

Часть I

1) Объем конуса равен 56. Через середину высоты параллельно основанию проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найти объем меньшего конуса.

Ответ: 7

2) Сторона основания шестиугольной призмы равна 8, высота равна 12. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

Ответ: 576

3) Цилиндр с радиусом основания $R = 2\sqrt{3}$ вписан в правильную треугольную призму. Найти площадь боковой поверхности призмы, если высота цилиндра 7

Ответ: 84

4) Объем треугольной призмы, отсекаемый от куба плоскостью, проходящей через середины двух ребер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины, равен 47. Найдите объем куба.

Ответ: 376

5) Объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 3. Найдите объем треугольной пирамиды $AD_1 CB_1$.

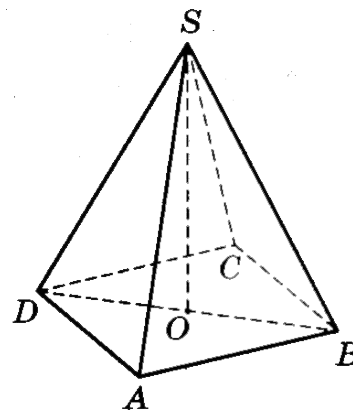
Ответ: 1

6) Во сколько раз увеличится объем куба, если его ребра увеличить в 7 раз?

Ответ: 343

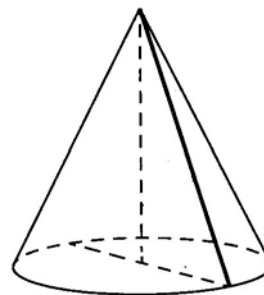
7) В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O - центр основания, S - вершина, $SA = 10$, $BD = 16$. Найти длину отрезка SO .

Ответ: 6



8) Высота конуса равна 30, а длина образующей – 34. Найдите диаметр конуса.

Ответ: 32



Часть II

Задачи для самостоятельного решения. Для зачета достаточно решить 1 задачу из II части

1) В правильной четырёхугольной пирамиде $QKLMN$ сторона основания KL равна 8, а боковое ребро QK равно 10. На ребре QM взята точка P , а на ребре MN - точка T , при этом $NT = 6$ и плоскость LTP перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

а) Докажите, что MP равно 4.

б) Найдите объём многогранника $PKLTN$.

Ответ: $\frac{224}{15}\sqrt{17}$

2) В основании пирамиды $SABC$ лежит прямоугольный треугольник с катетами $AC = 6$ и $BC = 8$. Высота пирамиды равна $3\sqrt{3}$, $\angle SAC$ - прямой, а тангенс угла между гранями SAC и ABC равен $\left(-\frac{3\sqrt{3}}{5}\right)$.

а) Докажите, что угол между плоскостью ABS и плоскостью основания пирамиды равен 60° .

б) Найдите площадь грани ABS .

Ответ: 30

3) Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ с вершиной S , стороной основания 12 и боковым ребром 24. На ребре SC выбрали точку K , отстоящую от вершины S на расстояние, равное 6. Через точки K и D перпендикулярно основанию пирамиды проведена плоскость α .

а) Докажите, что линия пересечения плоскости α с плоскостью основания пересекает отрезок AB в его середине.

б) Найдите объём пирамиды $KABCD$.

Ответ: 972

4) В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит квадрат $ABCD$. Боковые рёбра пирамиды наклонены к плоскости основания под одним углом. Плоскость α проходит через точку D и середину высоты пирамиды и параллельна прямой AC .

а) Докажите, что плоскость α делит ребро SB в отношении $2:1$, считая от вершины B .

б) Найдите синус угла между плоскостью α и плоскостью ASC , если угол SAC равен 30° .

Ответ $\frac{2\sqrt{39}}{13}$.

5) В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит квадрат $ABCD$. Боковые рёбра пирамиды равны. Плоскость α проходит через точку D , параллельна прямой AC и делит высоту пирамиды в отношении $3:1$, считая от вершины S .

а) Докажите, что плоскость α делит ребро SB в отношении $2:3$, считая от вершины B .

б) Найдите синус угла между плоскостью α и плоскостью ASC , если угол SAC равен 45° .

Ответ $\frac{4}{\sqrt{17}}$

б) Сторона основания правильной треугольной пирамиды $SABC$ равна 10, а боковое ребро равно $\frac{20}{\sqrt{3}}$. Точка K лежит на боковом ребре SB , а точка M на стороне основания

AB , $BM = 3$, $SK:KB = 4:9$. Плоскость α проходит через точки K и M и перпендикулярна плоскости ABC .

а) Докажите, что точка C принадлежит плоскости α .

б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABC$ плоскостью α .

Ответ: $\frac{45}{13}\sqrt{79}$