ШКОЛА ПИФАГОРА

ГЕОМЕТРИЯ | ОГЭ

ВИДЫ УГЛОВ

ОСТРЫЙ — Меньше 90°

ПРЯМОЙ — Равен 90°

ТУПОЙ — Больше 90°

СМЕЖНЫЕ — В сумме 180°

ВЕРТИКАЛЬНЫЕ — Равны

НАКРЕСТ ЛЕЖАЩИЕ — Равны (при параллельных прямых)

СООТВЕТСТВЕННЫЕ — Равны (при параллельных прямых)

ОДНОСТОРОННИЕ — В сумме 180° (при параллельных прямых)

ВНЕШНИЙ — Равен сумме двух внутренних углов, не смежных с ним

РАЗВЁРНУТЫЙ — Равен 180°

СУММА УГЛОВ

ТРЕУГОЛЬНИК — Сумма углов любого треугольника 180°

ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИК — Сумма углов любого четырёхугольника 360°

ПЯТИУГОЛЬНИК — Сумма углов любого пятиугольника 540°

ШЕСТИУГОЛЬНИК — Сумма углов любого шестиугольника 720°

N-УГОЛЬНИК — Сумма углов любого n −угольника $180°(n-2)$

ВИДЫ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

ОСТРОУГОЛЬНЫЙ — Все углы острые

ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ — Есть прямой угол

ТУПОУГОЛЬНЫЙ — Есть тупой угол

РАВНОБЕДРЕННЫЙ (ОСТРОУГОЛЬНЫЙ) — Две стороны равны и все углы острые

РАВНОБЕДРЕННЫЙ (ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ) — 45°, 45°. Две стороны равны и есть прямой угол

РАВНОБЕДРЕННЫЙ (ТУПОУГОЛЬНЫЙ) — Две стороны равны и есть тупой угол

РАВНОСТОРОННИЙ — 60°, 60°, 60°. Все стороны и углы равны

ТРЕУГОЛЬНИК

ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ ВЫСОТУ)

$S = \frac{1}{2} a h_a$

ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ УГОЛ)

$S = \frac{1}{2} ac \cdot sin\alpha$

ПЛОЩАДЬ (ФОРМУЛА ГЕРОНА)

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где $p = \frac{a+b+c}{2}$

ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ РАДИУС)

$S = \frac{1}{2} pr$

ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ РАДИУС)

$S = \frac{abc}{4R}$

ТЕОРЕМА СИНУСОВ

$\frac{a}{sin\alpha} = \frac{b}{sin\beta} = \frac{c}{sin\gamma} = 2R$

ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot cos\alpha$

СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ

Средняя линия параллельна основанию и равна его половине.

СООТНОШЕНИЕ СТОРОН И УГЛОВ

средний угол, меньшая сторона, большая сторона, больший угол, средняя сторона, меньший угол

В любом треугольнике:
– против большей стороны лежит больший угол.
– против средней стороны лежит средний угол.
– против меньшей стороны лежит меньший угол.

НЕРАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКА

В любом треугольнике сумма длин двух сторон больше длины третьей стороны.

Пример:

$3 + 4 > 5$
$3 + 5 > 4$
$4 + 5 > 3$

ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

РАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКОВ

В равных треугольниках все соответственные элементы равны.

Пример:

Все стороны равны: $AB = OD$, $BC = OE$, $AC = DE$

Все углы равны: $\angle C = \angle E$, $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle O$

1. ПО ДВУМ СТОРОНАМ И УГЛУ МЕЖДУ НИМИ

Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

2. ПО СТОРОНЕ И ДВУМ ПРИЛЕЖАЩИМ К НЕЙ УГЛАМ

Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

3. ПО ТРЁМ СТОРОНАМ

Если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

ПОДОБИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

В подобных треугольниках все сходственные стороны относятся с коэффициентом подобия k.

Пример:

$\frac{9}{3} = \frac{12}{4} = \frac{15}{5} = 3$ $\quad k = 3$

1. ПО ДВУМ УГЛАМ

Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

2. ПО ДВУМ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫМ СТОРОНАМ И УГЛУ МЕЖДУ НИМИ

Если угол одного треугольника равен углу другого треугольника, а стороны, образующие этот угол, пропорциональны в равном отношении, то такие треугольники подобны.

3. ПО ТРЁМ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫМ СТОРОНАМ

Если три стороны одного треугольника соответственно пропорциональны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

ОТНОШЕНИЯ В ПОДОБНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКАХ

ОТНОШЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ

Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.
$\frac{S_{\text{большого треугольника}}}{S_{\text{маленького треугольника}}} = k^2$

ОТНОШЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ПОДОБНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Отношение периметров равно коэффициенту подобия $\frac{p_{\text{большого треугольника}}}{p_{\text{маленького треугольника}}} = k$

Отношение биссектрис равно коэффициенту подобия $\frac{l_{\text{большого треугольника}}}{l_{\text{маленького треугольника}}} = k$

Отношение медиан равно коэффициенту подобия $\frac{m_{\text{большого треугольника}}}{m_{\text{маленького треугольника}}} = k$

Отношение высот равно коэффициенту подобия $\frac{h_{\text{большого треугольника}}}{h_{\text{маленького треугольника}}} = k$

БИССЕКТРИСА

Биссектриса – это луч, делящий угол пополам.

Если точка лежит на биссектрисе угла, то она равноудалена от сторон этого угла.

Центр вписанной в треугольник окружности – это точка пересечения биссектрис.

МЕДИАНА

Медиана – это отрезок, делящий противоположную сторону треугольника пополам.

Медиана разбивает треугольник на два равновеликих (с одинаковыми площадями).

В прямоугольном треугольнике медиана, проведённая к гипотенузе, равна половине гипотенузы.

