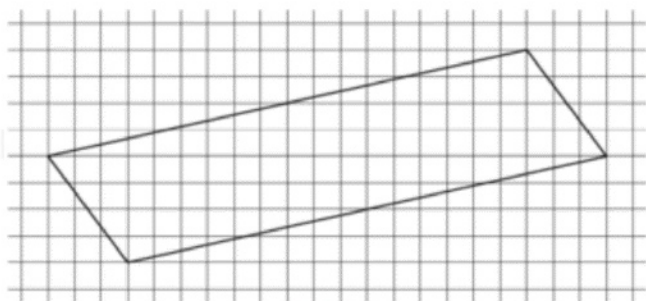


- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите длину его меньшей диагонали.



Ответ: _____.

- 4 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 21 пассажира, равна 0,93. Вероятность того, что окажется меньше 12 пассажиров, равна 0,49. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 12 до 20.

Ответ: _____.

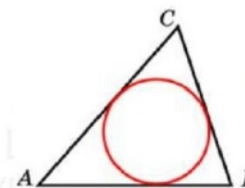
- 5 Найдите корень уравнения

$$\frac{x+8}{5x+7} = \frac{x+8}{7x+5}$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из корней.

Ответ: _____.

- 6 Периметр треугольника равен 76, а радиус вписанной окружности равен 8. Найдите площадь этого треугольника.



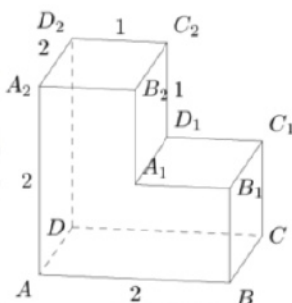
Ответ: _____.

- 7 Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{6}t^3 - 2t^2 + 6t + 250$, где x – расстояние от точки отсчёта в метрах, t – время в секундах, измеренное с момента начала движения. В какой момент времени (в секундах) её скорость была равна 96 м/с?

Ответ: _____.



- 8 На рисунке изображён многогранник, все двугранные углы многогранника прямые. Найдите расстояние между вершинами B_1 и D_2 .



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения

$$(5^{\log_3 7})^{\log_5 3}$$

Ответ: _____.

- 10 Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землёй, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 5,6 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 10,4 километров?

Ответ: _____.

- 11 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 70 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 1000 метров, за 1 минуту 48 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Ответ: _____.

- 12 Найдите точку минимума функции

$$y = 9x^2 + 16x + 86$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.



Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$2 + \log_2(x^2 + 8) = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{4x^4 + 8}.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[1,3; 2,2]$.

- 14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания AB равна 4, а боковое ребро SA равно 7. На рёбрах CD и SC отмечены точки N и K соответственно, причём $DN:NC = SK:KC = 1:3$. Плоскость α содержит прямую KN и параллельна прямой BC .

- а) Докажите, что плоскость α параллельна прямой SA .
б) Найдите угол между плоскостями α и SBC .

- 15 Решите неравенство

$$\log_5((3-x)(x^2+2)) \geq \log_5(x^2-7x+12) + \log_5(5-x).$$

- 16 В остроугольном треугольнике ABC угол A равен 60° . Высоты BN и CM треугольника ABC пересекаются в точке H . Точка O – центр окружности, описанной около треугольника ABC .

- а) Докажите, что $AH = AO$.
б) Найдите площадь треугольника AHO , если $BC = 6\sqrt{3}$, $\angle ABC = 45^\circ$.

- 17 15-го января в банке был взят кредит на некоторую сумму на 16 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 15-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 15-го месяца долг составит 200 тысяч рублей;
- к 15-му числу 16-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какая сумма была взята в кредит, если общая сумма выплат после его погашения составила 612 тысяч рублей?

- 18 Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 9, \\ (x + 2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

- 19 На доске написаны числа 2 и 3. За один ход два числа a и b , записанные на доске, заменяются на два числа: или $a + b$ и $2a - 1$, или $a + b$ и $2b - 1$ (например, из чисел 2 и 3 можно получить либо 3 и 5, либо 5 и 5).

- а) Приведите пример последовательности ходов, после которых одно из двух чисел, написанных на доске, окажется числом 19.
б) Может ли после 100 ходов одно из двух чисел, написанных на доске, оказаться числом 200?
в) Сделали 1007 ходов, причём на доске никогда не было написано одновременно двух равных чисел. Какое наименьшее значение может принимать разность большего и меньшего из полученных чисел?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



**Система оценивания экзаменационной работы по математике
(профильный уровень)**

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	10	
2	4	
3	17	
4	0,44	
5	1	
6	304	
7	18	
8	3	
9	7	
10	6	
11	1100	
12	-8	
13	а) $\pm \sqrt{3}$ б) $\sqrt{3}$	
14	$\arccos\left(\frac{37}{45}\right)$	
15	[2; 3)	
16	9	
17	500 тыс.	
18	2; $\sqrt{65} + 3$	
19	а) (2; 3)(5; 5)(10; 9)(19; 19) б) нет в) 2	



Решения и критерии оценивания заданий 13–19

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

13 а) Решите уравнение $2 + \log_2(x^2 + 8) = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{4x^4 + 8}$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[1,3; 2,2]$.

