



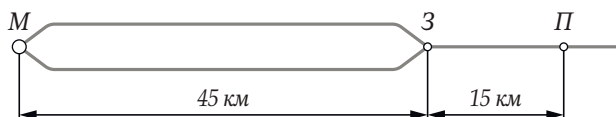
Условия задач, ответы и критерии оценивания

в Π , не задерживаясь в $З$? Укажите все возможные значения. (4 балла)

1. Обычные и «Ласточки» (7 баллов)

Крюков П. А., Бычков А. И.

На железнодорожной ветке, связывающей город M с областным центром T , есть (кроме прочих) остановки в городке $З$ и посёлке Π . От M до $З$ проложены два пути для движения поездов в направлении T , а от $З$ до Π — один путь (см. рисунок). Расстояние от M до $З$ равно 45 км, а от $З$ до Π — 15 км. Начиная с 17:00 и до 21:00 от M в направлении T каждые пятнадцать минут отправляются скоростные электропоезда «Ласточка», которые останавливаются в $З$, но не останавливаются в Π , а также хотя бы раз в час отправляются обычные электрички, останавливающиеся и в $З$, и в Π . Ласточки движутся со средней скоростью 120 км/ч, а обычные электрички — со средней скоростью 45 км/ч. На пути от M до $З$ Ласточки и обычные электрички движутся по разным путям, не мешая друг другу. Электричка не отправляется из $З$, если на пути до Π её может догнать Ласточка, выжидая в $З$ удобного момента для отправления (так, чтобы можно было доехать до Π , не мешая Ласточкам). Можно считать, что посадка, высадка и пересадка пассажиров с одного электропоезда на другой на остановках происходит за пренебрежимо малое время.



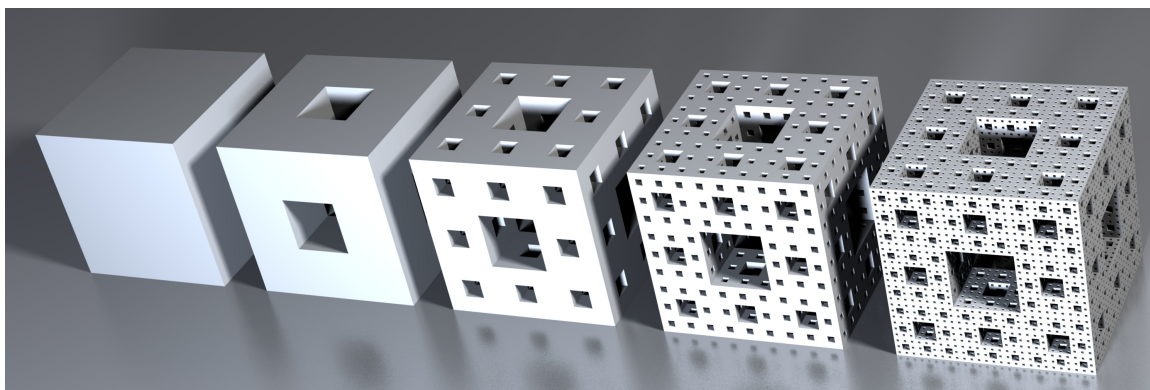
А. За какое минимальное время можно доехать до посёлка Π по железной дороге, отправившись из M в интервале времени от 18:00 до 19:00 включительно, в случае наиболее удобного для этого расписания электричек? (3 балла)

В. В какое время (часов, минут) в интервале от 18:00 до 18:30 включительно следует назначить отправление электричек от M , чтобы они приходили

2. Губка Менгера (10 баллов)

Крюков П. А., Бычков А. И.

Ниже вы видите компьютерный рисунок из «Википедии» (автор: Niabot), на котором изображены первые итерации построения фрактала под названием «Губка Менгера». На первой итерации в кубе делают три сквозных отверстия квадратного сечения. Оси отверстий взаимно перпендикулярны, перпендикулярны граням куба и проходят через середины граней. Длина стороны квадрата, лежащего в сечении отверстия, равна $\frac{1}{3}$ длины стороны грани куба.



К задаче 2: Исходный куб и первые четыре итерации губки Менгера

На второй итерации подобные отверстия проделывают в маленьких кубиках, образовавшихся на гранях большого куба и так далее.

Пусть имеется заготовка в виде куба с длиной стороны 1 м, изготовленная из пластика плотностью 1000 кг/м^3 , а также устройство, при помощи которого можно делать в этой заготовке отверстия квадратного сечения сколь угодно малого размера. Из куба решили изготовить n -ую итерацию губки Менгера.

А. Чему равна средняя плотность куба на четвёртой итерации (последний кубик на рисунке)? (4 балла)

В. Представим себе, что образующиеся на n -ой итерации полости заполняют пластиком плотностью 2000 кг/м^3 . Чему может быть равна средняя плотность куба на n -ой ($n \geq 0$) итерации? В ответе укажите границы диапазона возможных значений плотности. (2 балла)

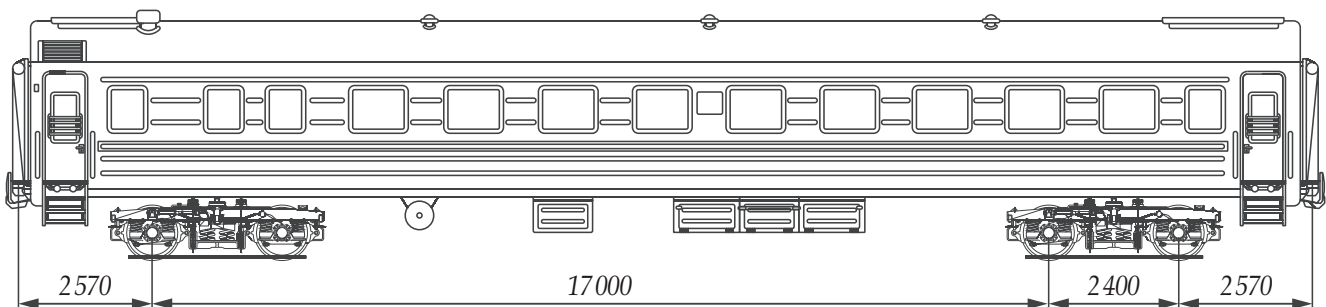
С. Нам не нравится, что губка белая. Решили покрасить все грани губки на второй итерации (в том числе все внутренние) синей краской, расход которой составляет 100 г/м^2 . Хватит ли одной банки, содержащей 1 кг краски, для этого? А двух банок? (4 балла)

