.ru

23. Задание 23 № 3304

У исполнителя Калькулятор две команды:

1. прибавь 4,
2. вычти 3.

Первая из них увеличивает число на экране на 4, вторая — уменьшает его на 3 (отрицательные числа допускаются). Программа для Калькулятора — это последовательность команд. Сколько различных чисел можно получить из числа 1 с помощью программы, которая содержит ровно 7 команд?

Решение.

Операция вычитания соответствует сложению с отрицательным числом. Для сложения справедлив переместительный (коммутативный) закон, значит, порядок команд в программе не имеет значения.

Каждой программе соответствует одно число, поэтому посчитав количество программ (с точностью до перестановки), найдём количество различных чисел.

Если в программе n команд 1, тогда в ней будет 7-n команд 2. n изменяется от 0 до 7. Всего 8 программ, следовательно, 8 чисел.

Ответ: 8.

24. Задание 24 № 33769

Текстовый файл содержит только заглавные буквы латинского алфавита (ABC…Z). Определите символ, который чаще всего встречается в файле после двух одинаковых символов.

Например, в тексте CCCBBABAABCC есть комбинации CCC, CCB, BBA и AAB. Чаще всего — 2 раза — после двух одинаковых символов стоит B, в ответе для этого случая надо написать B.

Для выполнения этого задания следует написать программу. Ниже приведён файл, который необходимо обработать с помощью данного алгоритма.

Задание 24

©Тренировочные варианты на сайте 100balnik.ru

Решение.

Для решения этой задачи считаем строку из файла. Инициализируем строковую переменную s1 со значением «ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ». Посимвольно перебирая строку из файла, каждый раз проверяя, равен ли текущий символ следующему символу, и, если условие выполняется, будем вставлять в строку s1 символ, идущий между после двух одинаковых символов в считанной строке, таким образом, чтобы в строке s1 соответствующие символы стояли рядом друг с другом (например, если из файла была считана строка «AABAAB», строка s1 после выполнения алгоритма будет выглядеть так: «ABBBCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ». После этого посчитаем длину самой длинной цепочки символов и таким образом получим ответ.

Приведём решение данной задачи на языке Pascal.

```
var
len, max, count: longint;
s, s1: string;
maxC: char;
f: text;
begin
    assign(f,'C:\Users\Александр\Desktop\РешуЕГЭ\24.txt');
    reset(f);
    readln(f, s);
    len := length(s);
    s1 := 'ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ';
    for i:integer := 1 to len-2 do begin
        if (s[i] = s[i+1]) then
            s1 := s1.Substring(0, s1.LastIndexOf(s[i+2])) + s[i+2] + s1.Substring(s1.LastIndexOf(s[i+2]));
    end;
    len := length(s1);
    max := 1;
    count := 0;
    for i:integer := 1 to len-1 do begin
        if (s1[i] = s1[i+1]) then count := count + 1
        else count := 0;
        if count > max then begin
            max := count;
            maxC := s1[i];
        end;
    end;
    writeln(maxC);
end.
```

В результате работы данного алгоритма при вводе данных из файла в условии получаем ответ — K.

Ответ: K.

Примечание. Путь к файлу необходимо указать согласно расположению файла на Вашем компьютере.

©Тренировочные варианты на сайте 100balnik.ru

ГОТОВИМСЯ К ЭКЗАМЕНАМ 100balnik.ru
100-БАЛЛОВ
Делаем невозможное возможным

25. Задание 25 № 27851

Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [210 235; 210 300], числа, имеющие ровно четыре различных натуральных делителя, не считая единицы и самого числа. Для каждого найденного числа запишите эти четыре делителя в четыре соседних столбца на экране с новой строки. Делители в строке должны следовать в порядке возрастания.

Например, в диапазоне [10; 16] ровно четыре различных натуральных делителя имеет число 12, поэтому для этого диапазона вывод на экране должна содержать следующие значения:

2 3 4 6

Ответ:

Решение.

Решим задачу перебором. Будем проверять количество делителей каждого числа из диапазона, если их количество равно четырем — записываем их в массив *d*.

Приведём решение на языке Pascal.

```
var
numDel, i, j: longint;
d: array[1..4] of longint;
begin
for i := 210235 to 210300 do begin
numDel := 0;
for j := 2 to (i div 2) do begin
if i mod j = 0 then begin
numDel := numDel + 1;
if numDel > 4 then break;
d[numDel] := j;
end;
end;
if numDel = 4 then writeln(d[1], ' ', d[2], ' ', d[3], ' ', d[4]);
end;
end.
```

В результате работы программа должна вывести следующее:

2 4 52561 105122
2 4 52567 105134
2 4 52571 105142

26. Задание 26 № 33771

Предприятие производит оптовую закупку некоторых изделий A и B, на которую выделена определённая сумма денег. У поставщика есть в наличии партии этих изделий различных модификаций по различной цене. На выделенные деньги необходимо приобрести как можно больше изделий B независимо от модификации. Если у поставщика закончатся изделия B, то на оставшиеся деньги необходимо приобрести как можно больше изделий A. Известны выделенная для закупки сумма, а также количество и цена различных модификаций данных изделий у поставщика. Необходимо определить, сколько будет закуплено изделий A и какая сумма останется неиспользованной.

