

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.**

**Часть 1**

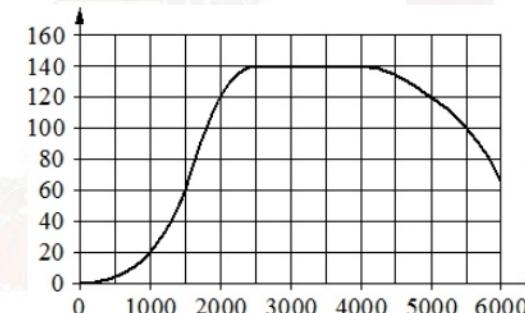
1

На счету Таниного мобильного телефона было 76 рублей, а после разговора с Вовой остался 31 рубль. Сколько минут длился разговор с Вовой, если одна минута разговора стоит 2 рубля 50 копеек.

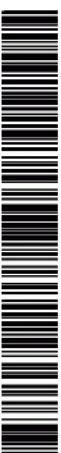
Ответ: \_\_\_\_\_.

2

На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На горизонтальной оси отмечено число оборотов в минуту, на вертикальной оси – крутящий момент в Н · м. Определите по графику крутящий момент, если двигатель совершил 5000 оборотов в минуту. Ответ дайте в Н · м.

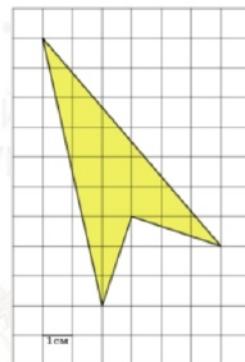


Ответ: \_\_\_\_\_.



3

- На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$  изображён четырёхугольник. Найдите его площадь. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4

- Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,18. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5

- Найдите корень уравнения  
 $9^{2+5x} = 1,8 \cdot 5^{2+5x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

6

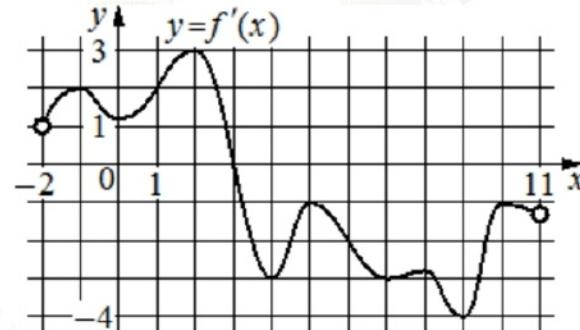
- В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  – высота,  $AB = 27$ ,  $\sin A = \frac{2}{3}$ . Найдите  $AH$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

7

- На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  – производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-2; 11)$ . Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции  $y = f(x)$  параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.

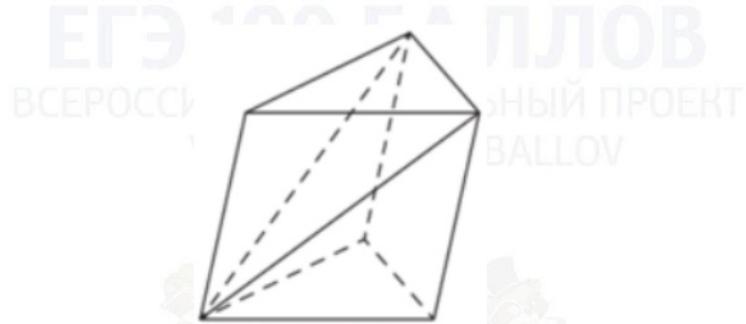


Ответ: \_\_\_\_\_.



8

- От треугольной призмы, объем которой равен 6, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через сторону одного основания и противоположную вершину другого основания. Найдите объем оставшейся части.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.**

## Часть 2

9

- Найдите значение выражения

$$q(b - 4) - q(b + 4), \text{ если } q(b) = -9b.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.



10

- Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону  $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$ , где  $t$  — время в секундах, амплитуда  $U_0 = 2$  В, частота  $\omega = 240^\circ/\text{с}$ , фаза  $\varphi = -120^\circ$ . Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

Ответ: \_\_\_\_\_.

