Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8. 10 -0,8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$$

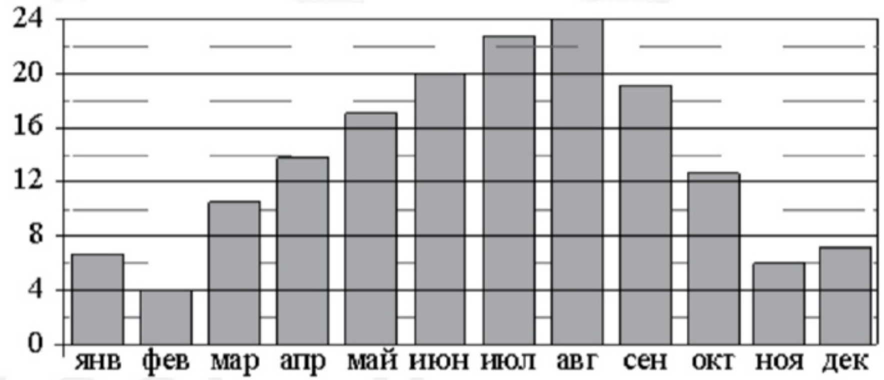
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1 Выпускники 11 «А» покупают букеты цветов для последнего звонка: из 3 роз каждому учителю и из 11 роз классному руководителю и директору. Они собираются подарить букеты 21 учителю (включая директора и классного руководителя), розы покупаются по оптовой цене 30 рублей за штуку. Сколько рублей стоят все розы?

Ответ: ___________________________.

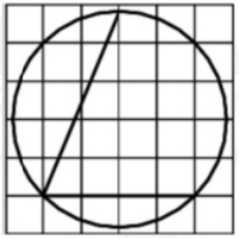
2 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Сочи за каждый месяц 1920 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – температура в градусах Цельсия. Определите по приведённой диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: ___________________________.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 210301

3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена окружность и вписанный в неё острый угол. Найдите градусную меру дуги окружности, на которую опирается этот угол. Ответ дайте в градусах.



Ответ: ___________________________.

4 На рок-фестивале выступают группы – по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Китая будет выступать после группы из Вьетнама и после группы из Канады? Результат округлите до сотых.

Ответ: ___________________________.

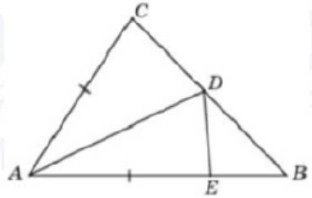
5 Найдите корень уравнения

$$\frac{25x}{x^2+24}=1.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Ответ: ___________________________.

6 В треугольнике ABC угол B равен $50°$, угол C равен $77°$, AD – биссектриса, E – такая точка на AB, что $AE = AC$. Найдите угол BDE. Ответ дайте в градусах.



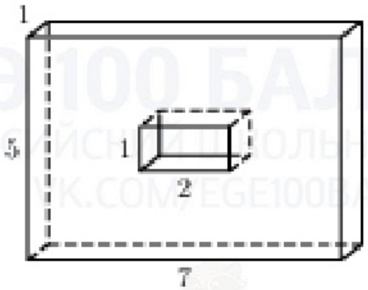
Ответ: ___________________________.

7 Прямая $y=-3x-8$ является касательной к графику функции $ax^2+27x+7$. Найдите a.

Ответ: ___________________________.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 210301

8 Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: ___________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

9 Найдите значение выражения

$\dfrac{(9b)^{1,5}\cdot b^{2,7}}{b^{4,2}}$ при $b > 0$.

Ответ: ___________________________.

10 Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы и определяется по формуле $A(\omega) = \frac{A_0\omega_p^2}{|\omega_p^2-\omega^2|}$, где ω — частота вынуждающей силы (в $с^{-1}$), A_0 — постоянный параметр, $\omega_p = 300\ с^{-1}$ — резонансная частота. Найдите максимальную частоту ω, меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину A_0 не более чем на 80%. Ответ дайте в $с^{-1}$.

