

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

10 - 0,8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

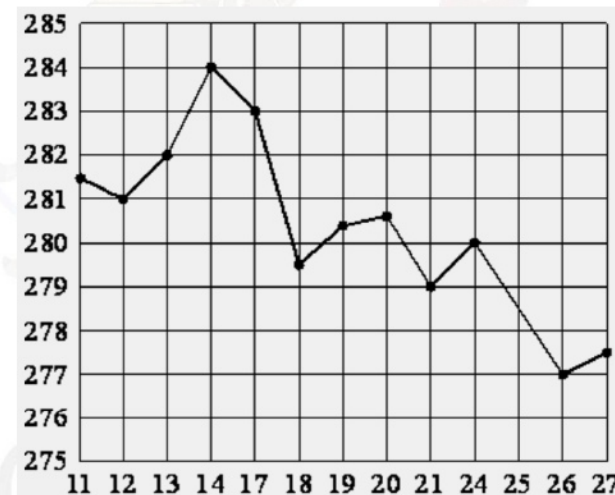
*Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

**Часть 1**

- 1** Поезд Москва-Ижевск отправляется в 17:41, а прибывает в 10:41 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

Ответ: \_\_\_\_\_.

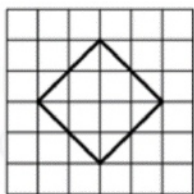
- 2** На рисунке жирными точками показана цена унции золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 11 по 27 июля 2000 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена унции золота на момент закрытия торгов была наибольшей за указанный период.



Ответ: \_\_\_\_\_.



- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён квадрат. Найдите радиус описанной около него окружности.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что произведение выпавших очков делится на 5, но не делится на 30.

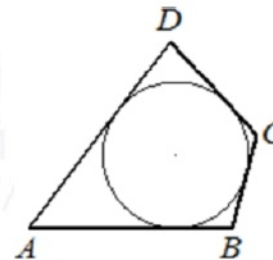
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения

$$\log_{27} 3^{5x+5} = 2.$$

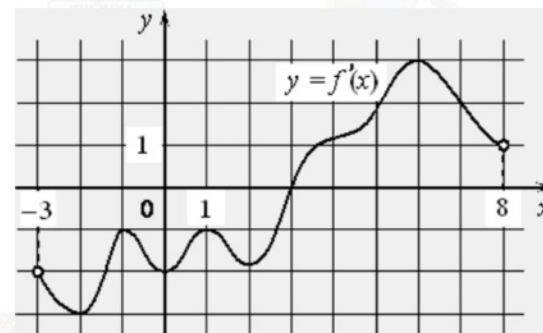
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В четырёхугольнике  $ABCD$  вписана окружность,  $AB = 22$ ,  $CD = 17$ . Найдите периметр четырёхугольника  $ABCD$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 8)$ . В какой точке отрезка  $[-2; 3]$  функция  $f(x)$  принимает наименьшее значение?



Ответ: \_\_\_\_\_.



- 8 В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает  $\frac{2}{3}$  высоты. Объём жидкости равен 144 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.**

### Часть 2

- 9 Найдите значение выражения

$$7\sqrt{2} \sin \frac{15\pi}{8} \cdot \cos \frac{15\pi}{8}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Мяч бросили под углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полёта мяча (в секундах) определяется по формуле  $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$ . При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  (в градусах) время полёта будет не меньше 2,1 секунды, если мяч бросают с начальной скоростью  $v_0 = 21$  м/с? Считайте, что ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 42 килограммов изюма, если виноград содержит 82% воды, а изюм содержит 19% воды?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку максимума функции

$$y = \ln(x + 3)^7 - 7x - 9.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**



Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  

$$\sin x + 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1.$$
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  

$$\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right].$$
- 14 На ребре  $AA_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  взята точка  $E$  так, что  $A_1 E = 6EA$ . Точка  $T$  – середина ребра  $B_1 C_1$ . Известно, что  $AB = 4\sqrt{2}$ ,  $AD = 12$ ,  $AA_1 = 14$ .
- а) Докажите, что плоскость  $ETD_1$  делит ребро  $BB_1$  в отношении 4:3.  
 б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью  $ETD_1$ .
- 15 Решите неравенство  

$$\log_5^2(25 - x^2) - 3 \log_5(25 - x^2) + 2 \geq 0.$$
- 16 В треугольник  $ABC$  вписана окружность радиуса 4, касающаяся стороны  $AC$  в точке  $M$ , причём  $AM = 8$  и  $CM = 12$ .
- а) Докажите, что треугольник  $ABC$  прямоугольный.  
 б) Найдите расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей треугольника  $ABC$ .