11

- Первый насос наполняет бак за 1 час, второй — за 1 час 30 минут, а третий — за 1 час 48 минут. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

Ответ: \_\_\_\_\_.

12

- Найдите наименьшее значение функции

$$y = (2x + 15) \cdot e^{2x+16} \text{ на отрезке } [-12; -2].$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**  
**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**



**Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

13

а) Решите уравнение

$$\frac{(x+3)^2}{5} + \frac{20}{(x+3)^2} = 8\left(\frac{x+3}{5} - \frac{2}{x+3}\right) + 1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-6; -4]$ .

14

В основании прямой треугольной призмы  $ABC A_1 B_1 C_1$  лежит равнобедренный ( $AB = BC$ ) треугольник  $ABC$ . Точка  $K$  – середина ребра  $A_1 B_1$ , а точка  $M$  делит ребро  $AC$  в отношении  $AM:MC = 1:3$ .

а) Докажите, что  $KM \perp AC$ .б) Найдите угол между прямой  $KM$  и плоскостью  $ABB_1$ , если  $AB = 6$ ,  $AC = 8$  и  $AA_1 = 3$ .

15

Решите неравенство

$$\log_{\frac{3x-1}{x+2}}(2x^2 + x - 1) \geq \log_{\frac{3x-1}{x+2}}(11x - 6 - 3x^2).$$

16

Дан прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ . На катете  $AC$  взята точка  $M$ . Окружность с центром  $O$  и диаметром  $CM$  касается гипотенузы в точке  $N$ .

а) Докажите, что прямые  $MN$  и  $BO$  параллельны.б) Найдите площадь четырёхугольника  $BOMN$ , если  $CN = 4$  и  $AM:MC = 1:3$ .

17

Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на 3 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет больше 20 млн рублей.

18

При каждом значении параметра  $a$  решите неравенство

$$2xa^2 - (5x + 2)a + 2x + 1 \geq 0.$$

19

После того, как учитель проверил контрольную работу, выяснилось, что первую задачу верно решила меньшая часть класса. На перемене один ученик доказал учителю, что его решение первого задания также является верным. Также известно, что в классе учится не более 30, но не менее 20 человек.

а) Могло ли получиться так, что теперь уже большая часть класса верно решила первую задачу?

б) Могло ли получиться так, что исходно процент решивших первую задачу, выражался нецелым числом, а после перемены – целым числом?

в) Какое наименьшее натуральное значение может после перемены принять процент учеников класса, верно решивших первую задачу?

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**



**Система оценивания экзаменационной работы по математике  
(профильный уровень)**

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

<b>Номер задания</b>	<b>Правильный ответ</b>	<b>Видео решение</b>
1	18	▶
2	120	▶
3	15	▶
4	0,9676	▶
5	-0,2	▶
6	15	▶
7	3	▶
8	4	▶
9	72	▶
10	37,5	▶
11	27	▶
12	-1	▶
13	a) $2; -5; \frac{-1 \pm \sqrt{65}}{2}$ б) $-5; \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$	▶
14	$\arctg\left(\frac{\sqrt{530}}{53}\right)$	▶
15	{1} $\cup$ (1,5; 3)	▶
16	7	▶
17	9	▶
18	При $a = 2$ нет решений. При $a = 0,5$ $x$ – любое При $a \in (-\infty; 0,5) \cup (2; +\infty)$ $x \geq \frac{1}{a-2}$ При $a \in (0,5; 2)$ $x \leq \frac{1}{a-2}$	▶
19	а) да б) да в) 4	▶



### Решения и критерии оценивания заданий 13–19

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развернутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными.** За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

**13**

а) Решите уравнение

$$\frac{(x+3)^2}{5} + \frac{20}{(x+3)^2} = 8 \left( \frac{x+3}{5} - \frac{2}{x+3} \right) + 1$$