3

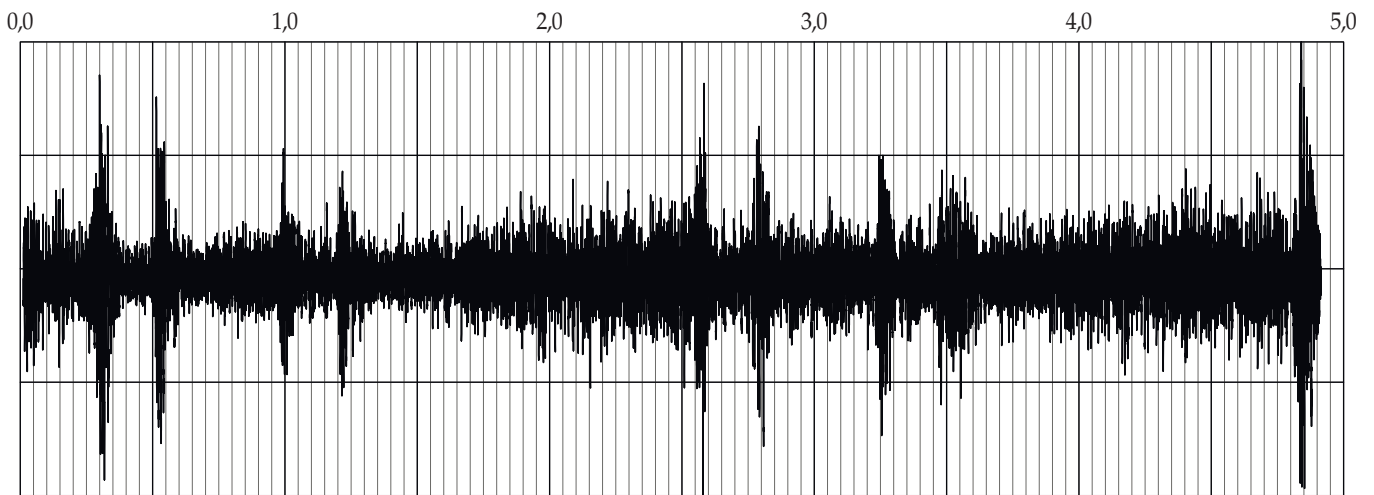
3. «Ты-дым, ты-дым» (8 баллов)

Якута А. А., Крюков П. А., Бычков А. И.

Путешествуя на поезде, можно обратить внимание на характерный периодически повторяющийся звук стука колёс, который в письменном виде можно передать примерно так: «Ты-дым, ты-дым». Ниже вы видите схематичный рисунок вагона поезда с указанием некоторых размеров, а также визуализацию короткого фрагмента записи этого звука, сделанной в вагоне поезда (мы не знаем, кто записал, поскольку позаимствовали этот звук на Youtube в видео под названием «8 часов сна под стук колёс» от автора Faktor Zet). Когда мы говорим «визуализация» — то имеем в виду зависимость амплитуды звуковых волн (проще говоря, громкости звука) от времени. Абсолютной тишине на графике соответствует линия, проведённая вдоль горизонтальной оси симметрии рисунка. Точки, лежащие на большом расстоянии по вертикали от этой линии, соответствуют громким звукам, а лежащие вблизи этой линии — тихим. На графике на фоне шума можно различить периодически повторяющиеся двойные пики громкости — это и есть описанные выше «ты-дым, ты-дым». Проанализируйте представленный график и определите как можно точнее скорость поезда и длину рельса.



К задаче 3: Пассажирский вагон. Размеры указаны в мм



К задаче 3: Запись звука стука колёс поезда. По горизонтальной шкале — время в секундах

относительной погрешности он мог получить, если известно, что масса кубика точно больше 100 г, но меньше 125 г?

Указание. Если в результате измерений удалось определить, что измеряемая величина x лежит в пределах диапазона: $x_{\min} < x < x_{\max}$, то относительная погрешность измерения может быть оценена по формуле

$$\delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{x_{\max} + x_{\min}}$$

4. Погрешность плотности (7 баллов)

Бычков А. И., Крюков П. А.

В распоряжении школьника имеются рычажные весы, предназначенные для измерения массы с точностью до 10 мг, три гири массой: 100 г, 20 г и 5 г, пластиковый кубик и линейка. Длины сторон кубика измерили линейкой и определили его объём, получилось значение $V = 100 \text{ см}^3 \pm 5 \text{ см}^3$. Считается, что чашечные весы, измеряющие массу с точностью 10 мг, уравновешены, если разность масс тел, находящихся на чашах, меньше 10 мг. Предполагается, что массы гирь определены с очень высокой точностью.

С помощью данного оборудования школьник определил среднюю плотность кубика с максимально возможной точностью, а после рассчитал относительную погрешность полученного результата. Какое наименьшее и наибольшее значение

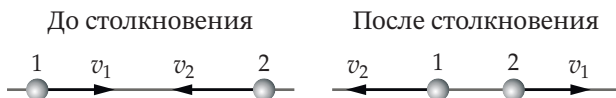


Условия задач, авторские решения и критерии оценивания

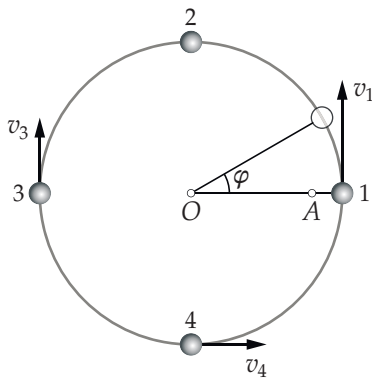
1. Кольцо с бусами (11 баллов)

Крюков П. А.

Известно, что упругие бусинки одинаковой массы, насаженные на горизонтальную спицу, по которой они могут скользить без трения, в процессе столкновения обмениваются скоростями, что схематично иллюстрирует рисунок ниже.