- 17 15 января планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что на 11-й месяц кредитования нужно выплатить 44,4 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение всего срока кредитования?

- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{3x^2 + 2ax + 1} = x^2 + ax + 1$$

имеет ровно три различных корня.

- 19 Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число  $n$ , выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число  $n$ , а остальные числа, равные  $n$ , стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11.




















- а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 2, 4, 6, 8.  
 б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 17, 18, 19, 20, 22?  
 в) Приведите все примеры задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 9, 10, 11, 19, 20, 21, 22, 30, 31, 32, 33, 41, 42, 43, 52.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



**Система оценивания экзаменационной работы по математике  
(профильный уровень)**

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	17	
2	14	
3	2	
4	0,25	
5	0,2	
6	78	
7	3	
8	342	
9	-3,5	
10	30	
11	189	
12	-2	
13	а) $\pi n, \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \frac{5\pi}{6} + 2\pi n; n \in Z$ б) $-3\pi; -2\pi; -\frac{19\pi}{6}$	
14	90	
15	$(-5; -2\sqrt{5}] \cup \{0\} \cup [2\sqrt{5}; 5)$	
16	$2\sqrt{5}$	
17	932,4 тыс.	
18	$[-2; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; 2]$	
19	а) 224 б) нет в) 9 10 11 22 и 9 10 11 11 11	



### Решения и критерии оценивания заданий 13–19

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

13

Задание с развернутым ответом

а) Решите уравнение

$$\sin x + 2 \sin \left( 2x + \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[ -\frac{7\pi}{2}; -2\pi \right]$ .

Номер: 5080

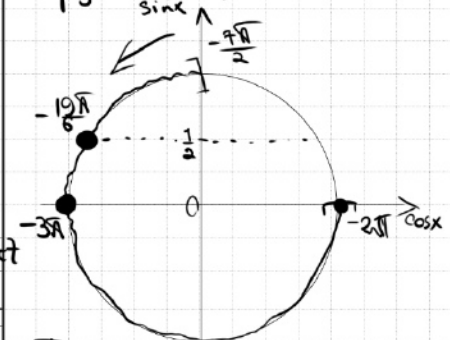
а)  $\sin x + 2 \cdot \left( \sin 2x \cdot \cos \frac{\pi}{6} + \cos 2x \cdot \sin \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1$   
 $\sin x + 2 \cdot \sin 2x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \cos 2x \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{3} \sin 2x + 1$   
 $\cos 2x + \sin x - 1 = 0$   
 $1 - 2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$   
 $\sin x \cdot (1 - 2\sin x) = 0$   
 $\sin x = 0$   
 $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$1 - 2\sin x = 0$   
 $\sin x = \frac{1}{2}$   
 $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$   
 $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б)  $\pi n, \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 $-2\pi, -3\pi, -\frac{19\pi}{6}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ б	1
получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	0
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
2	

б) Обведем корни с помощью окружности  $\sin x$



Получим еще:

$$x = -2\pi$$

$$x = -3\pi$$

$$x = -3\pi - \frac{\pi}{6} = -\frac{19\pi}{6}$$

Источники:

алгебры  
 Основная волна 2018  
 Ященко 2020 (36 вар)  
 Ященко 2019 (36 вар)

**ФОРМУЛЫ  
 ДВОЙНОГО УГЛА**

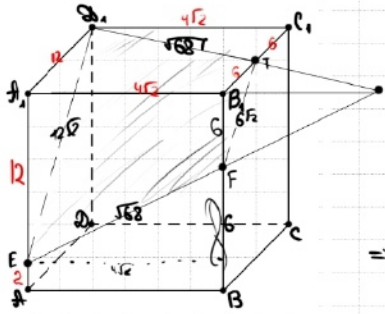
- 1  $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
- 2  $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- 3  $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$
- 4  $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$