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку  $[-6; -4]$ 

$$\begin{aligned} a) \text{Лучше } & \left( \frac{x+3}{5} - \frac{2}{x+3} \right) = t \quad |^2 \\ & \frac{(x+3)^2}{25} - \frac{4}{5} + \frac{4}{(x+3)^2} = t^2 \quad | \cdot 5 \\ & \frac{(x+3)^2}{5} - 4 + \frac{20}{(x+3)^2} = t^2 \\ & \frac{(x+3)^2}{5} + \frac{20}{(x+3)^2} = 5t^2 + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Если } t = 1,50 \\ \frac{(x+3)^2}{5} - \frac{2}{x+3} = \frac{1}{4} \\ \frac{x^2+6x+9-10-5x-15}{5(x+3)} = 0 \\ \frac{x^2+x-16}{5(x+3)} = 0 \\ x^2+x-16=0 \\ D=65 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{65}}{2} \end{aligned}$$

Вернёмся к уравнению:

$$\begin{aligned} 5t^2 + 4 &= 8t + 1 \\ 5t^2 - 8t + 3 &= 0 \\ \Delta &= 4 \\ t &= 1 \quad t = 0,6 \end{aligned}$$

**Ответ:** а)  $2 ; -5$   
б)  $-5 ; -\frac{1+\sqrt{65}}{2}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а	
ИЛИ	
получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критерия, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

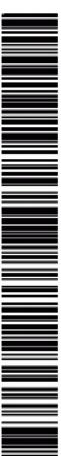
$$\begin{aligned} \text{Если } t = 0,6 \\ \frac{(x+3)^2}{5} - \frac{2}{x+3} = \frac{3}{5} \\ \frac{x^2+6x+9-10-3x-9}{5(x+3)} = 0 \\ \frac{x^2+3x-10}{5(x+3)} = 0 \\ x^2+3x-10 = 0 \\ 5 \cdot (x+3) \\ x^2+3x-10 = 0 \\ \Delta = 9+40 = 49 \\ x_3 = -5 \\ x_4 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8) \quad 2 \notin [-6; -4] \\ -5 \in [-6; -4] \\ \text{Сравним } -\frac{1+\sqrt{65}}{2} \text{ с границами} \\ -6 < -\frac{1+\sqrt{65}}{2} < -4 \quad | \cdot 2 \\ -12 < -1-\sqrt{65} < -8 \quad \text{отриц.} \\ \Rightarrow -\frac{1+\sqrt{65}}{2} \notin [-6; -4] \\ \text{Сравним } -\frac{1-\sqrt{65}}{2} \text{ с границами} \\ -6 < -\frac{1-\sqrt{65}}{2} < -4 \quad | \cdot 2 \\ -12 < -1-\sqrt{65} < -8 \quad | +1 \\ -11 < -\sqrt{65} < -7 \quad | : \sqrt{65} \\ -\sqrt{121} < -\sqrt{65} < -\sqrt{49} \\ \Rightarrow -\frac{1-\sqrt{65}}{2} \in [-6; -4] \end{aligned}$$

**Источники:**

Ященко 2020 (36 вариантов)  
Ященко 2020 (50 вариантов)  
Ященко 2019 (36 вариантов)  
Ященко 2019 (50 вариантов)  
Ященко 2019 (14 вариантов)

vk.com/ege

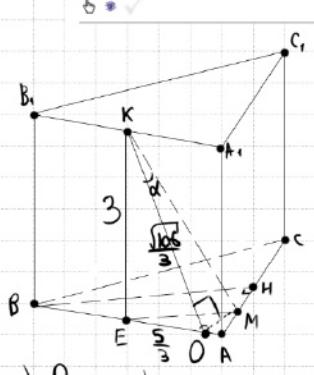


14

В основании прямой треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  лежит равнобедренный ( $AB = BC$ ) треугольник  $ABC$ . Точка  $K$  — середина ребра  $A_1B_1$ , а точка  $M$  делит ребро  $AC$  в отношении  $AM : MC = 1 : 3$ .