Источники:
 ЕГЭ
 Семёнов 2015
 Основная волна (Резерв) 2013

а) $\log_2^4 + \log_2(x^2 + 8) = \log_{\sqrt{2}}(4x^4 + 8)^{\frac{1}{2}}$
 $\log_2(4x^2 + 32) = \log_2(4x^4 + 8)$
 $4x^2 + 32 = 4x^4 + 8$
 $4x^4 - 4x^2 - 24 = 0 \quad | :4$
 $x^4 - x^2 - 6 = 0$
 $x^2 = 3 \quad x^2 = -2$
 $x = \pm\sqrt{3}$

б) $\sqrt{3} \notin [1,3; 2,2]$
 т.к. $-\sqrt{3}$ отриц.
 Сравним $\sqrt{3} < \sqrt{3} < \sqrt{4,84}$
 $\sqrt{1,69} < \sqrt{3} < \sqrt{4,84}$
 $\Rightarrow \sqrt{3} \in [1,3; 2,2]$

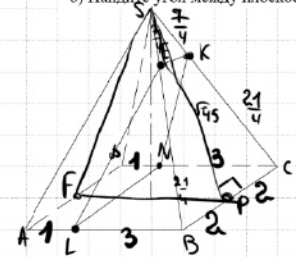
ОТВЕТ: а) $\pm\sqrt{3}$
 б) $\sqrt{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

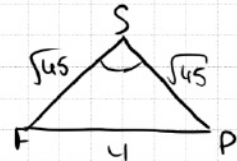


14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания AB равна 4, а боковое ребро SA равно 7. На ребрах CD и SC отмечены точки N и K соответственно, причём $DN:NC = SK:KC = 1:3$. Плоскость α содержит прямую KN и параллельна прямой BC .

- а) Докажите, что плоскость α параллельна прямой SA .
 б) Найдите угол между плоскостями α и SBC .



б) $(ADS) \parallel d$
 (т.к. $AD \parallel LN$ и $AS \parallel EL$)
 $\Rightarrow \angle FSP$ - искомым



$$\cos \alpha = \frac{4^2 + 5^2 - 5^2}{2 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}$$

а) $\triangle ABS \sim \triangle BEL$
 (т.к. $\frac{BL}{AB} = \frac{BE}{BS}$ и $\angle B$ общий)
 $\Rightarrow EL \parallel SA$
 $\Rightarrow SA \parallel d$

ОТВЕТ: $\alpha = \arccos \left(\frac{2}{5} \right)$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обосновано получен верный ответ в пункте б	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а ИЛИ обосновано получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	2

Источники:

Основная школа 2019

ПРИЗНАК ПАРALLELЬНОСТИ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ

Плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости.

Если $\begin{cases} c \parallel c_1 \\ d \parallel d_1 \end{cases}$, то $\alpha \parallel \beta$

ПРИЗНАК ПАРALLELЬНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Прямая параллельна плоскости, если она параллельна какой-либо прямой, лежащей в этой плоскости.

Если $\begin{cases} m \parallel c \\ c \in \alpha \end{cases}$, то $m \parallel \alpha$

ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ

- По двум углам
- По двум пропорциональным сторонам и углу между ними
- По трем пропорциональным сторонам

ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

15 Решите неравенство $\log_5((3-x)(x^2+2)) \geq \log_5(x^2-7x+12) + \log_5(5-x)$

Решение:

$$\begin{cases} (3-x)(x^2+2) > 0 \\ (x^2-7x+12) > 0 \\ 5-x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x < 2 \text{ или } x > 4 \\ x < 5 \end{cases} \Rightarrow x < 2$$

$$(3-x)(x^2+2) \geq (x-3)(x-4)(5-x)$$

$$(3-x) \cdot (x^2+2) - (x-3) \cdot (x-4) \cdot (5-x) \geq 0$$

$$(3-x) \cdot (x^2+2) + (3-x) \cdot (x-4) \cdot (5-x) \geq 0$$

$$(3-x) \cdot (x^2+2 + 5x+4x - 20) \geq 0$$

$$(3-x) \cdot (9x-18) \geq 0$$

Найдём пересечение:

ОТВЕТ: $[-2; 3)$

Содержание критерия	Баллы
Обосновано получен верный ответ	2
Обосновано получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	2

При этом в первом случае выставления 1 балла допускаются только ошибки в строгости неравенства: «<» вместо «≤», или наоборот. Если в ответ включено значение переменной, при котором одна из частей неравенства не имеет смысла, то следует выставлять оценку «0 баллов».