Пусть на гладкое, расположенное в горизонтальной плоскости кольцо радиусом 1 м, насажены 4 упругие бусинки одинаковой массы (рис. ниже). Положение любой бусинки в любой момент времени определяется углом φ , который отсчитывается от линии OA против часовой стрелки и может принимать значения от 0° до 360° . В нулевой момент времени углы, задающие положение бусинок на кольце, равны: $\varphi_1(0) = 0$, $\varphi_2(0) = 90^\circ$, $\varphi_3(0) = 180^\circ$ и $\varphi_4(0) = 270^\circ$. Скорости бусинок в нулевой момент равны: $v_1 = 2\pi$ м/с, $v_2 = 0$, $v_3 = \pi$ м/с, $v_4 = \pi$ м/с и направлены так, как показано на рисунке.



А. А1) Если бы второй и четвёртой бусинок не было, то как выглядел бы график зависимости угла $\varphi_3(t)$, определяющего положение третьей бусинки, от времени для первых двух секунд движения? (1 балл)

А2) Изобразите график зависимости угла $\varphi_2(t)$, определяющего положение второй бусинки, от времени для первых двух секунд движения (на кольце четыре бусинки). (3 балла).

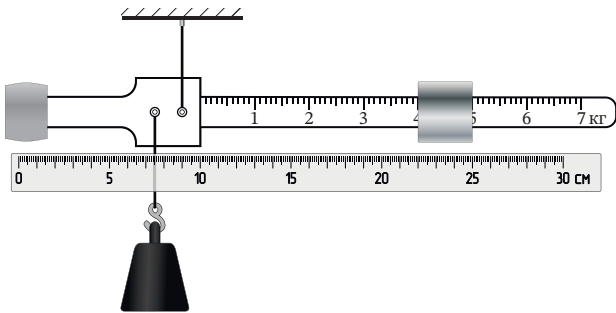
В. В какой точке кольца будет находиться через 2 секунды после начала движения первая бусинка? Сколько столкновений она испытает за это время? (2 балла)

С. Верно ли, что углы, характеризующие положение бусинок, а также скорости бусинок через некоторое время T будут такими же, как в начальный момент? Если да, то найдите время T . (5 баллов)

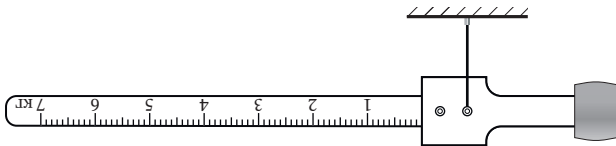
2. Безмен (8 баллов)

Ромашка М. Ю.

Безмен — это ручные весы для взвешивания грузов небольшой массы. Один из вариантов конструкции безмена можно видеть на рисунке. Безмен состоит из металлического коромысла, закреплённого на коромысле противовеса (на левом конце коромысла) и подвижной гири (справа). На крючок подвешивается груз, массу которого надо узнать, а положение гири подбирается таким образом, чтобы в равновесии коромысло располагалось горизонтально. Показания безмена, изображённого на рисунке, равны 4 кг. Рядом с ним находится сантиметровая линейка.



Известно, что если с этого безмена снять гирию и подвесить его за ось, к которой был привязан крючок, иначе говоря, перевернуть (рис. ниже), то в положении равновесия коромысло будет располагаться горизонтально.



Определите по этим данным массу гири m и массу M остальной конструкции (безмена без гири и взвешиваемого груза).

3. Про электросамокат (6 баллов)

Ромашка М. Ю., Крюков П. А.

В электросамокате в качестве источника энергии используется батарея литий-ионных аккумуляторов. При помощи специального устройства, которое называется контроллером, и мотора электрическая энергия, запасённая в аккумуляторе, преобразуется в механическую работу без потерь. Можно считать, что при движении с постоянной скоростью вся механическая работа совершается мотором самоката против силы сопротивления воздуха, которая пропорциональна квадрату скорости самоката. Уровень заряда батареи пропорционален электрической энергии, запасённой в аккумуляторе.

При движении на самокате со скоростью 15 км/ч по горизонтальной дороге уровень заряда батареи уменьшается от 80 % до 70 % за 20 минут. За какое время произойдёт такое же уменьшение заряда батареи, при движении со скоростью 18,9 км/ч по той же дороге на том же самокате того же самоката человека, что и в первом случае?

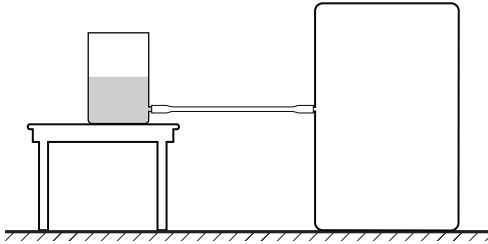
Пояснение. Когда мы говорим «работа совершается против силы сопротивления воздуха», то имеем в виду, что работа сил, заставляющих самокат двигаться, равна по абсолютной величине работе силы сопротивления.

4. Предложите конструкцию (10 баллов)

Бычков А. И.

На столе стоит цилиндрический сосуд с вертикальными стенками, заполненный водой примерно наполовину. Площадь сечения сосуда равна $S = 400 \text{ см}^2$, внизу сосуда имеется штуцер, к ко-

торому присоединён горизонтально расположенный шланг. Другой конец шланга соединён со штуцером «чёрного ящика», в котором находится неизвестное устройство (см. рисунок).



Неизвестное устройство действует следующим образом. Если в сосуд доливают немного воды (Δm порядка 100 г), уровень жидкости в сосуде опускается (!) по сравнению с первоначальным. Если же после этого из сосуда зачерпывают такую же порцию воды, то уровень поднимается до первоначальной высоты. Предложите конструкцию устройства, которое может находиться внутри чёрного ящика. Изобразите схему устройства и коротко объясните принцип его работы.

Известно, что в конструкции устройства используется некоторое оборудование из следующего списка: цилиндрический сосуд — такой же, как на столе, нерастяжимые нити, пружина жёсткостью $k = 300$ Н/м, набор грузов разных масс, резиновый шланг с внутренним диаметром, соответствующим диаметру штуцера на стенке ящика. Все грузы и сосуд снабжены крючками, которые могут быть использованы для крепления нитей и пружины. Крепления для нитей и пружины имеются также на потолке и стенах ящика.

Плотность воды и ускорение свободного падения равны: $\rho = 1000$ кг/м³ и $g = 10$ Н/кг.