Входные данные.

Задание 26

Первая строка входного файла содержит два целых числа: N — общее количество партий изделий у поставщика и M — сумма выделенных на закупку денег (в рублях). Каждая из следующих N строк описывает одну партию и содержит два целых числа (цена одного изделия в рублях и количество изделий в партии) и один символ (латинская буква A или B), определяющий тип изделия. Все данные в строках входного файла отделены одним пробелом.

В ответе запишите два целых числа: сначала количество закупленных изделий типа A, затем оставшуюся неиспользованной сумму денег.

Пример входного файла:

4 1000
30 8 A
50 12 B
40 14 A
20 10 B

В данном случае сначала нужно купить изделия B: 10 изделий по 20 рублей и 12 изделий по 50 рублей. На это будет потрачено 800 рублей. На оставшиеся 200 рублей можно купить 6 изделий A по 30 рублей. Таким образом, всего будет куплено 6 изделий A и останется 20 рублей. В ответе надо записать числа 6 и 20.

Ответ:

Решение.

Создадим два двумерных массива, для партий изделий A и для партий изделий B. Считаем данные из файла в эти массивы, в первую строку массива будем считывать цену изделия в партии, во вторую строку будем считывать количество изделий в партии. Далее, отсортируем эти массивы по возрастанию. Сначала найдём, сколько изделий B можно закупить на выделенную сумму, последовательно прибавляя к переменной sum цену изделия в текущей партии. После найдём, сколько изделий A можно закупить на выделенную сумму, последовательно прибавляя к переменной sum цену изделия в текущей партии, также будем накапливать в переменной

©Тренировочные варианты на сайте 100balnik.ru

countSumA количество купленных изделий.

Приведём решение на языке Pascal.

```
var
    n, m, x, y, t1, t2, countA, countB: integer;
    z: string;
    arrayA: array [1..500,1..2] of integer;
    arrayB: array [1..500,1..2] of integer;
    sum, countSumA: integer;
    f: text;
begin
    assign(f,'C:\26.txt');
    reset(f);
    readln(f, n, m);
    countA := 0;
    countB := 0;
    sum := 0;
    for i: integer := 1 to m do begin
        if not eof(f) then
            readln(f, x, y, z)
        else break;
        if z.Contains('A') then begin
            arrayA[i,1] := x;
            arrayA[i,2] := y;
            countA := countA + 1;
        end;
        if z.Contains('B') then begin
            arrayB[i,1] := x;
            arrayB[i,2] := y;
            countB := countB + 1;
        end;
    end;
    for i:integer := 1 to n do
        for j:integer := i + 1 to n do
            if arrayA[i,1] > arrayA[j,1] then begin
                t1 := arrayA[i,1];
                t2 := arrayA[i,2];
                arrayA[i,1] := arrayA[j,1];
                arrayA[i,2] := arrayA[j,2];
                arrayA[j,1] := t1;
                arrayA[j,2] := t2;
            end;
    for i:integer := 1 to n do
        for j:integer := i + 1 to n do
            if arrayB[i,1] > arrayB[j,1] then begin
                t1 := arrayB[i,1];
                t2 := arrayB[i,2];
                arrayB[i,1] := arrayB[j,1];
                arrayB[i,2] := arrayB[j,2];
                arrayB[j,1] := t1;
                arrayB[j,2] := t2;
            end;
    for i:integer := n-countB+1 to n do
        for j:integer := 1 to arrayB[i,2] do
            if (sum + arrayB[i,1]) < m then
                sum := sum + arrayB[i,1]
            else break;
    for i:integer := n-countA+1 to n do
        for j:integer := 1 to arrayA[i,2] do
            if (sum + arrayA[i,1]) < m then begin
                sum := sum + arrayA[i,1];
                countSumA := countSumA + 1;
            end
            else break;
    writeln(countSumA, ' ', m - sum);
end.
```

В результате работы данного алгоритма при вводе данных из файла в условии получаем ответ — 7165 245.

Ответ: 7165 245.

Примечание. Путь к файлу необходимо указать согласно расположению файла на Вашем компьютере.