Источники:

Основная школа 2019

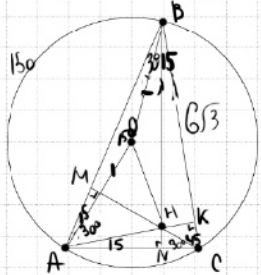
РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ

$$ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$$


16 В остроугольном треугольнике ABC угол A равен 60° . Высоты BN и CM треугольника ABC пересекаются в точке H . Точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC .

Источники:
Основная волна 2019

- а) Докажите, что $AH = AO$.
б) Найдите площадь треугольника AHO , если $BC = 6\sqrt{3}$, $\angle ABC = 45^\circ$.



③ $\triangle ABC$:
по т. Син:
 $\frac{AC}{\sin(90-\alpha)} = 2R$
 $\frac{2AM \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha} = 2AO$

$S_{AHO} = \frac{1}{2} \cdot AO \cdot AH \cdot \sin 30^\circ$
 $= \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = 9$

① $\angle ACM = 30^\circ$
 $\angle ABN = 30^\circ$

д) Находим угол
② по т. Син
 $\frac{BC}{\sin 60^\circ} = 2 \cdot AO$
 $AO = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 6$

② $\triangle AMK$: $\cos \alpha = \frac{AM}{AH}$
 $AM = AH \cdot \cos \alpha$
 $AC = 2 \cdot AM \cdot \cos \alpha$

ОТВЕТ: 9

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	3

17 15-го января в банке был взят кредит на некоторую сумму на 16 месяцев. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 15-й долг должен быть в одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 15-го месяца долг составит 200 тысяч рублей;
- к 15-му числу 16-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
Какая сумма была взята в кредит, если общая сумма выплат после его погашения составила 612 тысяч рублей?

Источники:
ЕГЭ
Основная волна 2019

С- сумма кредита, X - сумма уменьшения долга

Дата	Сумма долга	Дата	Сумма долга
15.01	S	14.15	S - 14x
1.02	1,02S	1.02	1,02S - 14,28x
15.02	S - x	15.02	1,02S - 14,28x - 200
1.03	1,02S - 1,02x	15.03	200 = S - 15x
15.03	S - 2x	1.04	204
1.04	1,02S - 1,02x - S + 2x	15.04	0
15.04	S - 2x		
1.05	1,02S - 2,04x		
15.05	S - 3x		

Первые 15 выплат оф. анкет напр. Вспомогательная S = 0,02 * n

ОТВЕТ: 500 тыс

Содержание критерия	Баллы
Обосновано подменен верный ответ	3
Верно введена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно введена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	3

Несколько замечаний: 1 балл можно выставить в тех случаях, когда совместно условие задачи верно сведено к решению математической (арифметической, алгебраической, функциональной, геометрической) задачи. Именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, задающему функцию и т.п. Грубо говоря, представленный текст должен включать направление «переводим условие в верное решение». Оценка «2 балла, разумеется, включает в себя условие выставления 1 балла, но существенно больше обоснования.
Здесь предложено завершить, практически полное решение соответствующей математической задачи. Типичное допущение выделено здесь — вычислительные ошибки (при наличии всех шагов решения) или недостаточно полное обоснование.
Отметим, что термин «математическая модель» быть может, не вполне корректен для сравнительно простых задач экономического содержания, предлагаемых на ЕГЭ. Однако, по нашему мнению, он наиболее лаконичен, общепонятен и достаточно ясен для того, чтобы пытаться отыскать ему адекватную замену. Следует отметить, что один и тот же объект может быть успешно описан с различных математических моделей и доведен до верного ответа. По этой причине в критериях проверки ниже нет явного упоминания о какой-либо конкретной (арифметической, алгебраической, геометрической, функциональной) модели.
Вопрос, способен ли человек решать задачи этого типа никак не меньше, чем для привычных текстовых задач. Возможен и стиль, приближенный к высокой математике, и ширинный подход, включающий арифметический способ решения текстовых задач, и метод наименьших квадратов для математической экономики (дефекта функции, симплекс-метод и т.д.)