Ответ: ___________________________.

11 Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью 24 км/ч. Обратно он летел на спортивном самолете со скоростью 456 км/ч. Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: ___________________________.

12 Найдите точку максимума функции

$y = \sqrt{-62 - 16x - x^2}$.

Ответ: ___________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение

$(3^x-6)^2-16|3^x-6|=15-2\cdot3^{x+1}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[1;2]$.

14 Все рёбра правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ имеют длину 6. Точки M и N — середины рёбер AA_1 и A_1C_1 соответственно.

а) Докажите, что прямые BM и MN перпендикулярны.
б) Найдите угол между плоскостями BMN и ABB_1.

15 Решите неравенство

$$\log_5(3x+1)+\log_5\left(\frac{1}{72x^2}+1\right)\geq\log_5\left(\frac{1}{24x}+1\right).$$

16 В трапецию $ABCD$ с основаниями AD и BC вписана окружность с центром O.

а) Докажите, что $\sin\angle AOD=\sin\angle BOC$.
б) Найдите площадь трапеции, если $\angle BAD=90°$, а основания равны 5 и 7.

17 15-го июня планируется взять кредит в банке на сумму 1300 тысяч рублей на 16 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 15-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 15-го месяца долг составит 100 тысяч рублей;
- к 15-му числу 16-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите r, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1636 тысяч рублей.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}\dfrac{xy^2-xy-5y+5}{\sqrt{5-y}}=0,\\ y=ax\end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

19 На доске написано несколько различных натуральных чисел, произведение любых двух из которых больше 60 и меньше 140.

а) Может ли на доске быть 5 чисел?
б) Может ли на доске быть 6 чисел?
в) Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел на доске, если их четыре?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 210301

Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	2370	
2	20	
3	135	
4	0,33	
5	24	
6	27	
7	15	
8	96	
9	27	
10	200	
11	45,6	
12	-8	
13	а) 2; $\log_3 13$; $\log_3 5$ б) $\log_3 5; 2$	
14	$\arcsin\left(\frac{\sqrt{6}}{4}\right)$	
15	$\left[-\frac{1}{6}; -\frac{1}{24}\right) \cup (0; +\infty)$	
16	35	
17	3	
18	$\left(0; \frac{1}{5}\right) \cup \left(\frac{1}{5}; 5\right)$	
19	а) да, пример 8 9 10 11 12 б) нет в) 37	

Решения и критерии оценивания заданий 13–19

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

13 а) Решите уравнение $(3^x-6)^2-16|3^x-6|=15-2\cdot3^{x+1}$

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку $[1;2]$

а) $(3^x-6)^2-16\cdot|3^x-6|+6\cdot3^x-15=0$

$(3^x-6)^2-16\cdot|3^x-6|+(6\cdot3^x-36)+36-15=0$

$(3^x-6)^2-16\cdot|3^x-6|+6\cdot(3^x-6)+21=0$

Пусть $3^x-6=t$

$t^2-16\cdot|t|+6t+21=0$

Если $t\geq0$, то

$t^2-16\cdot t+6t+21=0$

$t^2-10t+21$

$t_1=3$, $t_2=7$

$3^x-6=3$; $3^x=9$; $x=2$

$3^x-6=7$; $3^x=13$; $3^x=3^{\log_3 13}$; $x=\log_3 13$

Если $t<0$

$t^2+16t+6t+21=0$

$t^2+22t+21=0$

$t=-1$, $t=-21$

$3^x-6=-1$; $3^x=5$; $x=\log_3 5$

$3^x-6=-21$; $3^x=-15$; $\varnothing$

б) $2\in[1;2]$

Сравним

$1<\log_3 13>2$

$\log_3 3<\log_3 13>\log_3 9$

$\Rightarrow \log_3 13\notin[1,2]$

Сравним

$1<\log_3 5<2$

$\log_3 3<\log_3 5<\log_3 9$

$\Rightarrow \log_3 5\in[1,2]$

Источники:

