

**Тренировочная работа №5 по МАТЕМАТИКЕ
11 класс**

29 апреля 2021 года
Вариант MA2010509
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

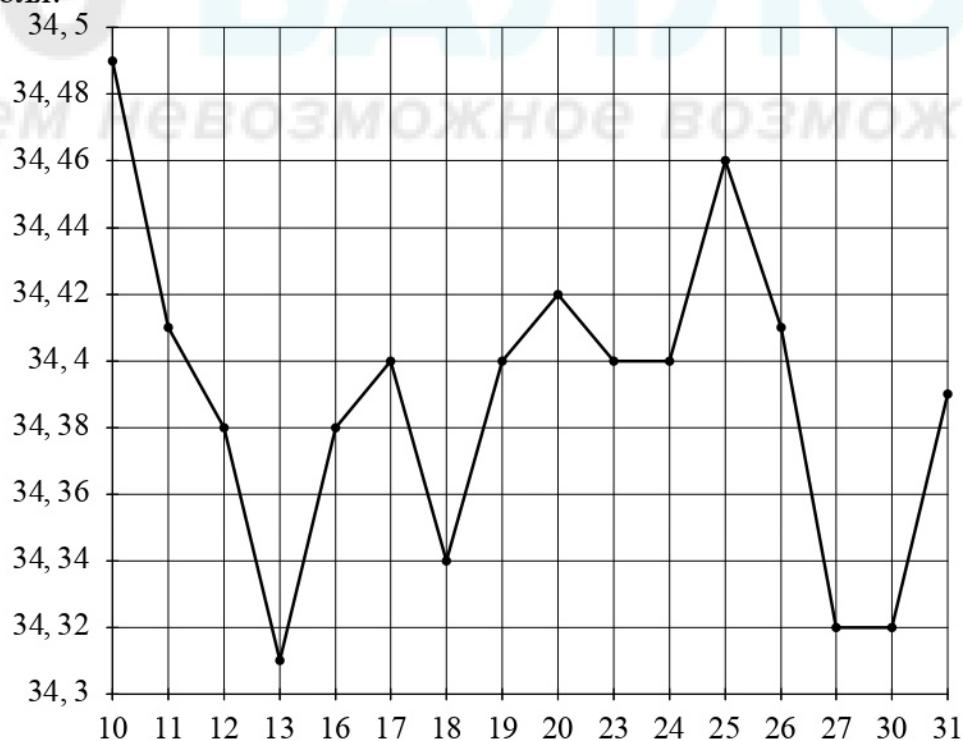
1

Рост человека — 6 футов 11 дюймов. Выразите его рост в сантиметрах, если 1 фут равен 12 дюймам. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

Ответ: _____.

2

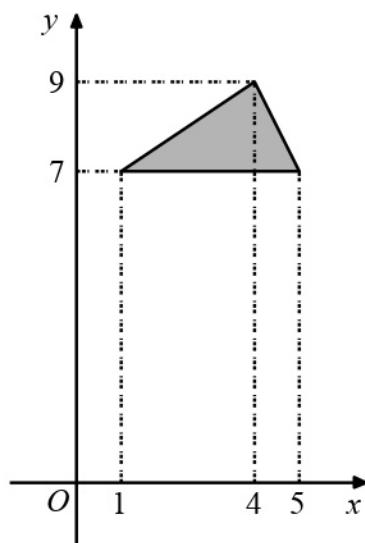
На рисунке жирными точками показан курс евро, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни в январе 2006 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена евро в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько рабочих дней из данного периода курс евро был больше 34,37 рубля.



Ответ: _____.

3

Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке.



Ответ: _____.

100balnik.ru.com

4

Перед началом первого тура чемпионата по настольному теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 спортсменов, среди которых 17 спортсменов из России, в том числе Денис Полянкин. Найдите вероятность того, что в первом туре Денис Полянкин будет играть с каким-либо спортсменом из России.

Ответ: _____.

