

ФИО ученика \_\_\_\_\_  
 ФИО учителя \_\_\_\_\_  
 Город/район \_\_\_\_\_  
 Школа \_\_\_\_\_

**Таблица полученных ответов**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

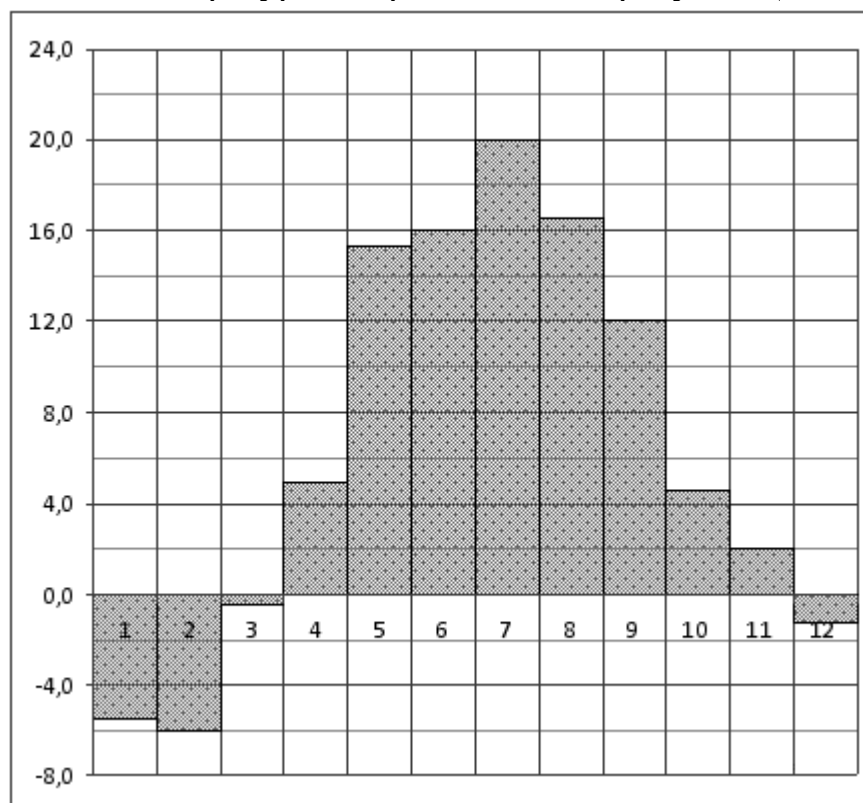
**ВАРИАНТ 3**

**Ответом к заданиям 1-14 является целое число или конечная десятичная дробь.**

**Часть 1**

1. Оптовая цена учебника 150 рублей. Розничная цена на 25% выше оптовой. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по розничной цене на 8000 рублей?

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Смоленске за каждый месяц 2019 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – температура в градусах Цельсия. Определите по приведенной диаграмме, сколько месяцев среднемесячная температура не превышала 14 градусов Цельсия.



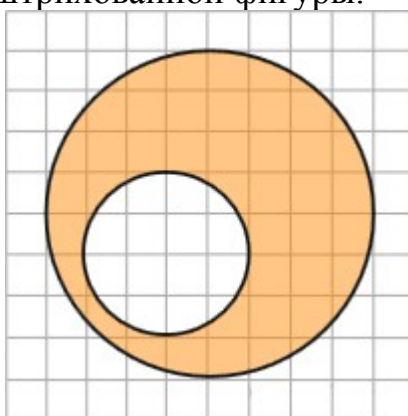
3. Василий собирается в туристическую поездку на трое суток в некоторый город. В таблице дана информация о гостиницах в этом городе со свободными номерами на время его поездки.

ФИО ученика \_\_\_\_\_

Название гостиницы	Рейтинг гостиницы	Расстояние до центральной площади (км)	Цена номера (руб. за сутки)
«Южная»	8,9	1,5	3350
«Уют-плюс»	8,5	2,3	3200
«Центральная»	9,8	2,7	3100
«Вокзальная»	6,5	1,6	3700
«Турист»	7,5	2,9	3650
«Эльдорадо»	6,7	2,8	3430

Василий хочет остановиться в гостинице, которая находится не далее 2,4 км от центральной площади города и цена номера в которой не превышает 3500 рублей за сутки. Среди гостиниц, удовлетворяющих этим условиям, выберите предложение с наивысшим рейтингом. Сколько рублей стоит проживание в этой гостинице в течение 3 суток?