а) Докажите, что  $KM \perp AC$ .

б) Найдите угол между прямой  $KM$  и плоскостью  $ABB_1$ , если  $AB = 6$ ,  $AC = 8$  и  $AA_1 = 3$ .



а) Рассмотрим  $\triangle ABC$ :

$$\text{Ответ: } \alpha = \arctg \left( \frac{\sqrt{53}}{53} \right)$$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обосновано получение верный ответ в пункте б	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а	1
ИЛИ	
обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	0
Решение не соответствует ни одному из критерии, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

### Источники:

ФИР

Ященко 2020 (10 вариантов)  
Ященко 2020 (50 вариантов)  
Ященко 2019 (36 вариантов)  
Ященко 2019 (14 вариантов)

СтатГрад 2018

### ПРИЗНАК ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

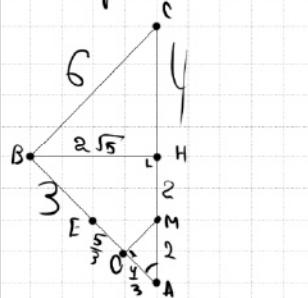
#### УГОЛ МЕЖДУ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТЬЮ (СПОСОБ №1)



Пряма перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости  
( $m \perp b$   
 $m \cap b = O$ , то  $m \perp a$   
 $m \perp c$ )

$$\begin{aligned} OM \perp AB &\Rightarrow OM \perp (ABB_1) \\ OM \perp AA_1 &\Rightarrow OM \perp OK \end{aligned}$$

Рассмотрим  $\triangle ABC$ :



$$\begin{aligned} \sin A &= \frac{OM}{OA} = \frac{2\sqrt{5}}{6} \\ OM &= \frac{2\sqrt{5}}{3} \\ \cos A &= \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = \frac{OA}{OF} \\ OA &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{OM}{OA} = \frac{2\sqrt{5}/3}{4/3} = \frac{\sqrt{5}}{2} \\ &= \frac{2\sqrt{5} \cdot 3}{10} = \frac{\sqrt{53}}{53} \end{aligned}$$

15

Решите неравенство

$$\log_{3x-1} \frac{(2x^2+x-1)}{x+2} \geq \log_{3x-1} \frac{(11x-6-3x^2)}{x+2}$$

$$\log_{\frac{3x-1}{x+2}} (2x^2+x-1) - \log_{\frac{3x-1}{x+2}} (11x-6-3x^2) \geq 0$$

$$\textcircled{1} \quad \left( \frac{3x-1}{x+2} - 1 \right) \cdot \left( 2x^2 + x - 1 - 11x + 6 + 3x^2 \right) \geq 0$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{3x-1}{x+2} \neq 1$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{3x-1}{x+2} > 0$$

$$\textcircled{4} \quad 2x^2 + x - 1 > 0$$

$$\textcircled{5} \quad 11x - 6 - 3x^2 > 0$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{3x-1-x-2}{x+2} \cdot \left( 5x^2 - 10x + 5 \right) \geq 0$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{2x-3}{x+2} \cdot (x^2 - 2x + 1) \geq 0$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{3x-1}{x+2} > 0$$

$$\textcircled{4} \quad 2x^2 - x - 1 > 0$$

$$\textcircled{5} \quad 11x - 6 - 3x^2 > 0$$

Ответ:  $\{1\} \cup (15, 3]$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек	1
ИЛИ	
получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

При этом в первом случае выставления 1 балла допускаются только ошибки в строгости неравенства: « $\leq$ » вместо « $\leq$ », или наоборот. Если в ответ включено значение переменной, при котором одна из частей неравенства не имеет смысла, то следует выставлять оценку «0 баллов».