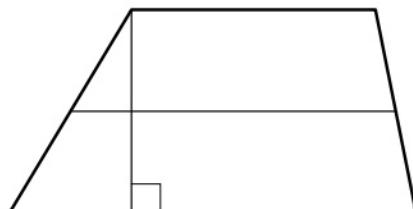
5

Решите уравнение $\log_{x-7} 25 = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

6

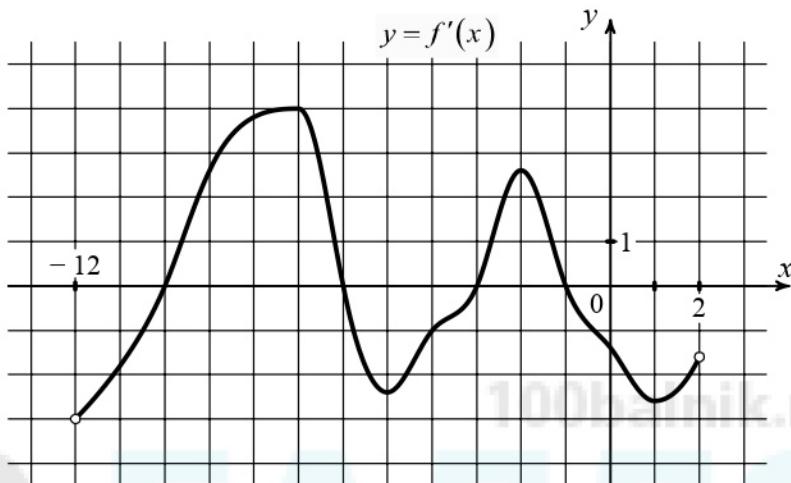
Высота трапеции равна 5, площадь равна 75. Найдите среднюю линию трапеции.



Ответ: _____.

7

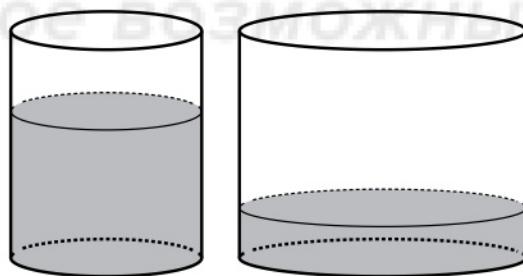
На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-12; 2)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 3x - 2$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

8

В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 147 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 7 раз больше диаметра первого? Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: _____.

Часть 2

9

Найдите значение выражения $\sqrt{50} \cos^2 \frac{13\pi}{8} - \sqrt{50} \sin^2 \frac{13\pi}{8}$.

Ответ: _____.

- 10** В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начального момента, T — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 52 мг. Период его полураспада составляет 9 минут. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 13 мг.

Ответ: _____.

- 11** Два пешехода отправляются одновременно в одном направлении из одного и того же места на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 3,5 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 175 метрам?

Ответ: _____.

100balnik.ru.com

- 12** Найдите наименьшее значение функции $y = e^{2x} - 14e^x - 2$ на отрезке $[0; 2]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение $\sin^2 \frac{x}{4} - \cos^2 \frac{x}{4} = \sin\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)$.

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

- 14** Точка O — центр основания $ABCDEF$ правильной шестиугольной пирамиды $SABCDEF$. Точки K, L, M, T — середины отрезков AF, SF, SD, MK соответственно.

- а) Докажите, что точка T лежит на отрезке LO .

- б) Найдите CT , если сторона основания пирамиды равна 4, а высота пирамиды равна 48.

15 Решите неравенство $\frac{2}{\log_2(2x-2)} + \frac{3}{\log_2(4x-4)} \leq \frac{8}{\log_3 27 + \log_2(x-1)}$.

16 В параллелограмме $ABCD$ расположены две равные непересекающиеся окружности. Первая касается сторон AD , AB и BC , вторая — сторон AD , CD и BC .

а) Докажите, что общая внутренняя касательная l окружностей проходит через точку пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$.