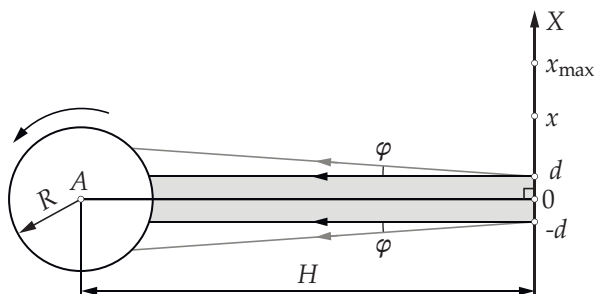
Условия задач, ответы и критерии оценивания

1. Диска-шар (10 баллов)

Диска-шар — это шар с зеркальной поверхностью, состоящей из сотен или тысяч граней, каждая из которых — маленькое плоское зеркало. Обычно он подвешивается на потолке к устройству, которое равномерно вращает его вокруг вертикальной оси. Когда шар освещается прожекторами, зрители видят многочисленные отблески («зайчики»), бегущие по полу, стенам и потолку помещения (фото ниже). Зеркальные шары приобрели популярность в период расцвета музыкального стиля диско, в конце 70-х годов 20 века, когда их стали устанавливать в залах дискотек и ночных клубов.



Пусть шар радиусом R вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр (т. A , рис. ниже, вид сверху), совершая n оборотов в секунду. Расстояние от центра шара до вертикальной стены, совпадающей с горизонтальной осью OX на рисунке, равно H при этом $H \gg R$. Шар освещается пучком параллельных лучей, который формируется прожектором, расположенным на стене на той же высоте, что и центр шара. Лучи света от прожектора идут перпендикулярно стене, поперечный размер пучка равен $2d$.



Рассмотрим «зайчики», бегущие по стене на той же высоте, что и прожектор.

А. Чему равно максимальное значение координаты зайчика x_{\max} ? (2 балла)

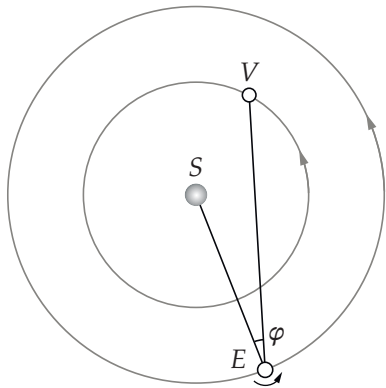
В. Определите скорость $v(x)$ движения «зайчика», проходящего точку с координатой x . (4 балла)

С. Пусть одинаковые маленькие плоские зеркала, покрывающие поверхность шара имеют форму квадратиков с длиной стороны a ($a \ll R$). Пусть пучок света прожектора, падающий на шар, имеет небольшую расходимость (рис. выше), определяемую углом 2φ ($\varphi \ll 1$, см. Указание на листе 2). Оцените максимальное значение угла φ , при котором хотя бы в некоторых точках стены можно будет различить отдельные «зайчики». (4 балла)

2. Элонгация Венеры (10 баллов)

Дергачёв А. А.

Наблюдениям за планетой Венера с Земли мешает её близость на небе к Солнцу. Угол φ (см. рис.) между направлениями с Земли (E) на планету, в данном случае на Венеру (V), и на Солнце (S) называется *элонгацией*; она бывает восточной и западной в зависимости от расположения планеты на небесной сфере относительно Солнца. Венеру в наибольшей западной элонгации можно наблюдать перед рассветом, а в наибольшей восточной — сразу после заката Солнца. Считается, что планета располагается западнее Солнца, если она появляется на небе раньше него.



Наибольшее значение элонгации составляет около $46,5^\circ$, последний раз близкие значения наблюдались с 11 по 14 августа 2020 года, причем Венера была видна на рассвете. Орбиты Земли и Венеры можно считать круговыми и лежащими в одной плоскости. Все планеты вращаются вокруг Солнца в одном направлении, Земля вращается вокруг своей оси в ту же сторону. Отклонение земной оси от перпендикуляра к плоскости вращения планет в данной задаче несущественно.

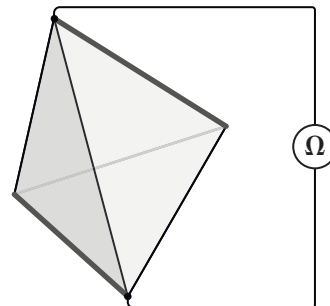
А. Найдите расстояние от Венеры до Солнца, если расстояние от Земли до Солнца равно 150 млн км. (4 балла)

В. Когда примерно можно ожидать следующий наиболее подходящий для наблюдения Венеры момент? (6 баллов)

3. Тетраэдр (8 баллов)

Варламов С. Д.

Правильный тетраэдр сделан из непроводящего материала. Его поверхность покрыта тонкой фольгой толщины h , много меньшей размеров рёбер. Удельное сопротивление материала фольги равно ρ .



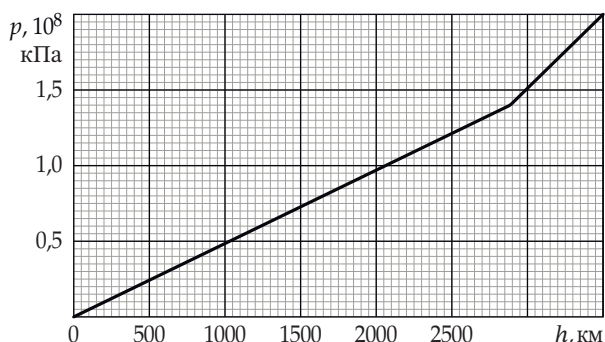
К двум не соприкасающимся рёбрам вдоль всей их длины припаяли медные проволочки пренебрежимо малого сопротивления (линии увеличенной толщины на рис. выше), к которым подключили омметр. Какую величину сопротивления показывает прибор?

Изобразите графически зависимость плотности вещества Земли от глубины, соответствующую участку прямой пропорциональности на графике давления. На сколько изменяется плотность в точке излома графика давления?

4. Плотность мантии (6 баллов)

Бычков А. И., Крюков П. А.