Медианы треугольника пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся в отношении 2:1 считая от вершины.

ВЫСОТА

Высота – это перпендикуляр, проведённый к противоположной стороне, т.е. отрезок опущенный из угла под 90 градусов.

СЕРЕДИННЫЙ ПЕРПЕНДИКУЛЯР

Серединный перпендикуляр – это прямая, перпендикулярная стороне треугольника, и делящая эту сторону пополам.

Точка, лежащая на серединном перпендикуляре к отрезку, равноудалена от концов этого отрезка.

Центр описанной вокруг треугольника окружности – это точка пересечения серединных перпендикуляров.

ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

катет, гипотенуза, катет

Прямоугольный треугольник – это треугольник, у которого есть угол 90°

ПЛОЩАДЬ

Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов:
$S = \frac{ab}{2}$

РАДИУС ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ

Радиус описанной вокруг прямоугольного треугольника окружности равен половине гипотенузы:
$R = \frac{c}{2}$

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов:
$c^2 = a^2 + b^2$

КАТЕТ НАПРОТИВ УГЛА 30 ГРАДУСОВ

Катет, лежащий напротив угла 30°, равен половине гипотенузы.

ТРИГОНОМЕТРИЯ

СИНУС

$sin = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$

КОСИНУС

$cos = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$

ТАНГЕНС

$tg = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}}$

$tg\alpha = \frac{sin\alpha}{cos\alpha}$

КОТАНГЕНС

$ctg = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{противолежащий катет}}$

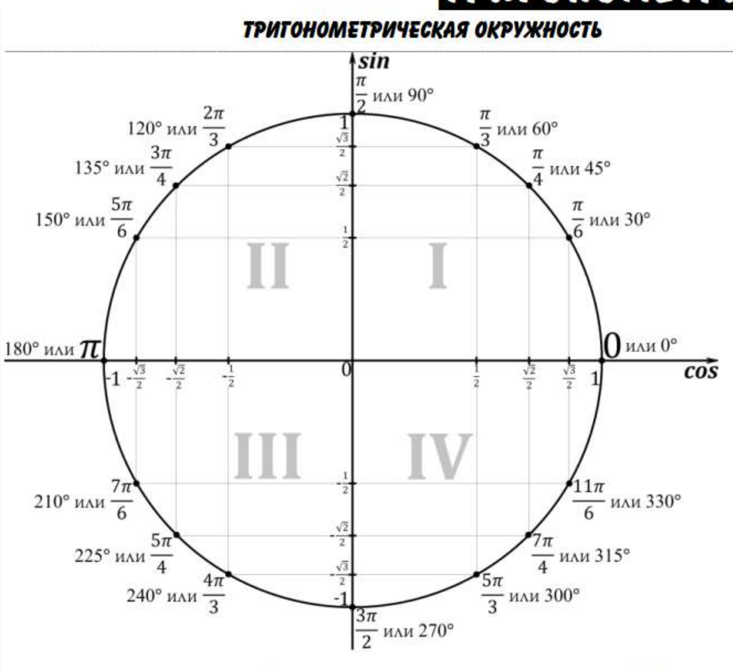
$ctg\alpha = \frac{cos\alpha}{sin\alpha}$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ТОЖДЕСТВА

$sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$

$1 + tg^2\alpha = \frac{1}{cos^2\alpha}$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ОКРУЖНОСТЬ



СВОЙСТВО ОСТРЫХ УГЛОВ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

$sinA = cosB$
$sinB = cosA$
$tgA = ctgB$
$tgB = ctgA$

СИНУС, КОСИНУС, ТАНГЕНС, КОТАНГЕНС ТУПЫХ УГЛОВ

$sin\alpha = sin\beta$
$cos\alpha = -cos\beta$
$tg\alpha = -tg\beta$
$ctg\alpha = -ctg\beta$

РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

боковая сторона, боковая сторона, основание

Равнобедренный треугольник – это треугольник, у которого две стороны равны.

СВОЙСТВО

Биссектриса, медиана и высота, проведённые к основанию, совпадают между собой.

РАВНОСТОРОННИЙ ТРЕУГОЛЬНИК

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Равносторонний треугольник – это треугольник, у которого все стороны равны и все углы равны 60°.

ПЛОЩАДЬ

$S = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$

РАДИУС ВПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ

$r = \frac{\sqrt{3}a}{6}$

РАДИУС ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ

$R = \frac{\sqrt{3}a}{3}$

ВЫСОТА

$h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$

КВАДРАТ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Квадрат – это четырёхугольник, у которого все стороны равны и все углы равны 90°.

ПЛОЩАДЬ

$S = a^2$

ПРЯМОУГОЛЬНИК

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Прямоугольник – это четырёхугольник, у которого все углы равны 90°.

ПЛОЩАДЬ

$S = ab$

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Параллелограмм – это четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ ВЫСОТУ)

$S = ah_a$

ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ УГОЛ)

$S = ac \cdot sin\alpha°$

СВОЙСТВО

В параллелограмме сумма углов, прилежащих к любой стороне, равна 180°:
$\angle A + \angle B = 180°$
$\angle B + \angle C = 180°$
$\angle C + \angle D = 180°$
$\angle A + \angle D = 180°$

РОМБ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Ромб – это параллелограмм, у которого все стороны равны.

ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ ДИАГОНАЛИ)

Площадь ромба равна половине произведения диагоналей:
$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$

ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ ВЫСОТУ)

$S = ah$

ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ УГОЛ)

$S = a^2 \cdot sin\alpha$

ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ РАДИУС)

$S = 2ar$

ТРАПЕЦИЯ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

основание, боковая сторона, боковая сторона, основание

Трапеция – это четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие не параллельны.