### Источники:

Ященко 2020 (36 вариантов)  
Ященко 2019 (36 вариантов)  
Ященко 2018 (36 вариантов)

### МЕТОД ЗАМЕНЫ МНОЖИТЕЛЕЙ

Было	Стало
$\log_a f - \log_a g$	$(a-1)(f-g)$
$a^f - a^g$	$(a-1)(f-g)$
$ f  -  g $	$(f-g)(f+g)$
$\sqrt{f} - \sqrt{g}$	$\sqrt{f-g}$

$$\frac{3x-1-x-2}{x+2} \neq 0$$

$$\frac{2x-3}{x+2} \neq 0$$

$$x \neq 1,5$$

$$x \neq -2$$

$$\frac{3x-1}{x+2} > 0$$

$$2x^2 + x - 1 > 0$$

$$11x - 6 - 3x^2 > 0$$

$$\frac{3x-1-x-2}{x+2} \cdot (5x^2 - 10x + 5) \geq 0$$

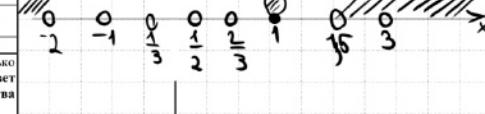
$$\frac{2x-3}{x+2} \cdot (x^2 - 2x + 1) \geq 0$$

$$\frac{3x-1}{x+2} > 0$$

$$2x^2 - x - 1 > 0$$

$$11x - 6 - 3x^2 > 0$$

Найдём пересечение:

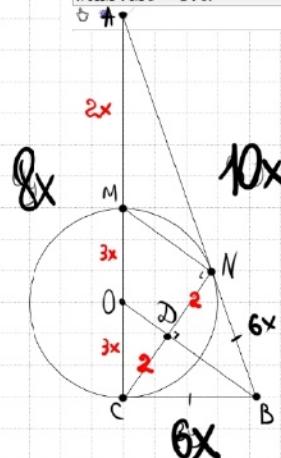


16

Дан прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ . На катете  $AC$  взята точка  $M$ . Окружность с центром  $O$  и диаметром  $CM$  касается гипотенузы в точке  $N$ .

а) Докажите, что прямые  $MN$  и  $BO$  параллельны.

б) Найдите площадь четырёхугольника  $BOMN$ , если  $CN = 4$  и  $AM : MC = 1 : 3$ .



Ответ: 7

Содержание критерия

Баллы

Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обосновано

получен верный ответ в пункте б

Обоснованно получен верный ответ в пункте б

ИЛИ

имеется верное доказательство утверждения пункта а и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки

Имеется верное доказательство утверждения пункта а,

ИЛИ

при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,

ИЛИ

обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен

Решение не соответствует ни одному из критерия, перечисленных выше

Максимальный балл 3

Тренировочный вариант №34 от 26.04.2021

## Источники:

ФИПИ  
osfpi  
Ященко 2020 (36 вари)  
Ященко 2019 (36 вари)  
Ященко 2018

a)  $MN \perp CN$

$$\begin{aligned} BN &= BC \quad (\text{по с.в.-вы кас}) \\ BO - \text{биссектриса} &\angle B \quad (\text{по с.в.-вы кас}) \\ \Rightarrow BO &- \text{биссектриса} \angle CBN \\ \Rightarrow BO &- \text{вногт. к.к. } \triangle BCN \\ \Rightarrow BO &\perp CN \end{aligned}$$

$MN \parallel BO$  (т.к.  $\angle B$  непр.  $\angle CNB$ )



б)  $BOMN$  - трапеция

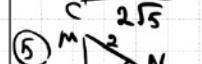
$$\text{① по т. о биссектрисе: } \frac{OC}{AO} = \frac{BC}{AB} \quad \frac{3x}{5x} = \frac{BC}{AB}$$

$$\begin{aligned} \text{Так как } BC &= 3y \\ AB &= 5y \\ \text{Тогда } AC &= 4y = 8x \\ \Rightarrow AB &= 10x \\ BC &= 6x \end{aligned}$$