По существующим представлениям о строении Земли под слоем земной коры небольшой толщины находится мантия, состоящая из силикатных пород и простирающаяся примерно до глубины 2900 км, мантия окружает жидкое внешнее ядро. С небольших глубин из-за высоких давлений твёрдое вещество мантии начинает проявлять пластические свойства, поэтому при расчётах можно считать его жидким. На основе анализа данных о скоростях распространения сейсмических волн возникли модельные представления о распределении давления внутри Земли. В первом приближении график зависимости давления p от глубины h (при $h \lesssim 3500$ км) состоит из двух линейных участков (рис. ниже), при этом гравитационная сила, действующая на тело массой m со стороны Земли на глубинах до 3000 км, определяется по той же формуле, что и на поверхности: $F = mg$. Можно считать, что ускорение свободного падения равно $g = 10 \text{ м/с}^2$.

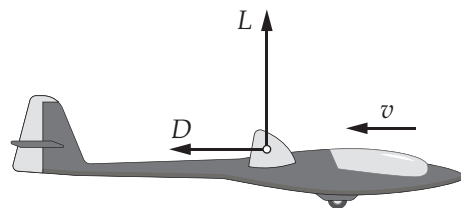


5. Планирование (9 баллов)

Крюков П. А.

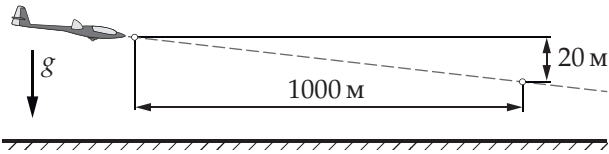
На крыло летательного аппарата со стороны набегающего на него потока воздуха, движущегося со скоростью v (относительно крыла), действуют силы, зависящие от скорости v : подъёмная сила $L(v)$, ортогональная скорости, и сила сопротивления $D(v)$, сонаправленная скорости (см. рисунок).

Отношение $K(v) = \frac{L(v)}{D(v)}$ называется *аэродинамическим качеством*. В этой задаче рассматривается полёт планера (безмоторного летательного аппарата), для которого аэродинамическое качество можно считать постоянным, не зависящим от направления и величины скорости v .



Известно, что в неподвижном (относительно земли) воздухе, планер может лететь, снижаясь, с постоянной скоростью, так что уменьшение высо-

ты будет составлять 20 метров на каждый километр перемещения по горизонтали (рис. ниже).



Тот же планер может лететь не снижаясь со скоростью $w = 20$ м/с относительно земли во встречном восходящем потоке воздуха, скорость которого относительно земли равна $u = 5$ м/с и направлена под малым углом α к горизонтали (см. Указание ниже). Найдите значение угла α .

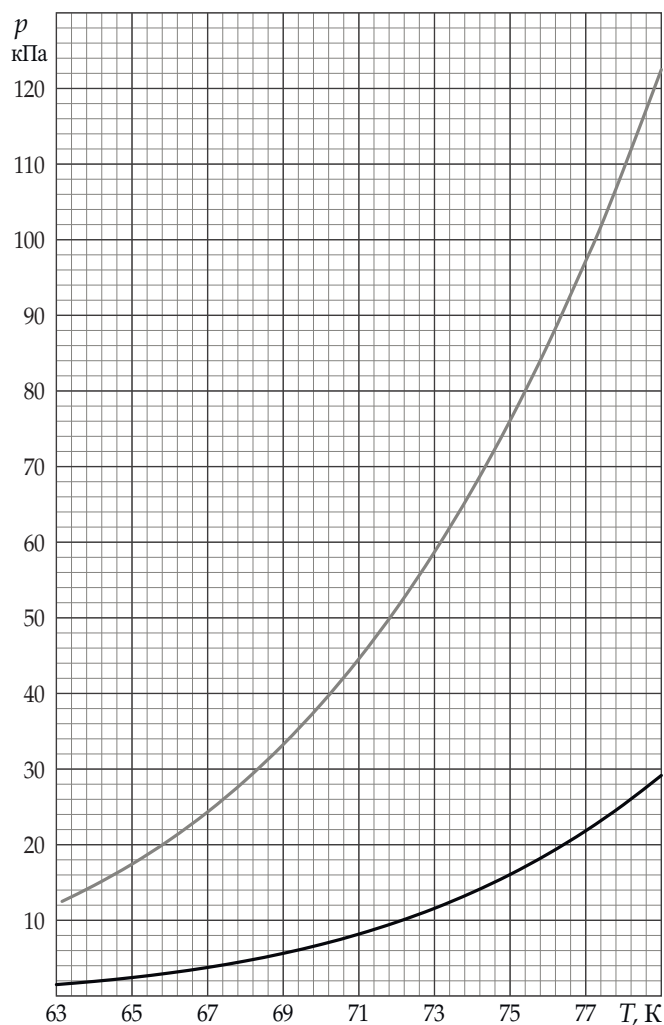


Условия задач, ответы и критерии оценивания

1. Неправильный воздух (8 баллов)

Бычков А. И., Крюков П. А.

Отношение количества кислорода к количеству азота в некотором объёме «неправильного воздуха» равно 1 : 5. На рисунке изображены графики зависимости давления насыщенных паров азота и кислорода от температуры, при этом линия чёрного цвета соответствует давлению паров кислорода. Температура неправильного воздуха в начальный момент равна $t_0 = -120^\circ\text{C}$.

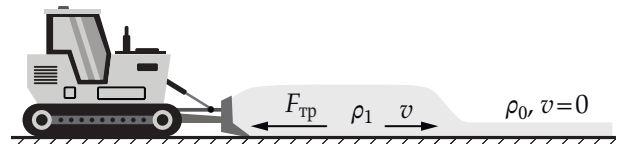


В процессе охлаждения в некоторый момент времени кислород и азот начинают конденсироваться одновременно. Используя график, определите как можно точнее, каким было начальное давление неправильного воздуха, если охлаждение происходило изобарически. А если изохорически?

2. Похоже на уборку снега (9 баллов)

Механический фольклор

Некоторые особенности процесса сгребания снега бульдозером можно описать на основе следующей простейшей модели. Вдали от бульдозера (см. рис.) слой снега имеет линейную плотность ρ_0 и покоится. Бульдозер и часть снега, прилегающая к его щите, движутся с постоянной скоростью v . На движущуюся часть действует сила трения, удовлетворяющая закону Кулона-Амонтона: $F_{\text{тр}} = \mu N$; коэффициент трения μ считается известным. Ускорение свободного падения равно g .