б) Пусть $ABCD$ — прямоугольник, а прямая l касается окружностей в точках M и N . Найдите площадь четырёхугольника с вершинами в точках M , N и в центрах окружностей, если $AD = 16$, а расстояние между центрами окружностей равно 10.

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 8 млн рублей на 10 лет. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

Сколько млн рублей составит общая сумма выплат после погашения кредита?

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{4x-3} \ln(5x-a) = \sqrt{4x-3} \ln(6x+a)$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

19 На доске были написаны несколько целых чисел. Несколько раз с доски стирали по два числа, сумма которых делится на 3.

а) Может ли сумма всех оставшихся на доске чисел равняться 8, если изначально по одному разу были написаны числа 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 и 11?

б) Может ли на доске остаться ровно два числа, разность между которыми равна 39, если изначально по одному разу были написаны все натуральные числа от 100 до 199 включительно?

в) Пусть известно, что на доске осталось ровно два числа, а изначально по одному разу были написаны все натуральные числа от 100 до 199 включительно. Какое наибольшее значение может получиться, если поделить одно из оставшихся чисел на второе из них?

**Тренировочная работа №5 по МАТЕМАТИКЕ
11 класс**

29 апреля 2021 года
Вариант MA2010510
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

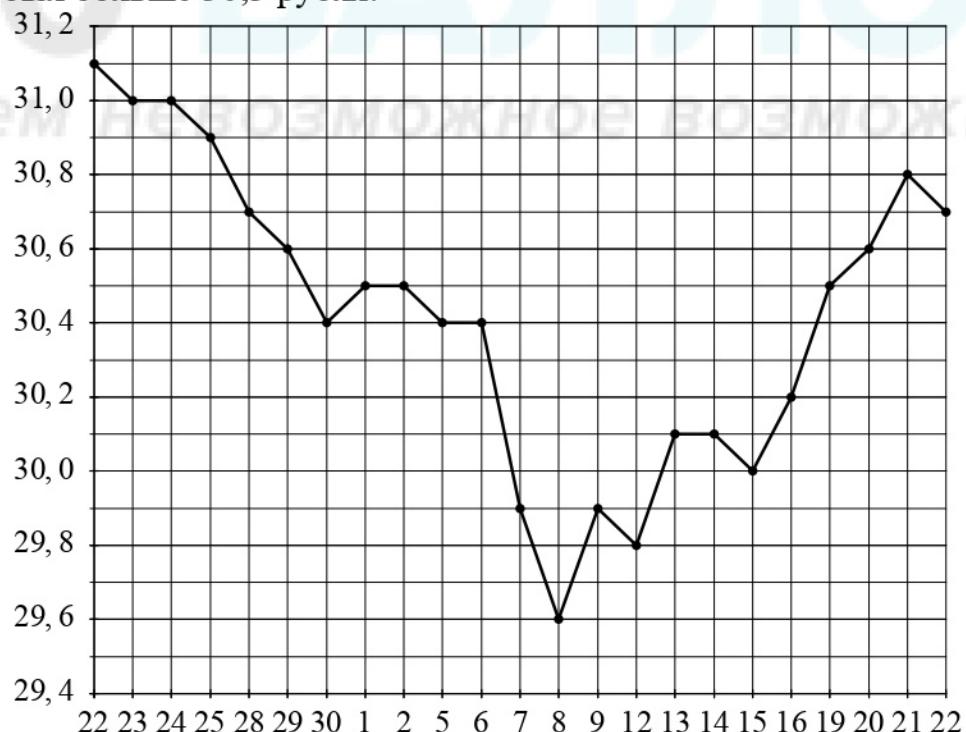
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Рост человека — 5 футов 8 дюймов. Выразите его рост в сантиметрах, если 1 фут равен 12 дюймам. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

Ответ: _____.

