Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 . 10 -0,8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

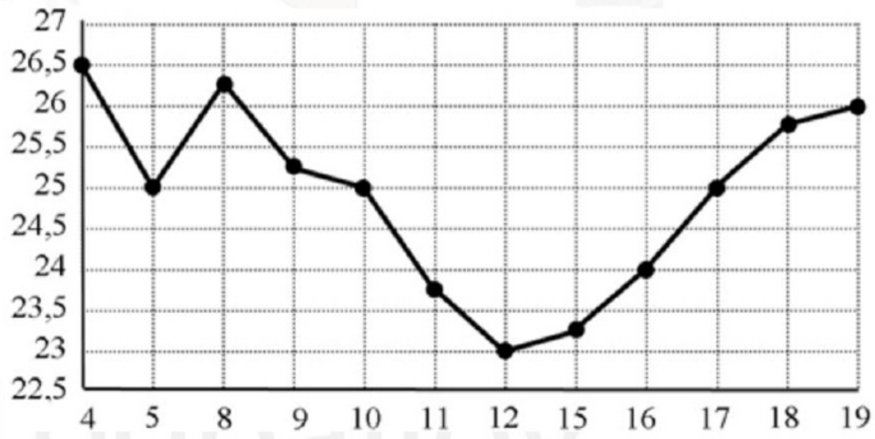
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1 Пётр Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 28 миль в час? Считайте, что 1 миля равна 1609 м. Ответ округлите до целого числа.

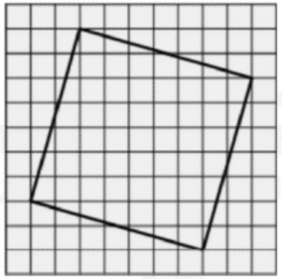
Ответ: ___________________________.

2 На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 4 по 19 апреля 2002 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена нефти на момент закрытия торгов составила 24 доллара за баррель.



Ответ: ___________________________.

3 Найдите площадь квадрата, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: ____________________________.

4 В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 5 или 6.

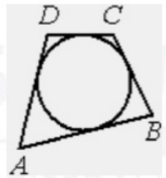
Ответ: ____________________________.

5 Решите уравнение

$\log_x 32 = 5.$

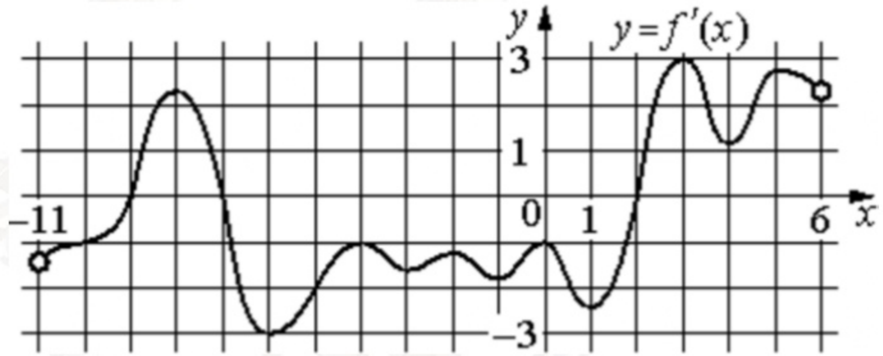
Ответ: ____________________________.

6 В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 13$, $BC = 7$ и $AD = 11$. Найдите четвёртую сторону четырёхугольника.



Ответ: ____________________________.

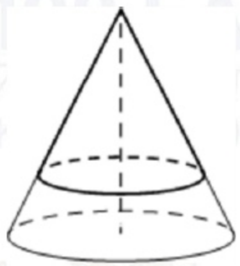
7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-11; 6)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-6; 4]$.



Ответ: ____________________________.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 210308

8 Площадь полной поверхности конуса равна 32,5. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту в отношении 4:1, считая от вершины конуса. Найдите площадь полной поверхности отсечённого конуса.



Ответ: ___________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

9 Найдите значение выражения

$\sqrt{2}-2\sqrt{2}\sin^2\dfrac{15\pi}{8}$.