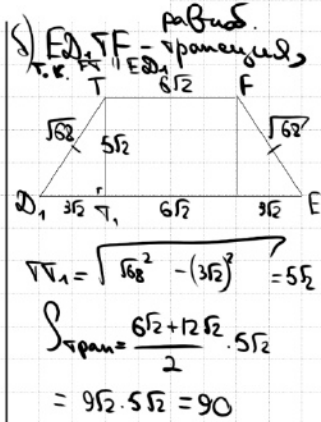
**14** На ребре  $AA_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  взята точка  $E$  так, что  $A_1 E = 6EA$ . Точка  $T$  – середина ребра  $B_1 C_1$ . Известно, что  $AB = 4\sqrt{2}$ ,  $AD = 12$ ,  $AA_1 = 14$ .

**Источники:**  
Гордиш #14 2019  
СтатГрад 2015

- а) Докажите, что плоскость  $ETD_1$  делит ребро  $BB_1$  в отношении 4:3.  
б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью  $ETD_1$ .



- а) Построим сеч.  
 ①  $ED_1$   
 ②  $D_1T$   
 ③  $D_1T \cap AA_1 = M$   
 ④  $ME$   
 $ME \cap BB_1 = F$   
 ⑤  $FT$   
 $\Rightarrow D_1TFE$  – сечение



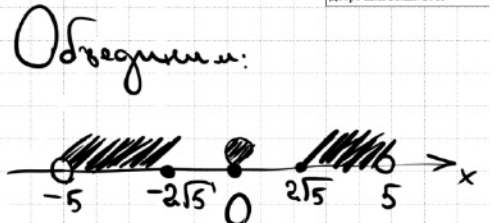
$\triangle A_1 D_1 E \sim \triangle B_1 T F$  по 2 углам  
 $\frac{A_1 E}{B_1 F} = \frac{A_1 D_1}{B_1 T} \Rightarrow \frac{14}{6} = \frac{12}{B_1 F} \Rightarrow B_1 F = 6$   
 $BF = 14 - 6 = 8$   
 $\Rightarrow \frac{BF}{EF} = \frac{8}{5\sqrt{2}} = \frac{4}{5}$  ■

<b>ОТВЕТ:</b>	90
Содержание критерия	
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2

**15** Решите неравенство  $\log_5^2(25 - x^2) - 3\log_5(25 - x^2) + 2 \geq 0$ .

**Источники:**  
ЕГЭ  
осФП  
Январь 2020 (36 вар)  
Январь 2019 (36 вар)  
Досрочная волна 2017  
Досрочная волна 2015

Пусть  $\log_5(25 - x^2) = t$   
 $t^2 - 3t + 2 \geq 0$   
 $(t-1)(t-2) \geq 0$   
 $t \leq 1$   
 $t \geq 2$   
 $\log_5(25 - x^2) \leq 1 \Rightarrow 25 - x^2 \leq 5 \Rightarrow x^2 \geq 20 \Rightarrow x \leq -2\sqrt{5} \text{ или } x \geq 2\sqrt{5}$   
 $\log_5(25 - x^2) \geq 2 \Rightarrow 25 - x^2 \geq 25 \Rightarrow x^2 \leq 0 \Rightarrow x = 0$



**ОТВЕТ:**  $(-\infty; -2\sqrt{5}] \cup \{0\} \cup [2\sqrt{5}; \infty)$

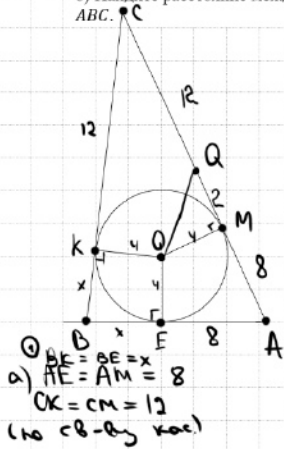
Содержание критерия	
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2

При этом в первом случае выставления 1 балла допускаются только ошибки в строгости неравенств: «<» вместо «≤», или наоборот. Если в ответ включено значение переменной, при котором одна из частей неравенства не имеет смысла, то следует выставить оценку «0 баллов».



**16** В треугольник  $ABC$  вписана окружность радиуса 4, касающаяся стороны  $AC$  в точке  $M$ , причём  $AM = 8$  и  $CM = 12$ .

- а) Докажите, что треугольник  $ABC$  прямоугольный.  
 б) Найдите расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей треугольника  $ABC$ .