ПЛОЩАДЬ

Площадь трапеции равна полусумме оснований, умноженной на высоту:
$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$

СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ

Средняя линия параллельна основаниям и равна их полусумме:
$MN = \frac{a+b}{2}$

СВОЙСТВО

В трапеции сумма углов, прилежащих к боковой стороне, равна 180°:
$\angle A + \angle B = 180°$
$\angle C + \angle D = 180°$

ОКРУЖНОСТЬ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

хорда, диаметр, радиус, хорда

Окружность – это геометрическая фигура, состоящая из всех точек плоскости, расположенных на заданном расстоянии от данной точки (центра окружности).

ПЛОЩАДЬ КРУГА И ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ

$S = \pi R^2$
$C = 2\pi R$

ВПИСАННЫЙ УГОЛ

Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается.

ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УГОЛ

Центральный угол равен градусной мере дуги, на которую он опирается.

УГОЛ МЕЖДУ КАСАТЕЛЬНОЙ И РАДИУСОМ

Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания.

ТЕОРЕМА ОБ ОТРЕЗКАХ КАСАТЕЛЬНЫХ

Отрезки касательных к окружности, проведённые из одной точки, равны, и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.

СВОЙСТВО

Через три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести окружность, и притом только одну.

ДЛИНА ДУГИ

$l = \frac{2\pi R}{360°} \cdot \alpha°$

СИММЕТРИЯ

ПРЯМАЯ — У прямой бесконечно много центров симметрии.

РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК — У равнобедренного треугольника нет центров симметрии, но есть одна ось симметрии (на высоте, проведённой к основанию).

РАВНОСТОРОННИЙ ТРЕУГОЛЬНИК — У равностороннего треугольника есть центр симметрии (в точке пересечения высот) и есть три оси симметрии (на высотах).

КВАДРАТ — У квадрата есть центр симметрии (в точке пересечения диагоналей) и четыре оси симметрии (две на диагоналях и ещё две на линиях, параллельных сторонам квадрата и проходящих через центр).

ПРЯМОУГОЛЬНИК — У прямоугольника есть центр симметрии (в точке пересечения диагоналей) и две оси симметрии (на линиях, параллельных сторонам прямоугольника и проходящих через центр).

РАВНОБЕДРЕННАЯ ТРАПЕЦИЯ — У равнобедренной трапеции нет центров симметрии, но есть одна ось симметрии (на высоте, проходящей через центр трапеции).

ПРАВИЛЬНЫЙ ПЯТИУГОЛЬНИК — У правильного пятиугольника есть центр симметрии (в центре пятиугольника) и пять осей симметрии (на высотах, проведённых из каждой вершины).

КРУГ — У круга есть центр симметрии (в центре круга) и бесконечно много осей симметрии (лежащих на диаметрах).

РАЗРЯДЫ

6	2	5	8	3	1	7	4	0	9,	5	9	2	7	4	6	1	8	3
миллиарды	сотни миллионов	десятки миллионов	миллионы	сотни тысяч	десятки тысяч	тысячи	сотни	десятки	единицы	десятые	сотые	тысячные	десятитысячные	стотысячные	миллионные	десятимиллионные	стомиллионные	миллиардные
10^9	10^8	10^7	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1		10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-9}

ОКРУГЛЕНИЕ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ	ПРИМЕР ОКРУГЛЕНИЯ ДО ЦЕЛЫХ	ПРИМЕР ОКРУГЛЕНИЯ ДО ДЕСЯТЫХ	ПРИМЕР ОКРУГЛЕНИЯ ДО СОТЫХ	ПРИМЕР ОКРУГЛЕНИЯ ДО ТЫСЯЧ	ПРИМЕР ОКРУГЛЕНИЯ ДО МИЛЛИОНОВ
Чтобы округлить число до нужного разряда, необходимо поставить черту после этого разряда и подчеркнуть цифру, стоящую после черты: – Если цифра маленькая (0, 1, 2, 3, или 4), то просто отбрасываем всё, что было после черты – Если цифра большая (5, 6, 7, 8 или 9), то отбрасываем всё, что было после черты и добавляем к цифре перед чертой единичку	Округлите 6,93 до целых. 6I,93 ≈ 7	Округлите 28,888888888 до десятых. 28,8I88888888 ≈ 28,9	Округлите 0,19444444 до сотых. 0,19I44444444 ≈ 0,19	Округлите 15750 до тысяч. 15I750 ≈ 16000	Округлите 149 400 000 до миллионов. 149I400 000 ≈ 149 000 000

ПРОПОРЦИИ

КАК НАЙТИ Х ИЗ ПРОПОРЦИИ

Чтобы найти икс из пропорции, необходимо перемножить элементы диагонали, не содержащей икс, и поделить результат на элемент, который находится с иксом в одной диагонали

Пример:

48 – 100%
x – 120%
↔ $x = \dfrac{48 \cdot 120}{100} = 57{,}6$

РЕШЕНИЕ ЛЮБОЙ ПРОПОРЦИИ

Чтобы решить пропорцию, необходимо перемножить дроби крест-накрест и приравнять эти произведения

Пример:

$\dfrac{5{,}4}{1{,}8} = \dfrac{12 + x}{x}$ ↔ $5{,}4 \cdot x = 1{,}8 \cdot (12 + x)$ ↔ $x = 6$

МЕРЫ МАССЫ

1 КГ = 1000 Г

Чтобы перевести килограммы в граммы, необходимо число килограммов умножить на 1000

Пример:
Переведите 59,6 кг в граммы.
59,6 кг = (59,6 · 1000) г = 59 600 г

Чтобы перевести граммы в килограммы, необходимо число граммов разделить на 1000

Пример:
Переведите 240 г в килограммы.
240 г = (240 : 1000) кг = 0,24 кг

1 ТОННА = 1000 КГ

Чтобы перевести тонны в килограммы, необходимо число тонн умножить на 1000

Пример:
Переведите 2,5 т в килограммы.
2,5 т = (2,5 · 1000) кг = 2 500 кг

Чтобы перевести килограммы в тонны, необходимо число килограммов разделить на 1000