$$\text{② по т. cos: } \cos B = \frac{6x}{10x} = \frac{3}{5}$$

$$\begin{aligned} \text{③ по т. cos: } CN^2 &= BC^2 + BN^2 - 2 \cdot BC \cdot BN \cdot \cos B \\ 4^2 &= 36x^2 + 36x^2 - 2 \cdot 36x^2 \cdot \frac{3}{5} \\ 16 &= \frac{4}{5} \cdot 36x^2 \end{aligned}$$

$$x^2 = \frac{5}{9} \cdot 36x^2 \quad x = \frac{\sqrt{5}}{3}$$



$$\text{④ } \begin{array}{c} O \\ | \\ 5 \\ | \\ C \\ | \\ 2\sqrt{5} \\ | \\ B \end{array}$$

$$\text{⑤ } \begin{array}{c} M \\ | \\ 2 \\ | \\ 2\sqrt{5} \\ | \\ N \\ | \\ 4 \\ | \\ C \end{array}$$

$$\text{⑥ } S_{\text{трап}} = \frac{2+5}{2} \cdot 2 = 7$$

17

Вклад планируется открыть на четыре года. Первичный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад пополняется на 3 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет больше 20 млн рублей.

Пусть  $S$  - сумма вклада  
31 дек - день начисл %  
1 янв - день начисл  
1 янв 2021 - день стартовый  
Дата Сумма вклада

1 янв 21  $S$

31 дек 21  $1,1 \cdot S$

31 дек 22  $1,1^2 \cdot S$

1 янв 23  $1,1^2 \cdot S + 3$

31 дек 23  $1,1^3 \cdot S + 3 \cdot 1,1$

1 янв 24  $1,1^3 \cdot S + 3 \cdot 1,1 + 3$

31 дек 24  $1,1^4 \cdot S + 3 \cdot 1,1^2 + 3 \cdot 1,1$

Сумма вклада  $> 20$

$$1,1^4 \cdot S + 3 \cdot 1,1^2 + 3 \cdot 1,1 > 20$$

$$1,4641 \cdot S + 3,63 + 3,3 > 20$$

$$1,4641 \cdot S > 20 - 6,93$$

$$1,4641 \cdot S > 13,07$$

$$S > \frac{13,07 \cdot 10000}{14641} = \frac{130700}{14641}$$

$$S > 8 \frac{13572}{14641}$$

$$\Rightarrow S_{\text{мин. нач.}} = 9$$

## Источники:

ФИПИ  
osfpi  
Ященко 2018  
Дорофеев волни 2016

422186

Ответ: 9 млн

Содержание критерия

Баллы

Обоснованно получен верный ответ

3

Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получены результаты:

2

— неверный ответ из-за вычислительной ошибки;

1

— верный ответ, но решение недостаточно обосновано

1

Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено

0

Решение соответствует ни одному из критерии, перечисленных выше

0

Максимальный балл 3

Несколько подробнее: 1 балл можно выставить в тех случаях, когда сложное условие задано верно сведено к решению математической (арифметической, алгебраической, функциональной, геометрической) задачи. Именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, заданному функции и т.п. Грубо говоря, предъявляемый текст должен включать направление, «продолжаемое» до верного решения. Оценка в 2 балла, разумеется, включает в себя условие выставления 1 балла, но существенно ближе к верному решению задачи.

Задача предполагается завершенной, практически полно решением соответствующей математической задачи. Типичные допустимые погрешности здесь — вычислительные ошибки (при наличии всех шагов решения) или недостаточно полные обоснования.

Отметим, что термин «математическая модель», быть может, излишне высокоскорен для сравнительно простых задач экономического содержания, предлагаемых на ЕГЭ. Однако, по нашему мнению, он наиболее лаконичен, общепринят и достаточно ясен для того, чтобы пытаться отыскать смущающую замену. Следует подчеркнуть, что один и тот же способ может быть успешно сведен к различным математическим моделям и доведён до верного ответа. По этой причине в критериях проверки нигде нет жесткого упоминания о какой-либо конкретной (арифметической, алгебраической, геометрической, функциональной) модели.