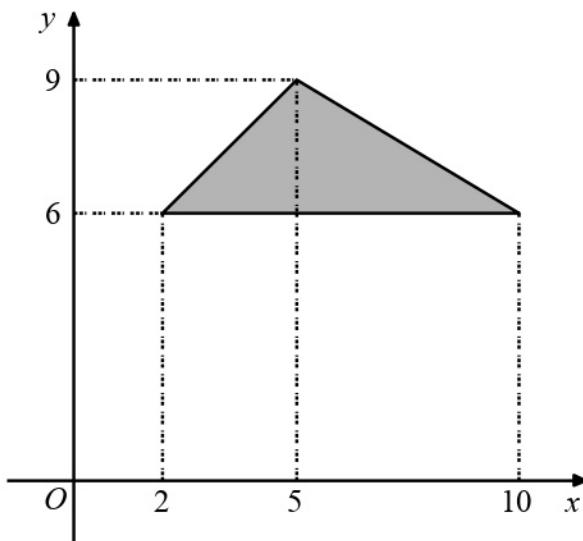
- 2** На рисунке жирными точками показан курс доллара, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 22 сентября по 22 октября 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько рабочих дней из данного периода курс доллара был больше 30,3 рубля.



Ответ: _____.

3

Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке.



Ответ: _____.

100balnik.ru.com

4

Перед началом первого тура чемпионата по шахматам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 шахматистов, среди которых 4 спортсмена из России, в том числе Александр Ефимов. Найдите вероятность того, что в первом туре Александр Ефимов будет играть с каким-либо шахматистом из России.

Ответ: _____.

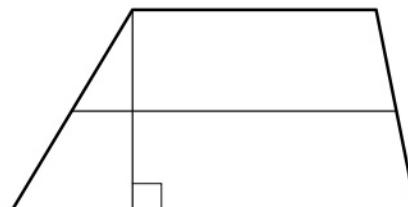
5

Решите уравнение $\log_{x-3} 16 = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

6

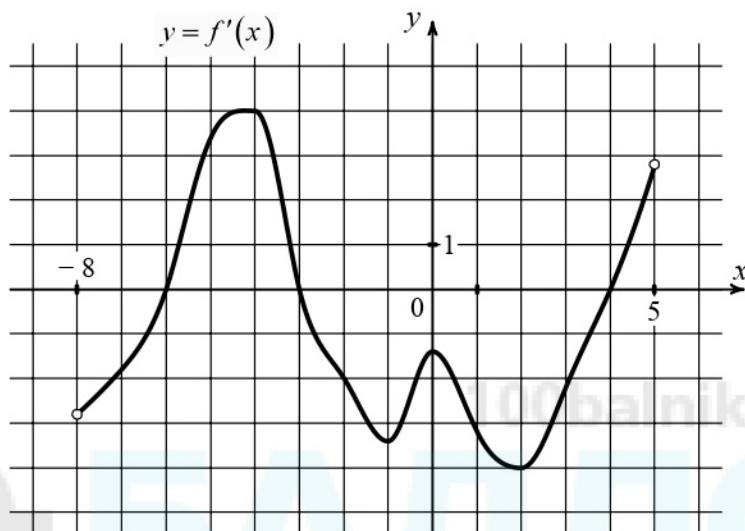
Высота трапеции равна 9, площадь равна 45.
Найдите среднюю линию трапеции.



Ответ: _____.

7

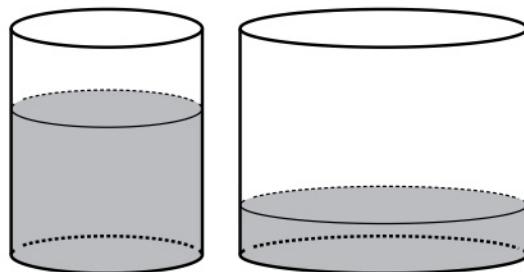
На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8; 5)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 3x + 12$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

8

В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 100 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 5 раз больше диаметра первого? Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: _____.

Часть 2

9

Найдите значение выражения $\sqrt{3} \cos^2 \frac{13\pi}{12} - \sqrt{3} \sin^2 \frac{13\pi}{12}$.

Ответ: _____.

- 10** В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начального момента, T — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 184 мг. Период его полураспада составляет 7 минут. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 23 мг.