Пример:
Переведите 37 кг в тонны.
37 кг = (37 : 1000) т = 0,037 т

МЕРЫ ВРЕМЕНИ

1 МИНУТА = 60 С

Чтобы перевести минуты в секунды, необходимо число минут умножить на 60

Пример:
Переведите 7,5 минут в секунды.
7,5 мин = (7,5 · 60) с = 450 с

Чтобы перевести секунды в минуты, необходимо число секунд разделить на 60

Пример:
Переведите 12 с в минуты.
12 с = (12 : 60) мин = 0,2 мин

1 ЧАС = 60 МИНУТ

Чтобы перевести часы в минуты, необходимо число часов умножить на 60

Пример:
Переведите 0,4 часа в минуты.
0,4 ч = (0,4 · 60) мин = 24 мин

Чтобы перевести минуты в часы, необходимо число минут разделить на 60

Пример:
Переведите 48 минут в часы.
48 мин = (48 : 60) ч = 0,8 ч

1 ЧАС = 3600 С

Чтобы перевести часы в секунды, необходимо число часов умножить на 3600

Пример:
Переведите 2,5 часа в секунды.
2,5 ч = (2,5 · 3600) с = 9000 с

Чтобы перевести секунды в часы, необходимо число секунд разделить на 3600

Пример:
Переведите 90 секунд в часы.
90 с = (90 : 3600) ч = 0,025 ч

МЕРЫ ДЛИНЫ

1 СМ = 10 ММ

Чтобы перевести сантиметры в миллиметры, необходимо число сантиметров умножить на 10

Пример:
Переведите 243,2 см в миллиметры.
243,2 см = (243,2 · 10) мм = 2432 мм

Чтобы перевести миллиметры в сантиметры, необходимо число миллиметров разделить на 10

Пример:
Переведите 5 мм в сантиметры.
5 мм = (5 : 10) см = 0,5 см

1 М = 100 СМ

Чтобы перевести метры в сантиметры, необходимо число метров умножить на 100

Пример:
Переведите 35,7 м в сантиметры.
35,7 м = (35,7 · 100) см = 3570 см

Чтобы перевести сантиметры в метры, необходимо число сантиметров разделить на 100

Пример:
Переведите 253 см в метры.
253 см = (253 : 100) м = 2,53 м

1 КМ = 1000 М

Чтобы перевести километры в метры, необходимо число километров умножить на 1000

Пример:
Переведите 3,2 км в метры.
3,2 км = (3,2 · 1000) м = 3200 м

Чтобы перевести метры в километры, необходимо число метров разделить на 1000

Пример:
Переведите 12 м в километры.
12 м = (12 : 1000) км = 0,012 км

ДОЛИ

КАК НАЙТИ ДОЛЮ

Пример:
Голоса между кандидатами распределились в отношении 3:5. Какова доля голосов победителя?

Победитель имеет 5 секторов из 8, значит его доля голосов составляет $\dfrac{5}{8}$

КАК НАЙТИ ЧАСТЬ ОТ ЦЕЛОГО

Чтобы найти часть от целого, необходимо умножить целое на эту часть.

Пример:
На пост председателя школьного совета претендовали два кандидата. В голосовании приняли участие 120 человек. Голоса между кандидатами распределились в отношении 3:5. Сколько голосов получил победитель?

Решение:
Доля победителя составляет $\dfrac{5}{8}$

$120 \cdot \dfrac{5}{8} = \dfrac{120}{1} \cdot \dfrac{5}{8} = 75$

Ответ: 75

КАК ПЕРЕВЕСТИ ДРОБЬ В ПРОЦЕНТЫ

Чтобы перевести дробь в проценты необходимо привести её к знаменателю 100.

Пример:
Число хвойных деревьев в парке относится к числу лиственных как 1:4. Сколько процентов деревьев в парке составляют лиственные?

Решение:
Доля лиственных составляет $\dfrac{4}{5}$

$\dfrac{4}{5} = \dfrac{4 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \dfrac{80}{100} = 80\%$

Ответ: 80

МАСШТАБ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Пример:
Масштаб 1:100 000 означает, что 1 см на карте – это 100 000 см в реальности

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ИЗ ОГЭ

Пример:
Масштаб карты 1: 10 000 000. Чему равно расстояние между городами А и В (в км), если на карте оно составляет 4 см?

Решение:
4 см на карте = (4 · 10 000 000) см в реальности = 40 000 000 см = 400 000 м = 400 км

Ответ: 400

СРЕДНЕЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЕ, МЕДИАНА

СРЕДНЕЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЕ

Среднее арифметическое – это отношение суммы чисел к их количеству.

$\text{Среднее арифметическое} = \dfrac{\text{сумма чисел}}{\text{количество чисел}}$

Пример:
Василий измерял в течение недели время, которое он тратил на дорогу до школы, а результаты записывал в таблицу.

День недели	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб
Время (мин.)	35	30	34	38	36	25

Сколько минут в среднем занимает у Василия дорога до школы?

Решение:

$\text{Среднее арифметическое} = \dfrac{35 + 30 + 34 + 38 + 36 + 25}{6} = 33$

Ответ: 33

МЕДИАНА

Медиана – это число, находящееся в середине упорядоченного ряда чисел.

Пример:
Записан рост (в сантиметрах) пяти учащихся: 158, 166, 134, 130, 132. Найдите медиану.