Ященко 2020 (14 вар)
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2020 (50 вар)
Ященко 2019 (36 вар)

$2\cdot3^{x+1}=$

$2\cdot3^x\cdot3^1=$

$=2\cdot3\cdot3^x$

$=6\cdot3^x$

$3^x=13$

ОСНОВНОЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ ТОЖДЕСТВО

$a^{\log_a b}=b$

$3^x=3^{\log_3 13}$

$x=\log_3 13$

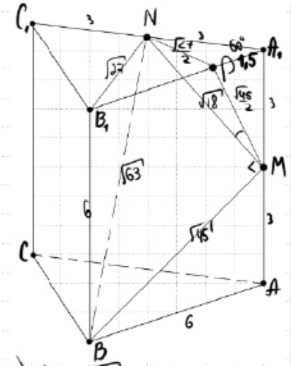
Ответ: а) 2; $\log_3 13$; $\log_3 5$
б) 2; $\log_3 5$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

14 Все рёбра правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ имеют длину 6. Точки M и N – середины рёбер AA_1 и A_1C_1 соответственно.

а) Докажите, что прямые BM и MN перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями BMN и ABB_1.



а) $BM = \sqrt{45}$

$NM = \sqrt{18}$

$B_1N = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 6 = 3\sqrt{3} = \sqrt{27}$

$BN = \sqrt{63}$

Заметим что в $\triangle BMN$ вып. т. Пиф.

$\sqrt{63}^2 = \sqrt{18}^2 + \sqrt{45}^2$

$\Rightarrow \angle BMN = 90°$

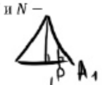
$\Rightarrow BM \perp MN$

б) BM – прямая пересеч. пл.

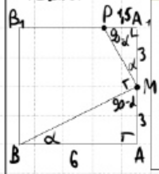
$MN \perp BM$ (см п. а)

Пусть $PM \perp BM$

$\Rightarrow \angle NMP$ – искомый



Рассмотрим ABB_1A



$\triangle ABM \sim \triangle A_1MP$

$\Rightarrow \frac{6}{3} = \frac{3}{A_1P} \Rightarrow A_1P = 1{,}5$

$\triangle A_1PM$:

$PM = \sqrt{3^2 + 1{,}5^2} = \frac{\sqrt{45}}{2}$

PN по т. cos:

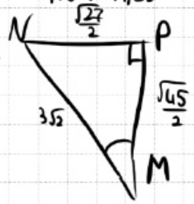
$PN = \sqrt{3^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \cdot 3 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{27}}{2}$

Заметим что в $\triangle NMP$ вып. т. Пиф.

$\sqrt{18}^2 = \left(\frac{\sqrt{27}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{45}}{2}\right)^2$

$18 = 6{,}75 + 11{,}25$

$\Rightarrow$



$\sin \angle NMP = \frac{\sqrt{27}}{2 \cdot 3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

Источники:

Демо 2020
Демо 2019
Демо 2018
Демо 2017
Демо 2016
Демо 2015

УГОЛ МЕЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ (СПОСОБ #1)

Угол между плоскостями – это угол между перпендикулярами к линии их пересечения, проведёнными в этих плоскостях

ОТВЕТ: $\arcsin\left(\frac{\sqrt{6}}{4}\right)$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

15 Задание с развернутым ответом

Решите неравенство $\log_5(3x+1) + \log_5\left(\frac{1}{72x^2}+1\right) \geq \log_5\left(\frac{1}{24x}+1\right)$.