$$\frac{0,02S + x + 1,02S - 14,28x - 200}{2} \cdot 15 + 204 = 612$$

$$(0,02S - 6,64x - 100) \cdot 15 + 204 = 612$$

$$7,8S - 99,6x - 1500 - 408 = 0$$

$$7,8 \cdot (15x + 200) - 99,6x - 1908 = 0$$

$$117x + 1560 - 99,6x - 1908 = 0$$

$$17,4 \cdot x = 348$$

$$x = 20$$

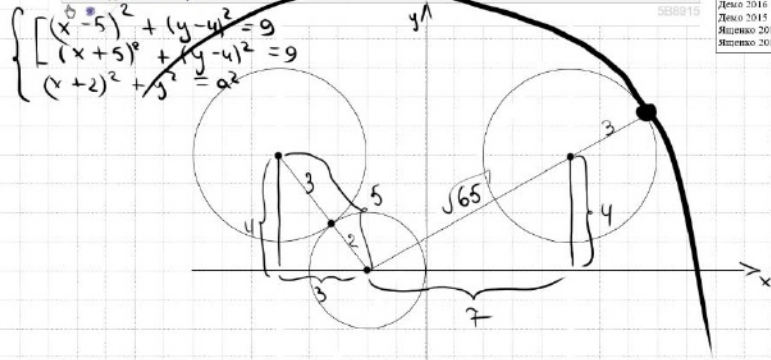
$$S = 15x + 200 = 15 \cdot 20 + 200 = 500$$



18 Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x-5|)^2 + (y-4)^2 = 9, \\ (x+2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.



Источники:

- ЕГЭ
- Демо 2020
- Демо 2019
- Демо 2018
- Демо 2017
- Демо 2016
- Демо 2015
- Январь 2018
- Математика 2018

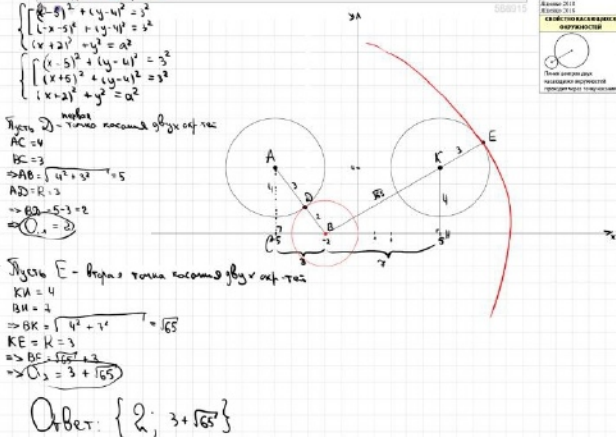
ОТВЕТ: 2 ; $\sqrt{65} + 3$

Содержание критерия	Баллы
Обосновано получен правильный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	4

18 Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x-5|)^2 + (y-4)^2 = 9, \\ (x+2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

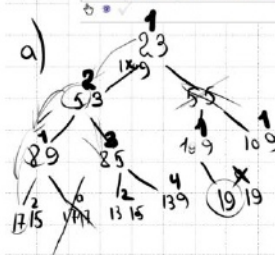


Источники:

- ЕГЭ
- Демо 2020
- Демо 2019
- Демо 2018
- Демо 2017
- Демо 2016
- Демо 2015
- Демо 2014
- Январь 2018
- Математика 2018

19 На доске написаны числа 2 и 3. За один ход два числа a и b , записанные на доске, заменяются на два числа: или $a + b$ и $2a - 1$, или $a + b$ и $2b - 1$ (например, из чисел 2 и 3 можно получить либо 3 и 5, либо 5 и 5).

- Приведите пример последовательности ходов, после которых одно из двух чисел, написанных на доске, окажется числом 19.
- Может ли после 100 ходов одно из двух чисел, написанных на доске, оказаться числом 200?
- Сделали 1007 ходов, причём на доске никогда не было написано одновременно двух равных чисел. Какое наименьшее значение может принимать разность большего и меньшего из полученных чисел?



а) Пусть 3 варианта
 б) $a+b = 200$ или $2a-1=200$ или $2b-1=200$
 1) Сумма $a+b$ каждой ход увели. минимум $a+b$ после ходов будет > 300
 2) $2a = 201$ $a = 100,5$
 3) $2b = 201$ $b = 100,5$
 Не может

б) через 1 шаг $d=2$
 2 хода $d=1$
 3 хода $d=2$
 1007 ходов $d=2$
 или нечетным количеством ходов $d=1$
 Придет - левая ветка
 23
 53
 89
 1415
 32 33
 65 63

Источники:

- ЕГЭ
- оЭГР
- Основная волна 2016

ОТВЕТ: а) Приведем
 б) Нет
 в) 2

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта а; – обоснованное решение пункта б; – искомая оценка в пункте в; – пример в пункте в, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	4



В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 13–19. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