Решение:
Запишем числа в порядке возрастания: 130, 132, 134, 158, 166. Медианой является число в середине ряда, т.е. 134.

Ответ: 134

СКОРОСТЬ, ВРЕМЯ, РАССТОЯНИЕ

СКОРОСТЬ

Чтобы найти скорость, необходимо расстояние разделить на время.

$V = \dfrac{S}{t}$

ВРЕМЯ

Чтобы найти время, необходимо расстояние разделить на скорость.

$t = \dfrac{S}{V}$

РАССТОЯНИЕ

Чтобы найти расстояние, необходимо скорость умножить на время.

$S = V \cdot t$

ВЕРОЯТНОСТЬ

КЛАССИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ

$p = \dfrac{\text{благоприятные исходы}}{\text{все исходы}}$

ЧАСТОТА

Частота отличается от вероятности только тем, что она берётся за какой-то конкретный период времени.

$\text{Частота} = \dfrac{\text{благопр. исходы}}{\text{все исходы}}$

Пример:
Во время вероятностного эксперимента монету бросили 1000 раз, 532 раза выпал орёл. На сколько частота выпадения решки в этом эксперименте отличается от вероятности этого события?

Решение:

$\text{Частота} = \dfrac{468}{1000} = 0{,}468$

$\text{Вер} - \text{ть} = \dfrac{500}{1000} = 0{,}500$

$0{,}500 - 0{,}468 = 0{,}032$

Ответ: 0,032

ЗАДАЧИ ПРО МОНЕТКУ

Исходы бросания монеты дважды:
ОО
ОР
РО
РР

Исходы бросания монеты трижды:

ООО	РРР
ООР	РРО
ОРО	РОР
ОРР	РОО

Исходы бросания монеты 4 раза:

ОООО	РРРР
ОООР	РРРО
ООРО	РРОР
ОРОО	РОРР
ООРР	РРОО
ОРОР	РОРО
ОРРО	РООР
ОРРР	РООО

ЗАДАЧИ ПРО КУБИК

Исходы бросания кубика один раз:
1
2
3
4
5
6

Исходы бросания кубика дважды:

11	21	31	41	51	61
12	22	32	42	52	62
13	23	33	43	53	63
14	24	34	44	54	64
15	25	35	45	55	65
16	26	36	46	56	66

СЛОЖЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Складывать вероятности необходимо тогда, когда нам подходит или одно событие или другое.

Пример:
На экзамене по геометрии школьнику достаётся одна задача из сборника. Вероятность того, что эта задача на тему «Трапеция», равна 0,4. Вероятность того, что это окажется задача на тему «Треугольники», равна 0,3. В сборнике нет задач, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется задача по одной из этих двух тем.

Решение:
0,4 + 0,3 = 0,7

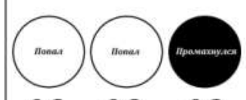
Ответ: 0,7

УМНОЖЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Перемножать вероятности необходимо тогда, когда несколько событий происходят одновременно: и одно и другое вместе.

Пример:
Стрелок 3 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что стрелок первые 2 раза попал в мишени, а последний промахнулся.

Решение:
Вероятность попадания = 0,8
Вероятность промаха = 0,2



0,8 0,8 0,2

0,8 · 0,8 · 0,2 = 0,128

Ответ: 0,128

ШКОЛА ПИФАГОРА

АЛГЕБРА | ОГЭ

ТАБЛИЦА УМНОЖЕНИЯ

1 × 1 = 1	2 × 1 = 2	3 × 1 = 3	4 × 1 = 4	5 × 1 = 5	6 × 1 = 6	7 × 1 = 7	8 × 1 = 8	9 × 1 = 9	10 × 1 = 10
1 × 2 = 2	2 × 2 = 4	3 × 2 = 6	4 × 2 = 8	5 × 2 = 10	6 × 2 = 12	7 × 2 = 14	8 × 2 = 16	9 × 2 = 18	10 × 2 = 20
1 × 3 = 3	2 × 3 = 6	3 × 3 = 9	4 × 3 = 12	5 × 3 = 15	6 × 3 = 18	7 × 3 = 21	8 × 3 = 24	9 × 3 = 27	10 × 3 = 30
1 × 4 = 4	2 × 4 = 8	3 × 4 = 12	4 × 4 = 16	5 × 4 = 20	6 × 4 = 24	7 × 4 = 28	8 × 4 = 32	9 × 4 = 36	10 × 4 = 40
1 × 5 = 5	2 × 5 = 10	3 × 5 = 15	4 × 5 = 20	5 × 5 = 25	6 × 5 = 30	7 × 5 = 35	8 × 5 = 40	9 × 5 = 45	10 × 5 = 50
1 × 6 = 6	2 × 6 = 12	3 × 6 = 18	4 × 6 = 24	5 × 6 = 30	6 × 6 = 36	7 × 6 = 42	8 × 6 = 48	9 × 6 = 54	10 × 6 = 60
1 × 7 = 7	2 × 7 = 14	3 × 7 = 21	4 × 7 = 28	5 × 7 = 35	6 × 7 = 42	7 × 7 = 49	8 × 7 = 56	9 × 7 = 63	10 × 7 = 70
1 × 8 = 8	2 × 8 = 16	3 × 8 = 24	4 × 8 = 32	5 × 8 = 40	6 × 8 = 48	7 × 8 = 56	8 × 8 = 64	9 × 8 = 72	10 × 8 = 80
1 × 9 = 9	2 × 9 = 18	3 × 9 = 27	4 × 9 = 36	5 × 9 = 45	6 × 9 = 54	7 × 9 = 63	8 × 9 = 72	9 × 9 = 81	10 × 9 = 90
1 × 10 = 10	2 × 10 = 20	3 × 10 = 30	4 × 10 = 40	5 × 10 = 50	6 × 10 = 60	7 × 10 = 70	8 × 10 = 80	9 × 10 = 90	10 × 10 = 100

ТАБЛИЦА КВАДРАТОВ

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ЗНАКИ

СЛОЖЕНИЕ ЧИСЕЛ С РАЗНЫМИ ЗНАКАМИ

Чтобы сложить два числа с разными знаками, необходимо из более крупного (не учитывая знаки) вычесть менее крупное. И поставить перед результатом знак более крупного числа.