Номер: 5195

Источники:

osfipi
Основная волна 2018

$$\begin{cases} \log_5(3x+1)\cdot\left(\frac{1}{72x^2}+1\right) \geq \log_5\left(\frac{1}{24x}+1\right) & (1) \\ 3x+1 > 0 \\ \frac{1}{72x^2}+1 > 0 \\ \frac{1}{24x}+1 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1)\ (3x+1)\cdot\left(\frac{1+72x^2}{72x^2}\right) \geq \frac{1+24x}{24x} \\ (2)\ 3x+1>0 \\ (3)\ \frac{1+72x^2}{72x^2} > 0 \\ (4)\ \frac{1+24x}{24x} > 0 \end{cases}$$

(1) $\frac{3x+216x^3+1+72x^2}{72x^2} - \frac{1+24x}{24x}\Big|^{3x} \geq 0$

$\frac{216x^3 + \cancel{72x^2} + \cancel{3x} + 1 - \cancel{3x} - \cancel{72x^2}}{72x^2} \geq 0$

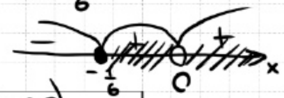
Найдём нули:

$216x^3 + 1 = 0$ $\quad 72x^2 \neq 0$

$216x^3 = -1$ $\quad x \neq 0$

$x^3 = -\frac{1}{216}$

$x = -\frac{1}{6}$



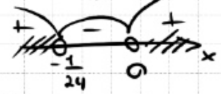
(2) $3x > -1$

$x > -\frac{1}{3}$

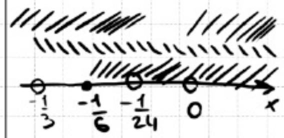
(3) $\frac{1+72x^2}{72x^2} > 0$

$x \neq 0$

(4) $\frac{1+24x}{24x} > 0$



Найдём пересечение:



$\left[-\frac{1}{6}; -\frac{1}{24}\right) \cup (0; +\infty)$

ОТВЕТ: $\left[-\frac{1}{6}; -\frac{1}{24}\right) \cup (0; +\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

При этом в первом случае выставления 1 балла допускаются только ошибки в строгости неравенства: «<» вместо «≤», или наоборот. **Если в ответ включено значение переменной, при котором одна из частей неравенства не имеет смысла, то следует выставлять оценку «0 баллов».**

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 210301

16 В трапецию $ABCD$ с основаниями AD и BC вписана окружность с центром O.

а) Докажите, что $\sin\angle AOD = \sin\angle BOC$.

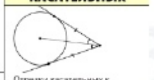
б) Найдите площадь трапеции, если $\angle BAD = 90°$, а основания равны 5 и 7.

Источники:
Основная волна (Резерв) 2017
Основная волна 2015

ВЫСОТА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

$h^2 = dc$

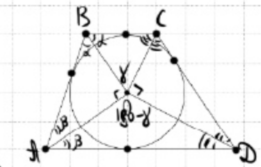
СВОЙСТВО КАСАТЕЛЬНЫХ



Отрезки касательных к окружности, проведённые из одной точки, равны, и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности

СИНУС, КОСИНУС, ТАНГЕНС И КОТАНГЕНС ТУПЫХ УГЛОВ

$\sin\alpha = \sin\beta$
$\cos\alpha = -\cos\beta$
$\operatorname{tg}\alpha = -\operatorname{tg}\beta$
$\operatorname{ctg}\alpha = -\operatorname{ctg}\beta$

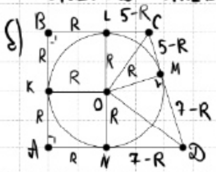


① $2\alpha + 2\beta = 180 \; |:2$
$\alpha + \beta = 90°$
$\Rightarrow \angle AOB = 90°$
Аналогично
$\angle COD = 90°$

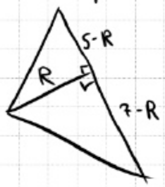
② Пусть $\angle BOC = \gamma$
Тогда $\angle AOD = 180 - \gamma$