Ответ: _____.

- 11** Два пешехода отправляются одновременно в одном направлении из одного и того же места на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 0,5 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 225 метрам?

Ответ: _____.

100balnik.ru.com

- 12** Найдите наименьшее значение функции $y = e^{2x} - 8e^x - 4$ на отрезке $[1; 3]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение $\cos^2 \frac{x}{4} - \sin^2 \frac{x}{4} = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$.

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

- 14** Точка O — центр основания $ABCDEF$ правильной шестиугольной пирамиды $SABCDEF$. Точки K, L, M, T — середины отрезков AF, SF, SD, MK соответственно.

- а) Докажите, что точка T лежит на отрезке LO .

- б) Найдите CT , если сторона основания пирамиды равна 12, а высота пирамиды равна 32.

15

Решите неравенство $\frac{8}{\log_2 16x} \geq \frac{3}{\log_2 8x} + \frac{1}{\log_2 2x}$.

16

В параллелограмме $ABCD$ расположены две равные непересекающиеся окружности. Первая касается сторон AD , AB и BC , вторая — сторон AD , CD и BC .

- Докажите, что общая внутренняя касательная l окружностей проходит через точку пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$.
- Пусть $ABCD$ — прямоугольник, а прямая l касается окружностей в точках M и N . Найдите площадь четырёхугольника с вершинами в точках M , N и в центрах окружностей, если $AD = 36$, а расстояние между центрами окружностей равно 20.

17

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн рублей на 8 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 16 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

Сколько млн рублей составит общая сумма выплат после погашения кредита?

18

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5x-4} \cdot \ln(3x-a) = \sqrt{5x-4} \cdot \ln(4x+a)$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

19

На доске были написаны несколько целых чисел. Несколько раз с доски стирали по два числа, сумма которых делится на 3.

- Может ли сумма всех оставшихся на доске чисел равняться 7, если изначально по одному разу были написаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 10?
- Может ли на доске остаться ровно два числа, разность между которыми равна 51, если изначально по одному разу были написаны все натуральные числа от 101 до 200 включительно?
- Пусть известно, что на доске осталось ровно два числа, а изначально по одному разу были написаны все натуральные числа от 101 до 200 включительно. Какое наибольшее значение может получиться, если поделить одно из оставшихся чисел на второе из них?

Тренировочная работа №5 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

29 апреля 2021 года

Вариант MA2010511

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

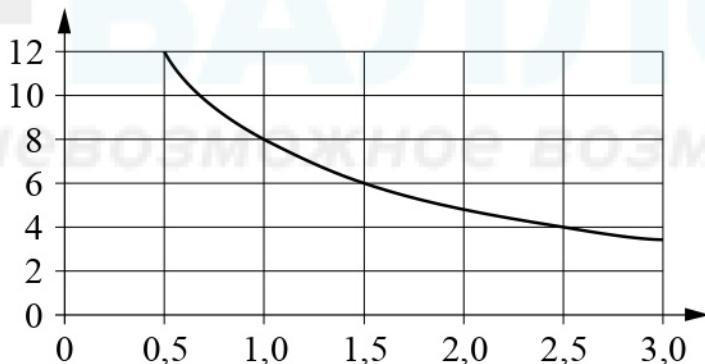
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** В сентябре 1 кг клубники стоил 120 рублей. В октябре клубника подорожала на 10 %. Сколько рублей стал стоить 1 кг клубники после подорожания в октябре?

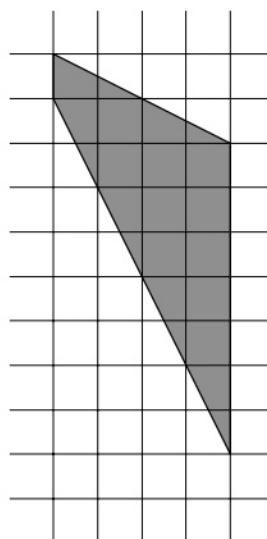
Ответ: _____.