Пример:
$6 + (-4) = +(6 - 4) = 2$
$2 + (-3) = -(3 - 2) = -1$
$-5 + 7 = +(7 - 5) = 2$
$-8 + 1 = -(8 - 1) = -7$
$7 - 9 = -(9 - 7) = -2$

СЛОЖЕНИЕ ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Чтобы сложить два отрицательных числа, необходимо сложить их (не учитывая знаки), и поставить перед результатом минус.

Пример:
$-8 + (-2) = -(8 + 2) = -10$
$-1 - 5 = -(1 + 5) = -6$

ЗНАКИ ПРИ УМНОЖЕНИИ И ПРИ ДЕЛЕНИИ

Минус на минус даёт плюс (при умножении и при делении).
Плюс на минус даёт минус (при умножении и при делении).

Пример:
$+1 \cdot (-4) = -4$ $\qquad + 4 : (-4) = -1$
$-6 \cdot (+1) = -6$ $\qquad - 8 : (+2) = -4$
$-2 \cdot (-4) = +8$ $\qquad - 4 : (-2) = +2$

ДРОБИ

ТРИ СПОСОБА НАЙТИ ОБЩИЙ ЗНАМЕНАТЕЛЬ

1

Сделать общим знаменателем произведение знаменателей.

Пример:
$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{}{10}$

2

Сделать общим знаменателем больший из знаменателей.

Пример:
$\frac{1}{3} + \frac{5}{6} = \frac{}{6}$

3

Сделать общим знаменателем число, в несколько раз превышающее больший из знаменателей.

Пример:
$\frac{1}{6} + \frac{7}{9} = \frac{}{18}$

УМНОЖЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

Чтобы умножить обыкновенные дроби, необходимо умножить верх на верх, а низ на низ.

Пример:
$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20}$

ДЕЛЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

Чтобы разделить обыкновенные дроби, необходимо первую дробь оставить без изменения, а вторую перевернуть, а затем умножить дроби.

Пример:
$\frac{3}{4} : \frac{2}{7} = \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{2} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 2} = \frac{21}{8}$

ПЕРЕВОД СМЕШАННОГО ЧИСЛА В НЕПРАВИЛЬНУЮ ДРОБЬ

Чтобы перевести смешанное число в неправильную дробь, необходимо целую часть умножить на знаменатель дробной части и прибавить результат к числителю, получился числитель; знаменатель оставляем в первоначальном виде.

Пример:
$2\frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{11}{4}$

ЗНАЧЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

$\frac{1}{2} = 0{,}5$
$\frac{1}{4} = 0{,}25$
$\frac{3}{4} = 0{,}75$
$\frac{1}{8} = 0{,}125$

СТЕПЕНИ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

a^n – это степень
a – это основание
n – это показатель

Пример:
$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

1
$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
Пример: $2^3 \cdot 2^5 = 2^8$

2
$a^n : a^m = a^{n-m}$
Пример: $3^6 : 3^4 = 3^2$

3
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
Пример: $(4^3)^5 = 4^{15}$

4
$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
Пример: $3^2 \cdot 4^2 = (12)^2$

5
$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
Пример: $\frac{8^3}{2^3} = 4^3$

6
$a^0 = 1$
Пример: $10^0 = 1$

7
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
Пример: $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$

8
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$
Пример: $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1} = \left(\frac{5}{2}\right)^1$

КОРНИ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Пример:
$\sqrt{4} = 2$
$\sqrt{9} = 3$
$\sqrt{16} = 4$
$\sqrt{25} = 5$

1
$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$
Пример: $\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{10}$

2
$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
Пример: $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}} = \sqrt{8}$

3
$\sqrt{a}^2 = a$
Пример: $\sqrt{3}^2 = 3$

РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

Рациональные числа – это числа, которые оканчиваются точкой (числа, из которых извлекается корень).

Пример:
2 или $\frac{2}{3}$ или $\sqrt{16}$

ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

Иррациональные числа – это бесконечные числа (числа, из которых не извлекается корень).

Пример:
$\sqrt{90} = 9{,}48683298050513 \ldots$

ФОРМУЛЫ СОКРАЩЁННОГО УМНОЖЕНИЯ

РАЗНОСТЬ КВАДРАТОВ

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

Пример:
$3^2 - x^2 = (3 - x)(3 + x)$

КВАДРАТ СУММЫ

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Пример:
$(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$

КВАДРАТ РАЗНОСТИ

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Пример:
$(y - 4)^2 = y^2 - 8y + 16$

УРАВНЕНИЯ

ЛИНЕЙНЫЕ

Пример:
$5x - 3 - 3x = -8x - 8$
$5x - 3x + 8x = -8 + 3$
$10x = -5$
$x = -5 : 10$
$x = -0{,}5$

КВАДРАТНЫЕ (ПОЛНЫЕ)

Пример:
$2x^2 + 3x - 2 = 0$
$a = 2, \quad b = 3, \quad c = -2$
$D = b^2 - 4ac$
$D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 25$
$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$
$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{25}}{2 \cdot 2} = 0{,}5$
$x_2 = \frac{-3 - \sqrt{25}}{2 \cdot 2} = -2$

КВАДРАТНЫЕ (НЕПОЛНЫЕ, НЕТ B)