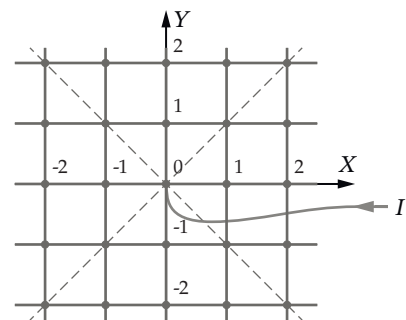
А. Пусть весь снег, вовлекаемый бульдозером в движение, распределяется в движущейся части со средней постоянной линейной плотностью ρ_1 . Бульдозер в состоянии развить мощность не более, чем W_0 . Найдите время t , в течение которого возможно движение бульдозера с постоянной скоростью v . (6 баллов)

В. Пусть после того, как масса снега в движущейся части достигает некоторого значения M_0 , она перестаёт увеличиваться. При вовлечении в движение порции снега, такая же порция покидает движущуюся часть, скатываясь вбок относительно направления движения. Какую мощность W_1 должен развивать бульдозер при движении с постоянной скоростью v в этом случае? (3 балла)

3. Ну, очень большая сетка (10 баллов)

Крюков П. А.

Сетка в форме квадрата состоит из очень большого количества ячеек. В узел с координатами $(0, 0)$, совпадающий с центром квадрата, втекает ток $I = 4$ А (см. рисунок). Сопротивление любого проводника, соединяющего соседние узлы сетки, равно 1 Ом.



А. Пусть узлы сетки на стороне большого квадрата подключены к специальному источнику напряжения, так что потенциалы узлов, лежащих на диагоналях (см. рис., пунктирные линии), равны нулю везде кроме центра квадрата, где потенциал равен 1 В. Определите потенциалы φ_{1k} в узлах с координатами $(k + 1, k)$, и потенциалы φ_{2k} в узлах с координатами $(k + 2, k)$ при $k \geq 0$. (4 балла)

В. Источник напряжения заменили на другой — ещё более специальный. Теперь потенциалы узлов и на диагоналях, и в центре равны нулю. Чему равны потенциалы φ_{1k} в узлах с координатами $(k + 1, k)$, и потенциалы φ_{2k} в узлах с координатами $(k + 2, k)$ при $k \geq 0$ в этом случае? (6 баллов)

мерениях по фотографиям опытов). Найдите радиус диска R . (5 баллов)

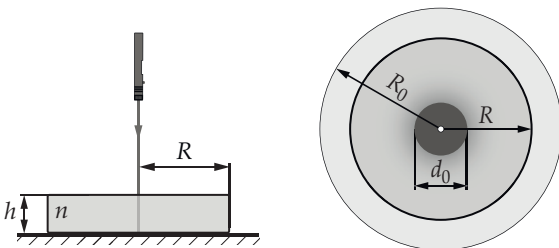
В. Чем может быть обусловлено возникновение тёмного круга? Оцените его радиус r_0 , считая показатель преломления и толщину диска известными. (5 баллов)

Примечание. Можно считать, что в условиях данной задачи для лучей, выходящих из стекла в воздух, от границы раздела отражается не более 10 % энергии падающего излучения, если величина угла падения меньше 37° .

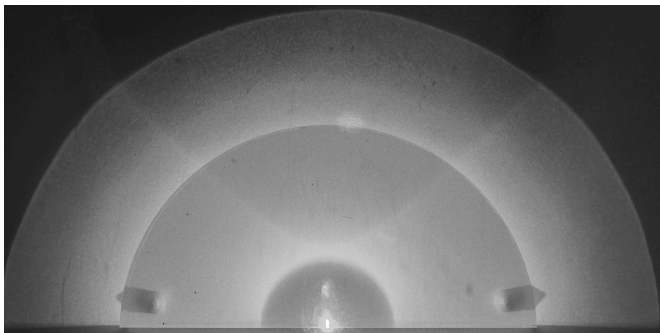
4. Ореол и тёмный круг (10 баллов)

Крюков П. А., Бычков А. И.

На горизонтальной поверхности располагается диск радиусом R и толщиной h , сделанный из стекла с показателем преломления $n = 1,5$ (рис. ниже, слева). Нижняя матовая сторона диска отражает свет диффузно (иначе говоря, равномерно в любых направлениях). Верхняя и боковая поверхности диска тщательно отшлифованы. Луч мощной лазерной указки, освещающей диск, направлен вдоль его оси. При рассматривании диска сверху (рис. ниже, справа) наблюдаются: ярко выраженный тёмный круг с нечёткой границей диаметром d_0 и светлый ореол с резкой границей в виде концентрической с диском окружности радиусом R_0 .



Ниже вы видите фотографию, полученную при проведении опыта, похожего на описанный выше. Мощной лазерной указкой освещалась нижняя точка середины половинки стеклянного диска. Можно различить тёмный полукруг с размытой границей и светлый ореол с резкой границей.



А. Известно, что толщина диска равна $h = 14$ мм, а отношение радиусов диска и границы ореола равно $\frac{R_0}{R} \approx 1,65$ (это значение получается при из-

5. Устойчивость атмосферы (13 баллов)

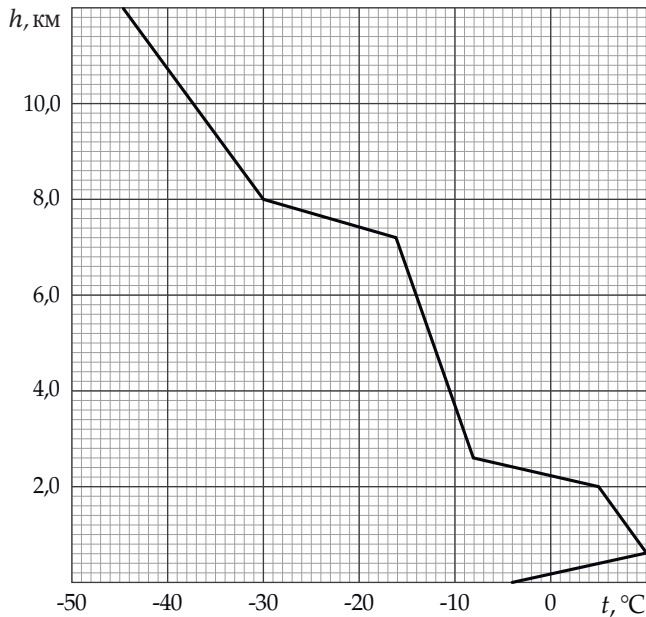
Крюков П. А.