Ответ: ___________________________.

10 Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне $T_{п}=25°\text{C}$, через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды $m=0{,}3$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x, вода охлаждается от начальной температуры $T_{в}=57°\text{C}$ до температуры T, причём $x=\alpha\cdot\frac{cm}{\gamma}\cdot\log_2\frac{T_{в}-T_{п}}{T-T_{п}}$, где $c=4200\,\frac{\text{Вт}\cdot\text{с}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}}$ — теплоёмкость воды, $\gamma=63\,\frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot{}^\circ\text{C}}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha=1{,}4$ — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 56 м.

Ответ: ___________________________.

11 Семья состоит из мужа, жены и их дочери-студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Ответ: ___________________________.

12 Найдите точку максимума функции

$y=\ln(x+9)-10x+7$.

Ответ: ___________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение

$$\sqrt{2}\sin^2 x + 2\sin\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) = \sqrt{3}\cos x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$.

14 В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A, B и C, а на окружности другого основания – точка C_1, причём CC_1 – образующая цилиндра, а AC – диаметр основания. Известно, что $\angle ACB = 45°$, $AB = CC_1 = \sqrt[4]{8}$.

а) Докажите, что угол между прямыми BC_1 и AC равен 60°.
б) Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

15 Решите неравенство

$$\log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}} 4 \geq \log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}}(5 - 2^x).$$

16 В равнобедренном тупоугольном треугольнике ABC на продолжение боковой стороны BC опущена высота AH. Из точки H на сторону AB и основание AC опущены перпендикуляры HK и HM соответственно.

а) Докажите, что отрезки AM и MK равны.
б) Найдите MK, если $AB = 5$, $AC = 8$.

17 15 января планируется взять кредит в банке на 20 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что за первые 10 месяцев нужно выплатить банку 1 179 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$x + \sqrt{x^2 - 4ax - 7a} = 3$$

имеет хотя бы один корень.

19 Длины сторон прямоугольника – натуральные числа, а его периметр равен 4000. Известно, что длина одной стороны прямоугольника равна $n\%$ от длины другой стороны, где n – также натуральное число.

а) Какое наибольшее значение может принимать площадь прямоугольника?
б) Какое наименьшее значение может принимать площадь прямоугольника?
в) Найдите все возможные значения, которые может принимать площадь прямоугольника, если дополнительно известно, что $n < 100$.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	45	
2	16	
3	53	
4	0,25	
5	2	
6	5	
7	1	
8	20,8	
9	1	
10	33	
11	27	
12	-8,9	
13	а) $\pi n, -\frac{\pi}{4}+2\pi n, -\frac{3\pi}{4}+2\pi n;\ n \in Z$ б) $-3\pi;\ -4\pi;\ -\frac{17\pi}{4}$	
14	4π	
15	$[0; \log_2 5)$	
16	2,88	
17	1800 тыс.	
18	$\left(-\infty; \frac{9}{19}\right] \cup (1{,}5; +\infty)$	
19	а) 1 000 000 б) 1999 в) 937500 и 640000	