Пример:
$4x^2 - 4 = 0$
$4x^2 = 4$
$x^2 = 4 : 4$
$x^2 = 1$
$x_1 = 1 \qquad x_2 = -1$

КВАДРАТНЫЕ (НЕПОЛНЫЕ, НЕТ C)

Пример:
$x^2 - 7x = 0$
$x(x - 7) = 0$
– Когда произведение равно нулю?
– Когда хотя бы один из множителей равен нулю!
$x = 0 \qquad x - 7 = 0$
$x_1 = 0 \qquad x_2 = 7$

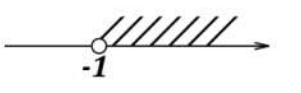
ДРОБНО-РАЦИОНАЛЬНЫЕ

Пример:
$\frac{x - 2}{x - 1} = \frac{2}{3}$
Умножаем крест-накрест
$(x - 2) \cdot 3 = 2 \cdot (x - 1)$
$3x - 6 = 2x - 2$
$3x - 2x = -2 + 6$
$x = 4$

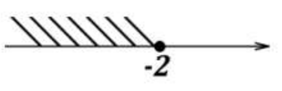
НЕРАВЕНСТВА

ЛИНЕЙНЫЕ

Пример:
$18 - 5x - 15 > 1 - 7x$
$-5x + 7x > 1 - 18 + 15$
$\mathbf{2}x > -2 \qquad (: \mathbf{2})$
$x > -1$



Пример:
$4x - 4 \geq 9x + 6$
$4x - 9x \geq 6 + 4$
$-\mathbf{5}x \geq 10 \qquad (: -\mathbf{5})$
$x \leq -2$

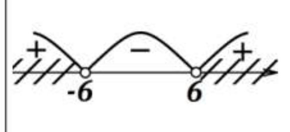


КВАДРАТНЫЕ (ПОЛНЫЕ)

Пример:
$x^2 - 2x - 3 \leq 0$
$x^2 - 2x - 3 = 0$
$a = 1, \ b = -2, \ c = -3$
$D = b^2 - 4ac$
$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)$
$D = 16$
$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$
$x_1 = \frac{2 + \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = 3$
$x_2 = \frac{2 - \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = -1$

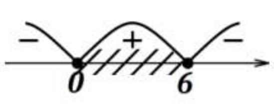
КВАДРАТНЫЕ (НЕПОЛНЫЕ, НЕТ B)

Пример:
$x^2 - 36 > 0$
$x^2 - 36 = 0$
$x^2 = 36$
$x_1 = 6 \qquad x_2 = -6$



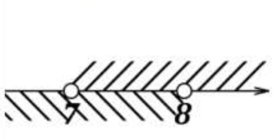
КВАДРАТНЫЕ (НЕПОЛНЫЕ, НЕТ C)

Пример:
$6x - x^2 \geq 0$
$x(6 - x) \geq 0$
$x(6 - x) = 0$
– Когда произведение равно нулю?
– Когда хотя бы один из множителей равен нулю!
$x = 0 \qquad 6 - x = 0$
$x_1 = 0 \qquad x_2 = 6$



СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ НЕРАВЕНСТВ

Пример:
$\begin{cases} -35 + 5x > 0 \\ 6 - 3x > -18 \end{cases}$
$\begin{cases} 5x > 35 \\ -3x > -18 - 6 \end{cases}$
$\begin{cases} \mathbf{5}x > 35 & (: \mathbf{5}) \\ -\mathbf{3}x > -24 & (: -\mathbf{3}) \end{cases}$
$\begin{cases} x > 7 \\ x < 8 \end{cases}$