Вообщ, способов верного решения заданий этого типа никак не меньше, чем для привычных текстовых задач. Возможен и стиль, приближенный к высшей математике, и наивный подход, напоминающий арифметический способ решения текстовых задач, и метод использующий специфические для математической экономики понятия (целевая функция, симплекс-метод и т.п.).

18

При каждом значении параметра  $a$  решите неравенство

$$2xa^2 - (5x+2)a + 2x + 1 \geq 0.$$

$$2 \cdot x \cdot a^2 - 5 \cdot a \cdot x - 2 \cdot a + 2x + 1 \geq 0$$

$$x \cdot (2a^2 - 5a + 2) - 2a + 1 \geq 0$$

$$x \cdot (2a-1) \cdot (a-2) \geq 2a-1$$

Если  $a=2$ , то

$$x \cdot 0 \geq 3$$

нет реш.

Если  $a=0,5$ , то

$$x \cdot 0 \geq 0$$

— любой

Если  $0,5 < a < 2$ ,

$$x \leq \frac{2a-1}{(2a-1)(a-2)}$$

$$x \leq \frac{1}{a-2}$$

Если  $a < 0,5$   
 $0 > a > -2$ 

$$x \geq \frac{1}{a-2}$$

Ответ:

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
С помощью первого рассуждения получено множество значений $a$ , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью первого рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений $a$	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений $a$	1
Решение не соответствует ни одному из критерии, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

## ИСТОЧНИКИ:

Ященко 2018

## РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ

 $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ 

$$2a^2 - 5a + 2 = 0$$

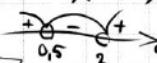
$$2 = 9$$

$$a = \frac{5+3}{2}$$

$$a = 2 \quad a = \frac{1}{2}$$

$$2 \cdot (a-2)(a-\frac{1}{2})$$

$$(a-2)(2a-1)$$



19

После того, как учитель проверил контрольную работу, выяснилось, что первую задачу верно решила меньшая часть класса. На перемене один ученик доказал учителю, что его решение первого задания также является верным. Также известно, что в классе учится не более 30, но не менее 20 человек.

20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

- a) Могло ли получиться так, что теперь уже большая часть класса верно решила первую задачу?  
 б) Могло ли получиться так, что исходно процент решивших первую задачу, выражался целым числом, а после перемены — целым числом?  
 в) Какое наименьшее натуральное значение может после перемены принять процент учеников класса, верно решивших первую задачу?

a) Да, пример 21 чел.

10 верно 11 неверно

10 верно 11 неверно

Перемена

11 верно 10 неверно

11 верно 10 неверно

Перемена

6 верно 25 %

24

б) Да, пример 24 чел

5 верно 19 неверно

5 верно 19 неверно

Перемена

6 верно 25 %

24

в) Если было 20 учеников

 $\frac{1}{20} = 5\%$  — одна из 20, которая

может быть целым

числом, но не наименьшим

числом

если было 21 ученик

 $\frac{1}{21} = 4,7\%$  не подходит

если было 22 ученика

 $\frac{1}{22} = 5\%$  ..

если было 23 ученика

 $\frac{1}{23} = 4,3\%$  не подходит

если было 24 ученика

 $\frac{6}{24} = 25\%$ 

если было 25 ученик

 $\frac{1}{25} = 4\%$ 

если было 26 уч

 $\frac{13}{26} = 50\%$ 

если было 27 уч.

 $\frac{13}{27} = 48\%$  не подходит

если было 28 уч.

 $\frac{7}{28} = 25\%$ 

если было 29 уч

 $\frac{29}{29} = 100\%$ 

если было 30 уч.

 $\frac{3}{30} = 10\%$ 

ОТВЕТ:

а) Да

б) Да

в) 4

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: — обоснованное решение пункта а; — обоснованное решение пункта б; — искомая оценка в пункте в; — пример в пункте в, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4



В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 13–19. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

ЕГЭ 100 БАЛЛОВ  
ВСЕРОССИЙСКИЙ ШКОЛЬНЫЙ ПРОЕКТ  
VK.COM/EGE100BALLOV