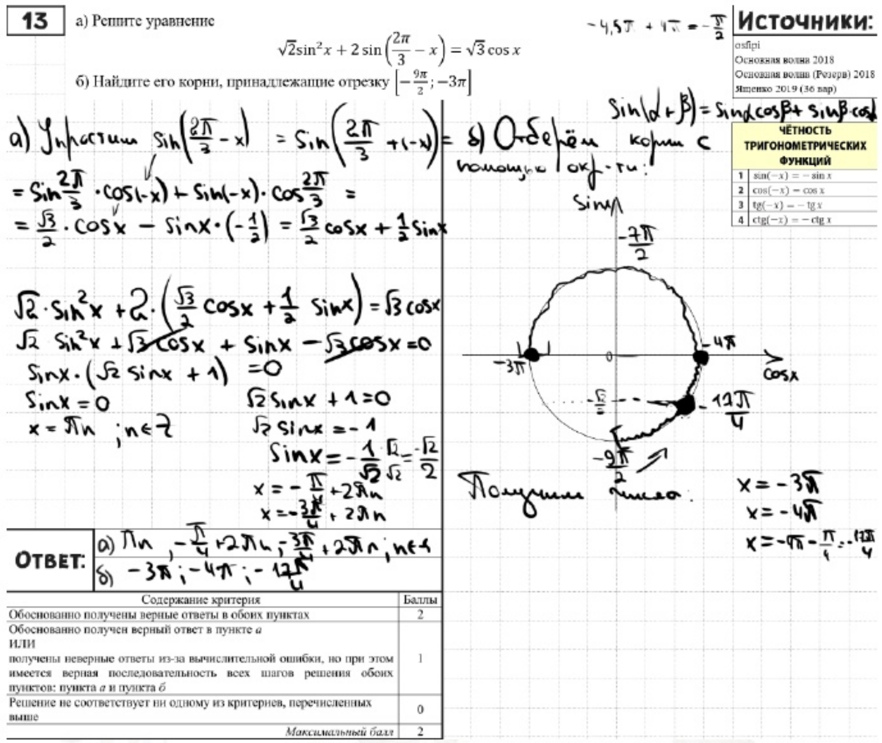
Решения и критерии оценивания заданий 13–19

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



13 а) Решите уравнение

$$\sqrt{2}\sin^2 x + 2\sin\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) = \sqrt{3}\cos x$$

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$

$-4{,}5\pi + 4\pi = -\frac{\pi}{2}$

Источники:
osfipi
Основная волна 2018
Основная волна (Резерв) 2018
Ященко 2019 (36 вар)

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha$

ЧЁТНОСТЬ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ	
1	$\sin(-x) = -\sin x$
2	$\cos(-x) = \cos x$
3	$\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$
4	$\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x$

а) Упростим $\sin\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{3} + (-x)\right) =$

$= \sin\frac{2\pi}{3} \cdot \cos(-x) + \sin(-x) \cdot \cos\frac{2\pi}{3} =$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos x - \sin x \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x + \frac{1}{2}\sin x$

$\sqrt{2} \cdot \sin^2 x + 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x + \frac{1}{2}\sin x\right) = \sqrt{3}\cos x$

$\sqrt{2}\sin^2 x + \cancel{\sqrt{3}\cos x} + \sin x - \cancel{\sqrt{3}\cos x} = 0$

$\sin x \cdot (\sqrt{2}\sin x + 1) = 0$

$\sin x = 0$ $\quad\quad$ $\sqrt{2}\sin x + 1 = 0$

$x = \pi n;\ n \in Z$ $\quad\quad$ $\sqrt{2}\sin x = -1$

$\sin x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n$

$x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$

б) Отберём корни с помощью окр-ти:

Получим числа: $x = -3\pi$; $x = -4\pi$; $x = -4\pi - \frac{\pi}{4} = -\frac{17\pi}{4}$

Ответ: а) πn, $-\frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $-\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in Z$
б) -3π; -4π; $-\frac{17\pi}{4}$

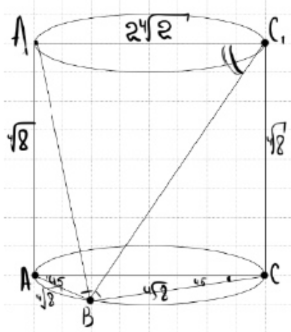
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

14 В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A, B и C, а на окружности другого основания – точка C_1, причём CC_1 – образующая цилиндра, а AC – диаметр основания. Известно, что $\angle ACB = 45°$, $AB = CC_1 = \sqrt[4]{8}$.

а) Докажите, что угол между прямыми BC_1 и AC равен 60°.

б) Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

Источники:
osfipi
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)



а) $(BC_1 \hat{;} AC) = (BC_1 \hat{;} A_1C_1)$ - ?

$\triangle ABC$ – прямоуг. и р/б.