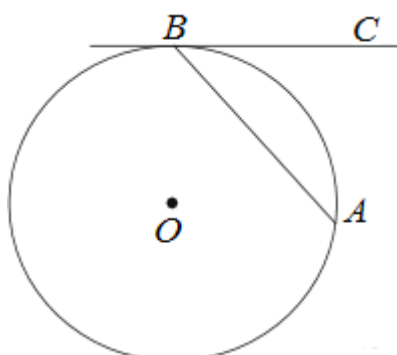
4. На клетчатой бумаге изображены два круга. Площадь внутреннего круга равна 2. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



5. Фабрика выпускает рюкзаки. В среднем на 200 качественных рюкзаков приходится двадцать семь рюкзаков со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленный рюкзак окажется со скрытыми дефектами. При необходимости, результат округлите до сотых.

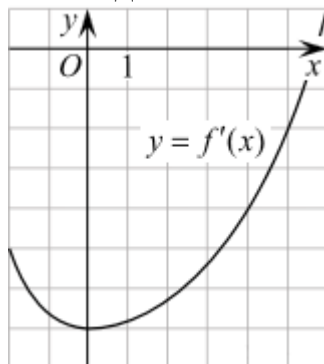
6. Найдите корень уравнения  $\sqrt{(2x-3)^2} = x$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

7. Хорда  $AB$  стягивает дугу окружности в  $116^\circ$ . Найдите угол  $ABC$  между этой хордой и касательной к окружности, проведенной через точку  $B$ . Ответ дайте в градусах.



ФИО ученика \_\_\_\_\_

8. На рисунке изображён график  $y=f'(x)$  – производной функции  $y=f(x)$ . Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику  $y=f(x)$  параллельна прямой  $y=-4x-1$  или совпадает с ней.



9. Диагональ куба равна  $\sqrt{300}$ . Найдите площадь его поверхности.

10. Найдите значение выражения  $\frac{3\sin(\alpha - \pi) - \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)}{\sin(\alpha - \pi)}$ .

11. Конструкция состоит из центрального цилиндра (с массой  $m=8$  кг и радиусом  $R=10$  см) и двух одинаковых боковых цилиндров (с массами  $M=1$  кг и с радиусами  $R+h$ ). При этом момент инерции конструкции относительно оси вращения, выражаемый в  $\text{кг}\cdot\text{см}^2$ , дается формулой  $I = \frac{(m+2M)R^2}{2} + M(2Rh+h^2)$ . При каком максимальном значении  $h$  момент инерции конструкции не превышает предельного значения  $625 \text{ кг}\cdot\text{см}^2$ ? Ответ выразите в сантиметрах.

12. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник, один из катетов которого равен 2, а гипотенуза равна  $2\sqrt{10}$ . Найдите объём призмы, если её высота равна 3.

13. Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй – 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 225 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

14. Найдите наименьшее значение функции  $y=6\cos x + \frac{24}{\pi}x + 5$  на отрезке  $[-\frac{2\pi}{3}; 0]$ .

**В заданиях 15-21 дайте полное обоснованное решение и ответ**

15. а) Решите уравнение  $\sqrt{\sin x \cdot \cos x} = \cos x$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

16. Дана правильная четырехугольная призма  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . На ребре  $AA_1$  отмечена точка  $K$  так, что  $AK : KA_1 = 1 : 2$ . Плоскость  $\alpha$  проходит через точки  $B$  и  $K$  параллельно прямой  $AC$ . Эта плоскость пересекает ребро  $DD_1$  в точке  $M$ .

а) Докажите, что  $MD : MD_1 = 2 : 1$ .

б) Найдите площадь сечения, если  $AB = 4$ ,  $AA_1 = 6$ .

17. Решите неравенство  $\sqrt{7-x} < \frac{\sqrt{x^3 - 6x^2 + 14x - 7}}{\sqrt{x-1}}$ .

18. Отрезок, соединяющий середины  $M$  и  $N$  оснований  $BC$  и  $AD$  соответственно трапеции  $ABCD$ , разбивает её на две трапеции, в каждую из которых можно вписать окружность.

а) Докажите, что трапеция  $ABCD$  равнобедренная.

б) Известно, что радиус этих окружностей равен 3, а меньшее основание  $BC$  исходной трапеции равно 8. Найдите радиус окружности, касающейся боковой стороны  $AB$ , основания  $AN$  трапеции  $ABMN$  и вписанной в неё окружности.

19. 31 декабря 2014 года Алексей взял в банке 6 902 000 рублей в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Алексей переводит в банк  $X$  рублей. Какой должна быть сумма  $X$ , чтобы Алексей выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

20. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 4|y-3| = 12 - 3|x|, \\ y^2 - a^2 = 3(2y-3) - x^2 \end{cases} \text{ имеет ровно четыре решения.}$$

21. Даны  $n$  различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию ( $n \geq 3$ ).

а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 13?

б) Каково наибольшее значение  $n$ , если сумма всех данных чисел меньше 500?

в) Найдите все возможные значения  $n$ , если сумма всех данных чисел равна 57.