$\sin\gamma = \sin(180-\gamma)$
$\Rightarrow \sin\angle AOD = \sin\angle BOC$

б)



Рассмотрим $\triangle COD$



$R^2 = (5-R)(7-R)$
$R^2 = 35 - 12R + R^2$
$12R = 35$
$R = \frac{35}{12}$

$S_{трап} = \frac{5+7}{2} \cdot \frac{35}{12}$ 35

Ответ: 35

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

17 15-го июня планируется взять кредит в банке на сумму 1300 тысяч рублей на 16 месяцев. S''
Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 15-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 15-го месяца долг составит 100 тысяч рублей;
- к 15-му числу 16-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите r, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1636 тысяч рублей.

Источники:
osfipi
Основная волна 2018
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)

Пусть $S = 1300$ тыс.
$\left(1+\frac{r}{100}\right) = b$
7 число — день платежа
x — сумма, на которую уменьшается долг первые 15 мес.

Дата	Сумма долга
15 июня	S
1 июля	Sb
7 июля	$\Rightarrow$ б.в. $Sb - S + x$
15 июля	$S - 1x$

2 мес: 1 авг $Sb - 1bx$; 7 авг $\Rightarrow$ б.в. $Sb - bx - S + 2x$; 15 авг $S - 2x$

3 мес: 1 сент $Sb - 2bx$; 7 сент $\Rightarrow$ б.в. $Sb - 2bx - S + 3x$; 15 сент $S - 3x$

...

14 мес $S - 14x$

15 мес: 1 ч $Sb - 14bx$; 7 ч $\Rightarrow$ б.в. $Sb - 14bx - S + 15x$; 15 ч $S - 15x = 100$

$1300 - 100 = 15x$
$x = 80$

16 мес: 1 ч $100b$; 7 ч $\Rightarrow$ б.в. $100b$; 15 ч 0

Первые 15 выплат образуют арифм. прогр. $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

О.С.В. $= 1636$

первые 15 выплат + 16ая выплата $= 1636$

$\frac{(Sb - S + x + Sb - 14bx - S + 15x)}{2} \cdot 15 + 100b = 1636$

$\frac{2Sb - 2S + 16x - 14bx}{2} \cdot 15 + 100b = 1636$

$(Sb - S + 8x - 7bx) \cdot 15 + 100b = 1636$

$15 \cdot 1300 \cdot b - 1300 \cdot 15 + 640 \cdot 15 - 560b \cdot 15 + 100b = 1636$

$740 \cdot 15 \cdot b + 100b = 660 \cdot 15 + 1636$

$11100 \cdot b + 100b = 9900 + 1636$

$11200 \cdot b = 11536$

$b = 1{,}03$

$1 + \frac{r}{100} = 1{,}03$

$\Rightarrow r = 3$

Ответ: 3

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Несколько подробнее: 1 балл можно выставлять в тех случаях, когда сюжетное условие задачи верно сведено к решению математической (арифметической, алгебраической, функциональной, геометрической) задачи. Именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, задающему функцию и т.п. Грубо говоря, предъявленный текст должен включать направление, «продолжаемое» до верного решения. Оценка в 2 балла, разумеется, включает в себя условие выставления 1 балла, но существенно ближе к верному решению задачи.

Здесь предполагается завершенное, практически полное решение соответствующей математической задачи. Типичные допустимые погрешности здесь – вычислительные ошибки (при наличии всех шагов решения) или недостаточно полные обоснования.

Отметим, что термин «математическая модель», быть может, излишне высокопарен для сравнительно простых задач экономического содержания, предлагаемых на ЕГЭ. Однако, по нашему мнению, он наиболее лаконичен, общеупотребим и достаточно ясен для того, чтобы пытаться отыскать ему адекватную замену. Следует подчеркнуть, что один и тот же сюжет может быть успешно сведен к различным математическим моделям и доведён до верного ответа. По этой причине в критериях проверки нигде нет жесткого упоминания о какой-либо конкретной (арифметической, алгебраической, геометрической, функциональной) модели.