$AC = \sqrt{(8^{\frac{1}{4}})^2 + (8^{\frac{1}{4}})^2} = \sqrt{\sqrt{8} + \sqrt{8}} = \sqrt{2\sqrt{8}} = \sqrt{2\sqrt{4}\cdot\sqrt{2}} = \sqrt{4\sqrt{2}} = \sqrt{4}\cdot\sqrt{\sqrt{2}} = 2\sqrt[4]{2}$

$A_1B = \sqrt{(8^{\frac{1}{4}})^2 + (8^{\frac{1}{4}})^2} = 2\sqrt[4]{2}$

$BC_1 = 2\sqrt[4]{2}$

$\Rightarrow \triangle A_1BC_1$ – равност. $\Rightarrow \angle BC_1A_1 = 60°$

б) $S_{бок} = 2\pi \cdot R \cdot h = 2\cdot\pi\cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot 8^{\frac{1}{4}} = 2\pi \cdot 16^{\frac{1}{4}} = 4\pi$

Ответ: 4π.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

15 Решите неравенство

$$\log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}} 4 \geq \log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}} (5 - 2^x)$$

Источники:
СтатГрад 2019
Семёнов 2018
СтатГрад 2017
Досрочная волна 2016

Сравним

$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5} > 1 \quad |\cdot 5$

$\sqrt{2}+\sqrt{13} > 5 \quad |^2$

$(\sqrt{2}+\sqrt{13})^2 > 25$

$2 + 2\sqrt{26} + 13 > 25 \quad |-15$

$2\sqrt{26} > 10 \quad |:2$

$\sqrt{26} > 5$

$\sqrt{26} > \sqrt{25}$

$\Rightarrow \begin{cases} 4 \geq 5 - 2^x \\ 5 - 2^x > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 2^x \geq 1 \\ 2^x < 5 \end{cases}$

$\begin{cases} 2^x \geq 2^0 \\ 2^x < 2^{\log_2 5} \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq 0 \\ x < \log_2 5 \end{cases}$

Ответ: $[0; \log_2 5)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

При этом в первом случае выставления 1 балла допускаются только ошибки в строгости неравенства: «<» вместо «≤», или наоборот. **Если в ответ включено значение переменной, при котором одна из частей неравенства не имеет смысла, то следует выставлять оценку «0 баллов».**

16

В равнобедренном тупоугольном треугольнике ABC на продолжение боковой стороны BC опущена высота AH. Из точки H на сторону AB и основание AC опущены перпендикуляры HK и HM соответственно.

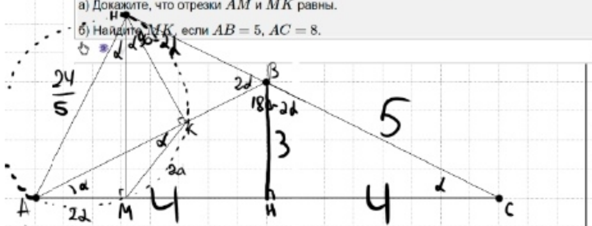
а) Докажите, что отрезки AM и MK равны.

б) Найдите MK, если $AB = 5$, $AC = 8$.

Источники:
FIPI
osfipi

ПРИЗНАК ВПИСАННОГО ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА

Если два равных угла опираются на один отрезок, то около четырёхугольника можно описать окружность



а) ① $\angle AKH = 90^\circ$ эти углы равны и опир.
$\angle AMH = 90^\circ$ на отрезок AH
$\Rightarrow$ можно описать окр-ть около AMKH

② Пусть $\angle KAM = \alpha$
Тогда $\smile KM = 2\alpha$
$\angle MHK = \alpha$
$\angle C = \alpha$

$\angle ABC = 180 - 2\alpha$
$\angle ABH = 2\alpha$
$\angle BHC = 90 - 2\alpha$
$\angle AHM = 90 - (\alpha + 90 - 2\alpha) = \alpha$
$\smile AM = 2\alpha$
$\angle AKM = \alpha$

$\Rightarrow \triangle AKM$ – р/б.
$\Rightarrow AM = MK$

б) Найдём AM.