②  $p = \frac{12+x+8+x+8+12}{2} = x+20$

$S = (x+20) \cdot 4 = 4x+80$

③  $S = \sqrt{(x+20) \cdot 8 \cdot x \cdot 12}$

④  $\sqrt{(x+20) \cdot 8 \cdot x \cdot 12} = 4(x+20)$

$x^2 + 40x + 400 = 6 \cdot (x^2 + 20x)$

$x^2 + 40x + 400 = 6x^2 + 120x$

$5x^2 + 80x - 400 = 0$

$x^2 + 16x - 80 = 0$

$D = 256 + 320 = 576$

$x = \frac{-16 \pm 24}{2}$

$x_1 = 4 \quad x_2 < 0$

$\Rightarrow BC = 16 \quad AC = 20$

$AB = 12 \quad 20^2 = 12^2 + 16^2$

$\Rightarrow \Delta ABC$  —  $\Delta$  прямоуг.

$\Rightarrow \Delta ABC$  —  $\Delta$  прямоуг.

$\Rightarrow \Delta ABC$  —  $\Delta$  прямоуг.

$\Rightarrow \Delta ABC$  —  $\Delta$  прямоуг.

$\Rightarrow \Delta ABC$  —  $\Delta$  прямоуг.

$\Rightarrow \Delta ABC$  —  $\Delta$  прямоуг.

$\Rightarrow \Delta ABC$  —  $\Delta$  прямоуг.

**Источники:**

Семёнов 2018  
 Липовко 2018

**ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА (ФОРМУЛА ГЕРОНА)**



$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

**ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА (ЧЕРЕЗ РАДИУС)**



$S = pr$   
 $p$  — полупериметр

б) Пусть  $Q$  — центр опис. окр. —  $Q$  — сеп. сфера  $m$ - $3\sigma$

$\Rightarrow QM = 12 - 10 = 2$

$OM = 4$

$\Delta OQM$  —  $\Delta$  прямоуг.

$OQ = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$OQ = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$OQ = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$OQ = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$OQ = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$OQ = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$OQ = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$OQ = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$OQ = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$OQ = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

**17** 15 января планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия его возврата таковы:  
 - 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;  
 - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;  
 - 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.  
 Известно, что на 11-й месяц кредитования нужно выплатить 44,4 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение всего срока кредитования?

Пусть  $S$  — сумма кредита  
 Число — день платежа

Дата	Сумма долга
15 янв	$S$
1 фев	$1,01 \cdot S$
1 март	$1,01^2 \cdot S$
1 апр	$1,01^3 \cdot S$
1 мая	$1,01^4 \cdot S$
1 июн	$1,01^5 \cdot S$
1 июл	$1,01^6 \cdot S$
1 авг	$1,01^7 \cdot S$
1 сент	$1,01^8 \cdot S$
1 окт	$1,01^9 \cdot S$
1 ноя	$1,01^{10} \cdot S$
1 дек	$1,01^{11} \cdot S$
1 янв	$1,01^{12} \cdot S$
1 фев	$1,01^{13} \cdot S$
1 март	$1,01^{14} \cdot S$
1 апр	$1,01^{15} \cdot S$
1 мая	$1,01^{16} \cdot S$
1 июн	$1,01^{17} \cdot S$
1 июл	$1,01^{18} \cdot S$
1 авг	$1,01^{19} \cdot S$
1 сент	$1,01^{20} \cdot S$
1 окт	$1,01^{21} \cdot S$

11 мес:  $1,01^{11} \cdot S - 44,4 = 10 \cdot S$   
 $1,01^{11} \cdot S - 10S = 44,4$   
 $S(1,01^{11} - 10) = 44,4$   
 $S = \frac{44,4}{1,01^{11} - 10}$

Итого:  $932,4$  тыс.