А. *Сухой адиабатой* называется такое распределение температуры $T_a(h)$ в атмосфере Земли, что при увеличении высоты малой порции (в метеорологии их называют частицами) сухого воздуха на небольшую величину Δh без теплообмена с окружающими частицами её температура изменяется на малую величину ΔT_a . Найдите ΔT_a , считая Δh известным. Ускорение свободного падения равно $g = 10$ м/с². Средние молярные масса и теплоёмкость воздуха при постоянном объёме равны: $\mu = 29$ г/моль и $c_V = 2,5R$ ($R = 8,3$ Дж/(моль · К)) соответственно. Движением воздушных масс можно пренебречь. (6 баллов)

Указание. Для малых изменений параметров идеального газа (T, p, V) или (T, p, ρ) , где ρ — плотность, из уравнения состояния следуют формулы:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta p}{p} + \frac{\Delta V}{V}, \quad \frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta p}{p} - \frac{\Delta \rho}{\rho}.$$

В. В естественных условиях равновесное распределение температуры воздуха по высоте имеет сложный вид. Линия на графике ниже моделирует зависимость $t(h)$, возникшую в воздухе над городом X в день Y. В физике атмосферы принято откладывать температуру по горизонтальной оси.



Устойчивым является такое равновесное состояние воздуха в атмосфере, что при *адиабатическом* смещении частицы воздуха из положения равновесия по вертикали на небольшую величину Δh , действующие на неё силы стремятся вернуть эту частицу в положение равновесия. Укажите на графике границы (по высоте) участков устойчивой атмосферы. Воздух предлагается считать сухим, наличием паров воды и движением воздушных масс пренебречь, значения, заданные в части А задачи, можно считать известными. (7 баллов)

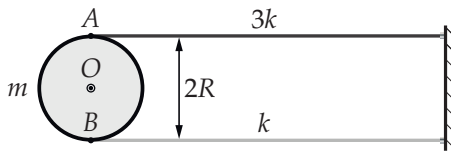


Условия задач, ответы и критерии оценивания

1. На резинках (6 баллов)

Крюков П. А.

Масса горизонтально расположенного колеса, насаженного на вертикальную ось O (см. рисунок), равна m и равномерно распределена по его границе — окружности радиусом R . В точках A и B , лежащих на одном диаметре, закреплены резиновые нити жёсткостью k и $3k$. Другие концы нитей присоединены к вертикальной стене. В положении равновесия отрезок AB располагается параллельно стене, нити не провисают, но и не деформированы, расстояние между ними равно $2R$.



А. Пусть диск может вращаться, не испытывая трения, вокруг оси. Определите период малых колебаний диска. (2 балла)

В. Ось вращается по часовой стрелке с достаточно большой постоянной угловой скоростью. Трение между осью и колесом сухое. Максимальный момент сил трения, действующих на колесо равен M ($M_0 \ll kR^2$). Сначала колесо удерживают, при этом нити остаются нерастянутыми, потом отпускают.

В1) Через какое время после этого угловая скорость колеса станет максимальной? Чему равна эта максимальная скорость? (3 балла)

В2) Как изменится ответ, если ось будет вращаться проти

1 ба

— — — — —

— — — — —

2. Похоже на сплит-систему (7 баллов)

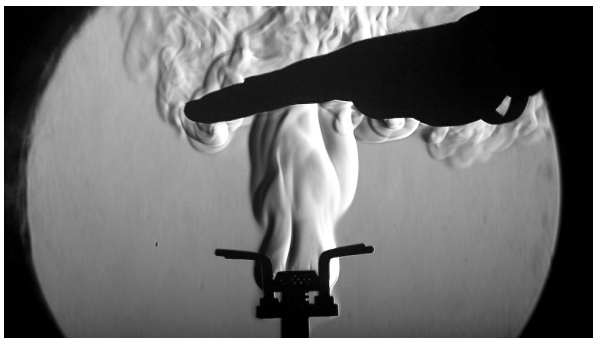
Крюков П. А.

Тепловая машина комнатной сплит-системы работает по обратному циклу Карно, при этом можно считать, что температуры в комнате и на улице соответствуют температурам на изотермах цикла. Летом, когда температура за окном равна $+27^\circ\text{C}$, сплит-система, работая в режиме кондиционирования (как холодильный агрегат), поддерживает в комнате температуру $+17^\circ\text{C}$ и потребляет от электросети среднюю мощность N_1 . В начале зимы, когда температура на улице опускается до -3°C , в сплит-системе включается режим теплового насоса, и она поддерживает в комнате ту же температуру $+17^\circ\text{C}$, что и летом, потребляя среднюю мощность N_2 . Можно считать, что тепловой поток (через окна и стены) пропорционален разности температур в комнате и на улице с одинаковым коэффициентом пропорциональности летом и зимой. Найдите отношение мощностей $n = \frac{N_2}{N_1}$, потребляемых сплит-системой при работе в разных режимах.

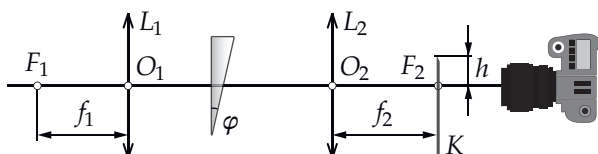
3. Шлирен-метод (9 баллов)

Крюков П. А.

Для фотографирования оптических неоднородностей в прозрачных средах часто применяют *шлирен-метод*. На фотографии ниже (Flickr.com, авт.: Phil Taylor) можно видеть потоки горячего воздуха, порождаемые пламенем газовой горелки и обтекающие ладонь человека.