$\sin\alpha = \frac{3}{5}$
$\cos\alpha = \frac{4}{5}$
$\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{4}$

$\triangle ACH$: $\sin\alpha = \frac{AH}{8} = \frac{3}{5}$
$AH = \frac{24}{5}$

$\triangle AMH$: $\sin\alpha = \frac{AM}{\frac{24}{5}} = \frac{3}{5}$
$AM = \frac{72}{5 \cdot 5} = 2{,}88 = MK$

Ответ: 2,88

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

17

15 января планируется взять кредит в банке на 20 месяцев. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что за первые 10 месяцев нужно выплатить банку 1 179 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

Источники:
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2020 (50 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2019 (50 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2018 (30 вар)

Пусть S – сумма кредита
7 число – день платежа

Дата	Сумма долга
15 янв	S
1 мес: 1 ф	$1{,}02S$
7 ф	$\Rightarrow$ была вып. $1{,}02S - \frac{19}{20}S$
15 ф	$S - \frac{1}{20}S = \frac{19}{20}S$
2 мес: 1 м	$1{,}02 \cdot \frac{19}{20}S$
7 м	$\Rightarrow$ б.в. $1{,}02 \cdot \frac{19}{20} \cdot S - \frac{18}{20}S$
15 м	$\frac{18}{20}S$
3 мес: 1 а	$1{,}02 \cdot \frac{18}{20}S$
7 а	$\Rightarrow$ б.в. $1{,}02 \cdot \frac{18}{20}S - \frac{17}{20}S$
15 а	$\frac{17}{20}S$

9 мес 15 г $S - 9 \cdot \frac{1}{20}S = \frac{11}{20}S$

10 мес:
1 г $1{,}02 \cdot \frac{11}{20}S$
7 г $\Rightarrow$ б.в. $1{,}02 \cdot \frac{11}{20}S - \frac{10}{20}S$
15 г $S - \frac{10}{20}S = \frac{10}{20}S$

...

19 мес. 15 г $\frac{S}{20}$

20 мес:
1 г $1{,}02 \cdot \frac{S}{20}$
7 г $\Rightarrow$ б.в. $1{,}02 \frac{S}{20}$
15 г 0

Выплаты образуют арифм прогр

$S_n = \left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right) \cdot n$

Первые 10 выплат = 1179

$\frac{1{,}02S - \frac{19}{20}S + 1{,}02 \cdot \frac{11}{20}S - \frac{10}{20}S}{2} \cdot 10 = 1179$

$\left(\frac{31}{20} \cdot 1{,}02 \cdot S - \frac{29}{20}S\right) \cdot 5 = 1179$

$\frac{31{,}62}{4} \cdot S - \frac{29}{4} \cdot S = 1179 \quad \cdot 4$

$2{,}62 \cdot S = 1179 \cdot 4$

$S = \frac{\cancel{1179} \cdot \cancel{4} \cdot 100}{\cancel{262}}$ 9 · 2 131

$S = 1800$ тыс.

Ответ: 1800 тыс.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Несколько подробнее: 1 балл можно выставлять в тех случаях, когда сюжетное условие задачи верно сведено к решению математической (арифметической, алгебраической, функциональной, геометрической) задачи. Именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, задающему функцию и т.п. Грубо говоря, предъявленный текст должен включать направление, «продолжаемое» до верного решения. Оценка в 2 балла, разумеется, включает в себя условие выставления 1 балла, но существенно ближе к верному решению задачи.

Здесь предполагается завершенное, практически полное решение соответствующей математической задачи. Типичные допустимые погрешности здесь – вычислительные ошибки (при наличии всех шагов решения) или недостаточно полные обоснования.

Отметим, что термин «математическая модель», быть может, излишне высокопарен для сравнительно простых задач экономического содержания, предлагаемых на ЕГЭ. Однако, по нашему мнению, он наиболее лаконичен, общеупотребим и достаточно ясен для того, чтобы пытаться отыскать ему адекватную замену. Следует подчеркнуть, что один и тот же сюжет может быть успешно сведен к различным математическим моделям и доведён до верного ответа. По этой причине в критериях проверки нигде нет жесткого упоминания о какой-либо конкретной (арифметической, алгебраической, геометрической, функциональной) модели.