27. Задание 27 № 33772

Набор данных состоит из нечётного количества пар натуральных чисел. Необходимо выбрать из каждой пары ровно одно число так, чтобы чётность суммы выбранных чисел совпадала с чётностью большинства выбранных чисел и при этом сумма выбранных чисел была как можно

©Тренировочные варианты на сайте 100balnik.ru

меньше. Определите минимальную сумму, которую можно получить при таком выборе. Гарантируется, что удовлетворяющий условиям выбор возможен.

Входные данные.

Файл A
Файл B

Первая строка входного файла содержит число N — общее количество пар в наборе. Каждая из следующих N строк содержит два натуральных числа, не превышающих 10 000.

Пример входного файла:

5
15 8
5 11
6 3
7 2
9 14

Для указанных данных надо выбрать числа 8, 5, 3, 2 и 9. Большинство из них нечётны, сумма выбранных чисел равна 27 и тоже нечётна. В ответе надо записать число 27.

Вам даны два входных файла (A и B), каждый из которых имеет описанную выше структуру. В ответе укажите два числа: сначала значение искомой суммы для файла A, затем для файла B.

Предупреждение: для обработки файла B не следует использовать переборный алгоритм, вычисляющий сумму для всех возможных вариантов, поскольку написанная по такому алгоритму программа будет выполняться слишком долго.

Ответ:

Решение.

Последовательно считывая данные из файла, будем прибавлять к сумме значение минимального числа в паре, при этом, если число чётное, будем увеличивать значение переменной count0 на единицу, если нечётное — увеличивать значение переменной count1 на единицу. Поскольку может возникнуть ситуация, когда, например, получившаяся сумма будет чётной, а количество чётных чисел будет меньше количества нечётных чисел и будет отличаться от количества нечётных чисел на единицу, будем находить две минимальных разницы для ситуации, когда будет убираться два чётных числа (переменные dif3 и dif4), и две минимальных разницы для ситуации, когда будет убираться два нечётных числа (переменные dif1 и dif2).

Приведём решение задачи на языке Pascal.

```
var
x, y, count0, count1: integer;
n: integer;
sum: integer;
dif1, dif2, dif3, dif4: integer;
f: text;
begin
    assign(f,'C:\27-B.txt');
    reset(f);
    readln(f, n);
    sum := 0;
    dif1 := 20001;
    dif2 := 20001;
    dif3 := 20001;
    dif4 := 20001;
    count0 := 0;
    count1 := 0;
    while not eof(f) do begin
        readln(f, x, y);
        if x < y then begin
            sum := sum + x;
            if x mod 2 = 0 then count0 := count0 + 1
            else count1 := count1 + 1;
            if x mod 2 <> y mod 2 then begin
                if (y - x < dif1) and (y mod 2 <> 0) then begin
                    dif2 := dif1;
                    dif1 := y - x;
                end
                else if (y - x < dif2) and (y mod 2 <> 0) then
                    dif2 := y - x;
                if (y - x < dif3) and (y mod 2 = 0) then begin
                    dif4 := dif3;
                    dif3 := y - x;
                end
                else if (y - x < dif4) and (y mod 2 = 0) then
                    dif4 := y - x;
            end;
        end
        else begin
            if y mod 2 = 0 then count0 := count0 + 1
            else count1 := count1 + 1;
            sum := sum + y;
            if x mod 2 <> y mod 2 then begin
                if (x - y < dif1) and (x mod 2 <> 0) then begin
                    dif2 := dif1;
                    dif1 := x - y;
```


©Тренировочные варианты на сайте 100balnik.ru

```
                end
                else if (x - y < dif2) and (x mod 2 <> 0) then
                    dif2 := x - y;
                if (x - y < dif3) and (x mod 2 = 0) then begin
                    dif4 := dif3;
                    dif3 := x - y;
                end
                else if (x - y < dif4) and (x mod 2 = 0) then
                    dif4 := x - y;
            end;
        end;
    end;
    if (count1 > count0) then begin
        if sum mod 2 = 1 then
            writeln(sum)
        else if dif1 <= dif3 then
            writeln(sum + dif1)
        else if (count1 - count0) <> 1 then
            writeln(sum + dif3)
        else if (dif3 + dif4) < dif1 then
            writeln(sum + dif3 + dif4)
        else writeln(sum + dif1)
    end
    else begin
        if sum mod 2 = 0 then
            writeln(sum)
        else if dif3 <= dif1 then
            writeln(sum + dif3)
        else if (count0 - count1) <> 1 then
            writeln(sum + dif1)
        else if (dif1 + dif2) < dif3 then
            writeln(sum + dif1 + dif2)
        else writeln(sum + dif3)
    end;
end.
```

В результате работы данного алгоритма при вводе данных из файла A ответ — 61772, из файла B — 18484085.

Примечание. Путь к файлу необходимо указать согласно расположению файла на Вашем компьютере.

©Тренировочные варианты на сайте 100balnik.ru