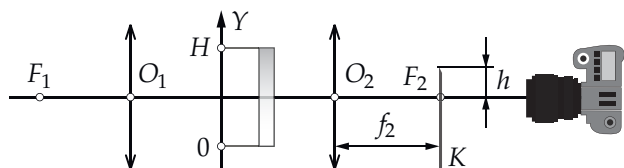


Шлирен-метод может быть реализован по схеме, изображённой на рис. ниже. Две тонкие линзы L_1 и L_2 располагаются так, что их оптические оси совпадают. В фокусе одной линзы, в т. F_1 находится точечный источник света, а в фокальной плоскости другой (т. F_2) — *нож Фуко* — большой непрозрачный экран K с острой кромкой, выступающей над уровнем оптической оси на небольшое расстояние h . Фокальная плоскость объектива фотоаппарата совпадает с фокальной плоскостью линзы L_2 .



А. Пусть между линзами располагается (см. рис. выше) призма с малым преломляющим углом φ и показателем преломления n . Фокусное расстояние линзы L_2 равно f_2 . При каких значениях h на фотографии будет виден только серый фон? (3 балла)

В. Призму заменяют на плоско-параллельную пластинку (см. рис. ниже) толщиной d и высотой H ($d \ll H$), показатель преломления которой линейно зависит от координаты y : $n(y) = n_0 \left(1 + \frac{\alpha y}{H}\right)$, значения n_0 и α ($\alpha \ll 1$) считаются известными.



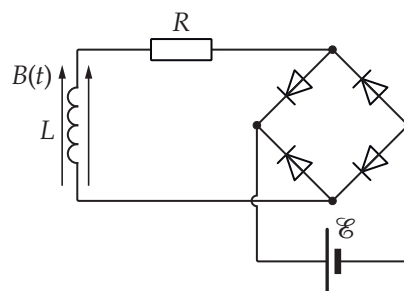
При каких значениях h в этом случае на фотографии будет виден только серый фон? (5 баллов)

С. Коротко объясните (два-три предложения), по-

чему на фотографии в начале задачи ладонь и горелка — тёмные, а потоки воздуха — светлые, а также почему все изображения видны на фоне серого круга. (1 балл)

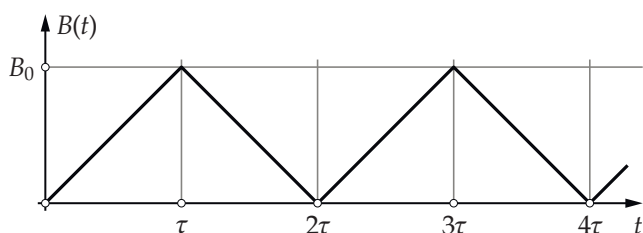
4. Магнитная зарядка (12 баллов)

Ромашка М. Ю., Крюков П. А., Бычков А. И.
Аккумулятор с ЭДС \mathcal{E} , внутреннее сопротивление которого можно считать равным нулю, заряжают в цепи, изображённой на рисунке.



Диодный мост состоит из идеальных диодов, открывающихся при нулевом напряжении. Катушка индуктивностью L располагается в области пе-

риодически изменяющегося магнитного поля $B(t)$. Можно считать, что сопротивление катушки и подводящих проводов сосредоточено в резисторе сопротивлением R . Катушка намотана на сердечник в виде полого цилиндра сечением S и содержит N витков. Внешний радиус катушки незначительно отличается от внутреннего. Индукция магнитного поля $B(t)$, создаваемого внешними источниками, направлена вдоль оси катушки. Можно считать, что внутри сердечника поле однородно. Фрагмент зависимости индукции поля от времени показан на графике ниже. Постоянные B_0 и τ считаются известными, при этом их значения таковы, что схема может обеспечить зарядку аккумулятора за конечное время.



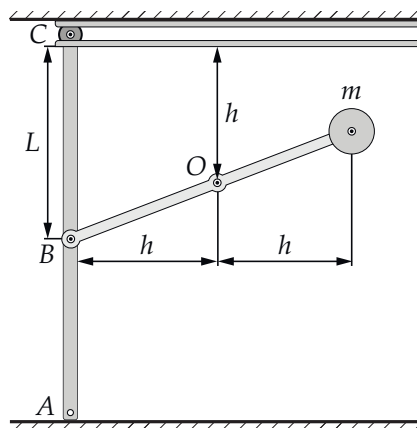
А. Известно, что параметры схемы удовлетворяют соотношению $\frac{L}{R} \ll \tau$. Определите заряд, протекающий через аккумулятор за время t_0 . (4 балла)

В. Пусть сопротивление R настолько мало, что выполняется условие: $\frac{L}{R} \gg \tau$. Найдите средний ток, текущий через аккумулятор спустя длительное время после начала зарядки. (8 баллов)

5. Ворота (18 баллов)

Ромашка М. Ю., Крюков П. А., Бычков А. И.

Механизм, при помощи которого производится подъём откидных ворот гаража, изображён на рисунке ниже, при этом ворота ABC находятся в вертикальном положении (закрыты). Прикладывая силу к ручке, расположенной у нижнего края ворот в т. A , можно перевести ворота в горизонтальное положение (открыть). При подъёме ворот ролик C , закреплённый на их верхнем крае, движется по горизонтальному направляющему. В т. B ($AB = BC = L$) ворота шарнирно соединены с коромыслом, которое может вращаться вокруг неподвижной оси O . На другом конце коромысла находится груз массой $m = 25$ кг. Ворота можно считать тонкой однородной пластиной массой $M = 30$ кг. Массой коромысла и ролика, любыми видами трения, а также линейными размерами ролика и груза можно пренебречь. Ускорение свободного падения и значения параметров, указанных на рисунке, равны: $g = 10$ м/с², $L = 92$ см, $h = 65$ см. В верхнем положении ворота фиксируются защёлкой.



А. А1) Какую силу F_1 , перпендикулярную воротам, необходимо прикладывать к ручке, чтобы удерживать ворота неподвижно при горизонтальном положении коромысла? (2 балла)

А2) Какую минимальную (!) силу F_2 необходимо прикладывать к ручке, чтобы ворота оставались неподвижными при горизонтальном положении коромысла? (4 балла)

В. Пусть при очень медленном подъёме ворот из начального вертикального положения в конечное горизонтальное к ручке в каждый момент времени прикладывается минимальная необходимая для подъёма сила. Чему равно максимальное значение F_{\max} этой минимальной силы? (8 баллов)

С. Если в верхнем положении открыть защёлку, то ворота начнут двигаться вниз, а коромысло — поворачиваться. Определите скорость нижней точки ворот в момент, когда она коснётся земли. (4 балла)