Вообще, способов верного решения заданий этого типа никак не меньше, чем для привычных текстовых задач. Возможен и стиль, приближенный к высшей математике, и наивный подход, напоминающий арифметический способ решения текстовых задач, и метод использующий специфические для математической экономики понятия (целевая функция, симплекс-метод и т.п.).

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$x + \sqrt{x^2 - 4ax - 7a} = 3$$

имеет хотя бы один корень.

Источники: Ященко 2018

$\sqrt{x^2-4ax-7a} = 3-x$

$\begin{cases} 3-x \geq 0 \\ x^2-4ax-7a=(3-x)^2 \end{cases}$

$\begin{cases} x \leq 3 \\ \cancel{x^2}-4ax-7a=9-6x+\cancel{x^2} \end{cases}$

$\begin{cases} x \leq 3 \\ 6x-4ax=7a+9 \end{cases}$

$\begin{cases} x \leq 3 \\ x\cdot(6-4a)=7a+9 \end{cases}$

При $a=1{,}5$ $x\cdot 0=19{,}5$ нет реш.

$\Rightarrow a \neq 1{,}5$

$\begin{cases} x \leq 3 \\ x=\frac{7a+9}{6-4a} \end{cases}$

$\frac{7a+9}{6-4a} \leq 3$

$\frac{7a+9}{6-4a} - \frac{3^{(6-4a}}{1} \leq 0$

$\frac{7a+9-18+12a}{6-4a} \leq 0$

$\frac{19a-9}{6-4a} \leq 0$

$-\ \ +\ \ -$; $\frac{9}{19}$; $1{,}5$; a

Ответ: $(-\infty; \frac{9}{19}] \cup (1{,}5; +\infty)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

19 Длины сторон прямоугольника – натуральные числа, а его периметр равен 4000. Известно, что длина одной стороны прямоугольника равна n% от длины другой стороны, где n — также натуральное число.

а) Какое наибольшее значение может принимать площадь прямоугольника?

б) Какое наименьшее значение может принимать площадь прямоугольника?

в) Найдите все возможные значения, которые может принимать площадь прямоугольника, если дополнительно известно, что $n < 100$.

Источники: Пробный ЕГЭ 2013

в; а; а; в

Рассмотрим 2 крайние ситуации

① $a=1$ $b=1999$ максимально разные a и b

② $a=1000$ $b=1000$ максимально похожие a и b

b – это 100% от a

$b=1999$ — ?%

$a=1$ — 100%

$? = \frac{1999\cdot 100}{1}$

$\Rightarrow S=1\cdot 1999 = 1999$ наим

$\Rightarrow S=1000\cdot 1000 = 1000000$ наиб

$2a+2b=4000$

$a+b=2000$

$a=2000-b$

$b=2000-a$

в) $a+b=2000$

b – это n% от a

$b=\frac{n}{100}\cdot a$

$a+\frac{n}{100}\cdot a = 2000 \mid \cdot 100$

$100a+a\cdot n = 200\,000$

$a\cdot(100+n)=200\,000$

$a\cdot\left(\text{число от 101 до 199}\right) = 200\,000$

имеющее среди делителей только двойки и пятерки $2^6\cdot 5^5$

Разложим 200 000 на множители

200000	2
100000	2
50000	2
25000	2
12500	2
6250	2
3125	5^5

$5\cdot5\cdot5=125$

$2^5\cdot 5 = 32\cdot 5 = 160$

Ответ: а) 1 000 000 б) 1999 в) 937500 и 640000

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта *а*; – обоснованное решение пункта *б*; – искомая оценка в пункте *в*; – пример в пункте *в*, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

1 случай

$a\cdot 125 = 200000$

$a=1600$

$b=400$

$S=400\cdot 1600 = 640000$

2 случай

$a\cdot 160 = 200000$

$a=1250$

$b=750$

$S=1250\cdot 750 = 937500$

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 210308

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <…> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <…>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 13–19. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.