**Источники:**

Яценко 2020 (36 вар)  
 Яценко 2019 (50 вар)  
 Яценко 2019 (36 вар)  
 Яценко 2019 (36 вар)  
 Яценко 2018 (20 вар)  
 Яценко 2018 (30 вар)  
 СтатГрад 2019

Возможна арифм. прогр.  
 Воспользуемся формулой  
 $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ и обоснованно получен верный ответ в пункте $b$	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте $b$ ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ и при обоснованном решении пункта $b$ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ , ИЛИ при обоснованном решении пункта $b$ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте $b$ с использованием утверждения пункта $a$ , при этом пункт $a$ не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<b>Максимальный балл</b>	<b>3</b>

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<b>Максимальный балл</b>	<b>3</b>

O.C.B. — ?  
 $1,01S - \frac{20}{21}S + 1,01 \cdot \frac{S}{21} \cdot 21 =$   
 $\frac{21,21S - 20S + 1,01S}{2} = \frac{2,22S}{2}$   
 $= 1,11 \cdot S = 1,11 \cdot 840 = 932,4$  тыс.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 210419





**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $\sqrt{3x^2 + 2ax + 1} = x^2 + ax + 1$  имеет ровно три различных корня.

Источники: ЕГЭ, апрель, Основная волна 2016

Решим уравнение ②

$$3x^2 + 2ax + 1 = (x^2 + ax + 1)^2$$

$$3x^2 + 2ax + 1 = x^4 + 2ax^3 + (a^2 + 2)x^2 + 2ax + 1$$

$$x^4 + 2ax^3 - x^2 + a^2x^2 = 0$$

$$x^2(x^2 + 2ax - 1 + a^2) = 0$$

$$x^2(x + a)^2 - 1 = 0$$

$$x^2(x + a - 1)(x + a + 1) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 1 - a \quad x_3 = -a - 1$$

Чтобы все три корня были разными нужно:

$$\begin{cases} 1 - a \neq 0 \\ -a - 1 \neq 0 \\ 1 - a \neq -a - 1 \end{cases} \Rightarrow a \neq \pm 1$$

Найдём три таких  $a$ , каковы из корней удов. кр-ву ①

$$a^2 + a + 1 \geq 0 \quad (1 - a)^2 + a(-1 - a) + 1 \geq 0 \quad -a + 2 \geq 0$$

$$a - \text{любое, кроме } \pm 1 \quad a \leq 2$$

Получаем  $\begin{cases} a \neq \pm 1 \\ a \geq -2 \\ a \leq 2 \end{cases}$

**ОТВЕТ:**  $[-2; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; 2]$

Содержание критерия	Баллы
Обосновано получен правильный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений $a$ , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений $a$	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений $a$	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
4	

**19** Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доску в порядке убывания. Если какое-то число  $n$ , выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число  $n$ , а остальные числа, равные  $n$ , стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11.

Источники: ЕГЭ, апрель, Янвико 2018, Янвико 2018, Семёнов 2015, Основная волна 2017, Основная волна 2013

а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 2, 4, 6, 8.

б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 17, 18, 19, 20, 22?

в) Приведите все примеры задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 9, 10, 11, 19, 20, 21, 22, 30, 31, 32, 33, 41, 42, 43, 52.

а) Задуманные: 2 2 4 и 2 2 2 2  
Набор: 2 4 6 8

б) Задуманные: 1  
Набор: 1 3 4 5 6 9 10 11 12 13 14 17 18 19 20 22

в) Задуманные: 9 10 11 22  
Набор: 9 10 11 19 20 21 22 30 31 32 33 41 42 и 52

**ОТВЕТ:** а) 2 2 2 2; б) нет; в) (9 10 11 22); (9 10 11 11 11)

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта а; – обоснованное решение пункта б; – искомая оценка в пункте в; – пример в пункте в, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
4	

⇒ Сумма всех кроме "1" это 21, но её нет в наборе ⇒ нет

① в наборе есть 1, то задуманные кончатся с 1  
② 22 – сумма всех задуманных

① в наборе 9  
② Потому 10  
③ Потому 11  
④ 19 среди задуманных нет, т.к. 9+10+11+19=49  
⑤ 20 среди задуманных нет, т.к. 9+10+11+20=50  
⑥ 21 среди задуманных нет, т.к. 9+10+11+21=51  
⑦ 22 среди задуманных может быть, а может быть 11 11  
9 10 11 22    9 10 11 11 11  
⑧ 30 и более среди задуманных, т.к. будет перебор по сумме всех чисел

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 210419

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 13–19. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

ЕГЭ 100 БАЛЛОВ  
ВСЕРОССИЙСКИЙ ШКОЛЬНЫЙ ПРОЕКТ  
VK.COM/EGE100BALLOV