Вообще, способов верного решения заданий этого типа никак не меньше, чем для привычных текстовых задач. Возможен и стиль, приближенный к высшей математике, и наивный подход, напоминающий арифметический способ решения текстовых задач, и метод использующий специфические для математической экономики понятия (целевая функция, симплекс-метод и т.п.).

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 210301

18

Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{xy^2-xy-5y+5}{\sqrt{5-y}} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

6E90EA

Источники:
FIPI
osfipi
Досрочная волна 2016
Сергеев 2018

Упростим числитель:

$xy\cdot(y-1)-5\cdot(y-1)$

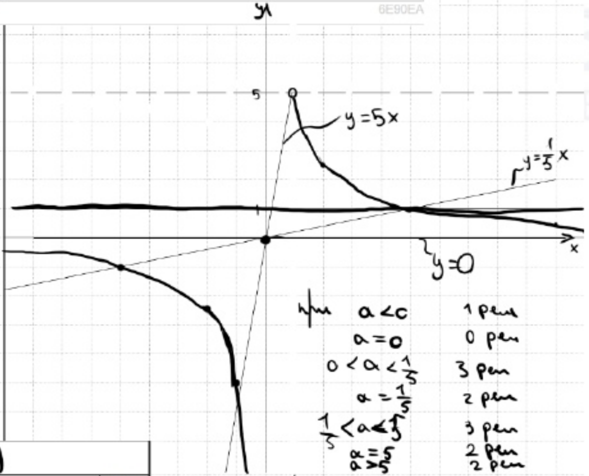
$(y-1)(xy-5)$

Получаем:

$$\begin{cases} \frac{(y-1)\cdot(x\cdot y-5)}{\sqrt{5-y}} = 0 \\ y = ax \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} y-1=0 \\ x\cdot y-5=0 \end{array}\right. \\ 5-y>0 \\ y=ax \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} y=1 \\ y=\frac{5}{x} \end{array}\right. \\ y<5 \\ y=ax \end{cases}$$



при $a<0$ 1 реш
$a=0$ 0 реш
$0<a<\frac{1}{5}$ 3 реш
$a=\frac{1}{5}$ 2 реш
$\frac{1}{5}<a<5$ 3 реш
$a=5$ 2 реш
$a>5$ 2 реш

ОТВЕТ: $(0,\frac{1}{5})\cup(\frac{1}{5};5)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

19

На доске написано несколько различных натуральных чисел, произведение любых двух из которых больше 60 и меньше 140.

а) Может ли на доске быть 5 чисел?

б) Может ли на доске быть 6 чисел?

в) Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел на доске, если их четыре?

AB0F0C

Источники:
FIPI
Досрочная волна 2017

а) 8 9 10 11 12 ✓

б) Пусть a, b, c, d, e и f — числа по возр.

≥ 9 ≤ 11

$a\cdot b>60$
Кем может быть b?
$b\geq 9$

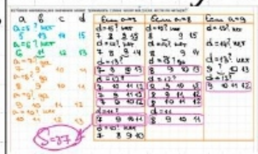
$e\cdot f<140$
Кем может быть e?
$e\leq 11$

Нужно подобрать c и d, но между b и e можно поставить только одну 10
=> невозможно подобрать разные c и d
=> не может

в) Пусть a, b, c и d — числа по возр.

$a\geq 7$

$a_{min}=7$
$b_{min}=9$
$c_{min}=10$
$d_{min}=11$
37



ОТВЕТ:
а) Да, пример: 8 9 10 11 12
б) Нет
в) 37.

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта *а*; – обоснованное решение пункта *б*; – искомая оценка в пункте *в*; – пример в пункте *в*, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 210301

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <…> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <…>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 13–19. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.