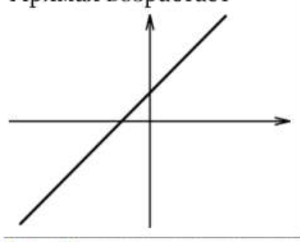
ГРАФИКИ

ПРЯМАЯ

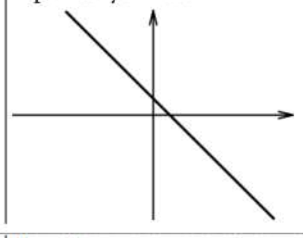
$y = kx + b$

Пример:
$y = 2x + 3$
$y = \frac{1}{2}x - 4$

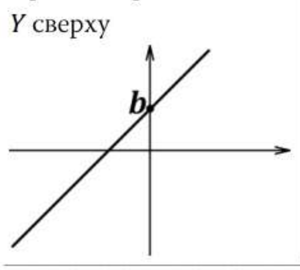
$k > 0$
Прямая возрастает



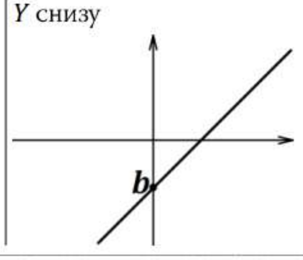
$k < 0$
Прямая убывает



$b > 0$
Прямая пересекает ось Y сверху



$b < 0$
Прямая пересекает ось Y снизу

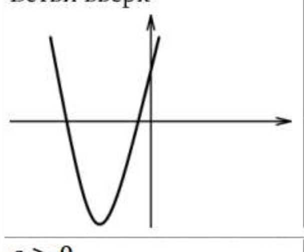


ПАРАБОЛА

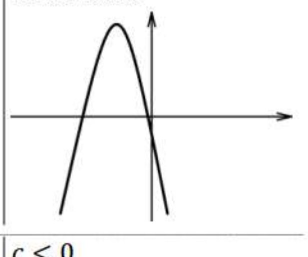
$y = ax^2 + bx + c$

Пример:
$y = 5x^2 + 3x - 2$
$y = -x^2 - 4$

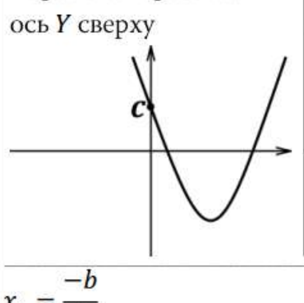
$a > 0$
Ветви вверх



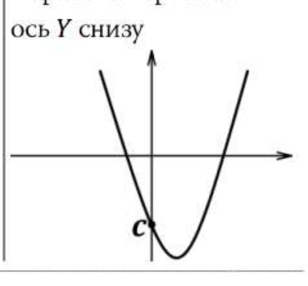
$a < 0$
Ветви вниз



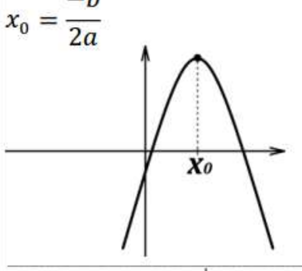
$c > 0$
Парабола пересекает ось Y сверху



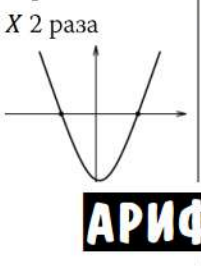
$c < 0$
Парабола пересекает ось Y снизу



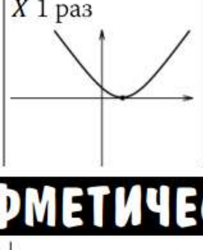
$x_0 = \frac{-b}{2a}$



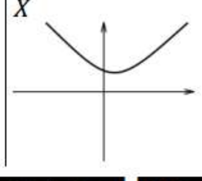
$D > 0$
Парабола пересекает ось X 2 раза



$D = 0$
Парабола пересекает ось X 1 раз



$D < 0$
Парабола не пересекает ось X



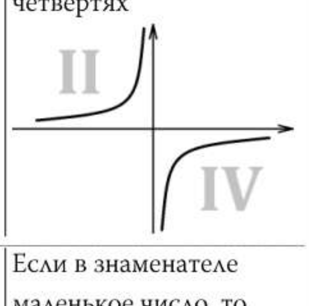
ГИПЕРБОЛА

$y = \frac{k}{x}$

Пример:
$y = \frac{5}{x}$
$y = \frac{1}{7x}$

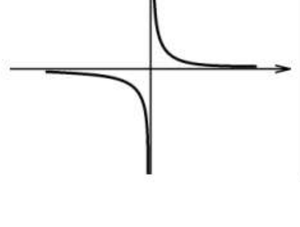
$k > 0$
Гипербола в I и III четвертях

$k < 0$
Гипербола во II и IV четвертях



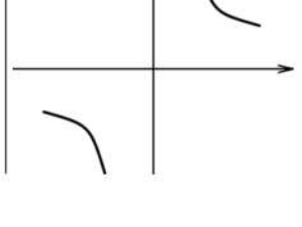
Если в знаменателе большое число, то гипербола прижата к осям

Пример:
$y = \frac{1}{12x}$



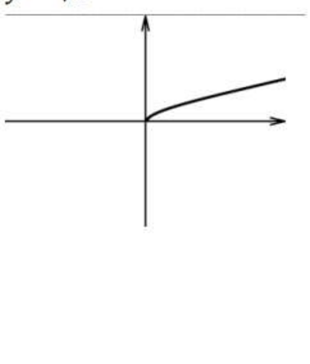
Если в знаменателе маленькое число, то гипербола не прижата к осям

Пример:
$y = \frac{12}{x}$



КОРЕНЬ

$y = \sqrt{x}$



АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

a_1 – это первый член прогрессии
d – это разность (число, на которое изменяется каждый следующий член прогрессии)
a_n – это какой-либо член прогрессии
S_n – это сумма какого-либо количества членов прогрессии

Пример:
11; 18; 25 ...
2,6; 3,3; 4 ...
8; 11; 14 ...
−26; −20; −14 ...
28; 20; 12 ...

1
$a_n = a_1 + d(n - 1)$
Пример:
11; 18; 25 ...
$a_6 = 11 + 7(6 - 1) = 46$

2
$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$
Пример:
2,6; 3,3; 4 ...
$S_3 = \frac{(2{,}6 + 4) \cdot 3}{2} = 9{,}9$

3
$d = a_{n+1} - a_n$
Пример:
8; 11; 14 ...
$d = 11 - 8 = 3$
$d = 14 - 11 = 3$

4
$d = \frac{a_n - a_m}{n - m}$
Пример:
$a_{10} = 19$
$a_{15} = 44$
$d = \frac{44 - 19}{15 - 10} = 5$

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

b_1 – это первый член прогрессии
q – это знаменатель (число, на которое умножается каждый следующий член прогрессии)
b_n – это какой-либо член прогрессии
S_n – это сумма какого-либо количества членов прогрессии

Пример:
3,5; 7; 14 ...
7; 14; 28 ...
184; −92; 46 ...
−256; 128; −64 ...
18; −54; 162 ...

1
$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
Пример:
3,5; 7; 14 ...
$a_4 = 3{,}5 \cdot (2)^{4-1} = 28$

2
$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}$
Пример:
7; 14; 28 ...
$S_4 = \frac{(2^4 - 1) \cdot 7}{2 - 1} = 105$

3
$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$
Пример:
184; −92; 46 ...
$q = \frac{-92}{184} = -\frac{1}{2}$
$q = \frac{46}{-92} = -\frac{1}{2}$

4
$q^{n-m} = \frac{b_n}{b_m}$
Пример:
$b_5 = -15$
$b_8 = -405$
$q^{8-5} = \frac{-405}{-15} = 27$
$q = 3$