- 2** Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя: чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На графике показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На горизонтальной оси отмечено сопротивление в омах, на вертикальной оси — сила тока в амперах. Определите по графику, на сколько ампер уменьшилась сила тока при увеличении сопротивления с 1,5 ома до 2,5 ома.



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



Ответ: _____.

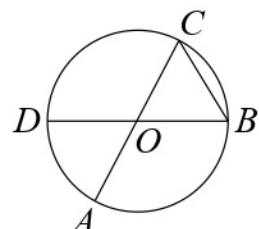
- 4** В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 7. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

- 5** Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{8}{3x-43}} = \frac{1}{4}$.

Ответ: _____.

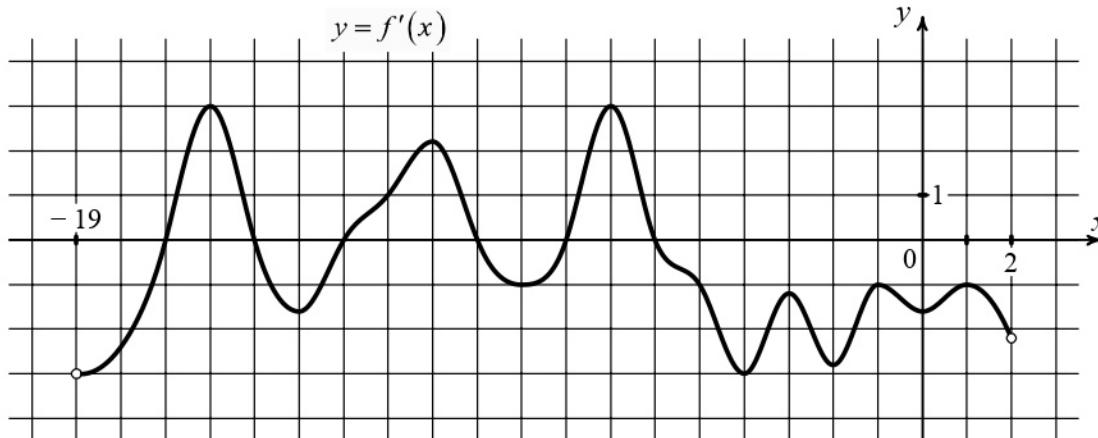
- 6** Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром O . Угол ACB равен 49° . Найдите угол AOD . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

7

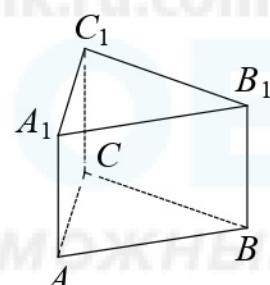
- На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-19; 2)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-16; 0]$.



Ответ: _____.

8

- Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки B , C , A_1 , C_1 правильной треугольной призмы $ABC A_1 B_1 C_1$, площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 2.



Ответ: _____.

Часть 2

9

- Найдите значение выражения $\log_7 12,25 + \log_7 4$.

Ответ: _____.

10

Водолазный колокол, в начальный момент времени содержащий $v = 2$ моля воздуха объёмом $V_1 = 9$ л, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объёма V_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha v T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$, где $\alpha = 17,8 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ — постоянная, а $T = 300$ К — температура воздуха. Найдите, какой объём V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии воздуха была совершена работа в 10 680 Дж.

Ответ: _____.

11

Моторная лодка прошла против течения реки 192 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 4 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 14 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

100balnik.ru.com

12

Найдите точку минимума функции $y = 7^{x^2 - 6x + 13}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\sin^2 \frac{x}{4} - \cos^2 \frac{x}{4} = \sin\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

14

Точка O — центр основания $ABCDEF$ правильной шестиугольной пирамиды $SABCDEF$. Точки K, L, M, T — середины отрезков AF, SF, SD, MK соответственно.

а) Докажите, что точка T лежит на отрезке LO .

б) Найдите CT , если сторона основания пирамиды равна 4, а высота пирамиды равна 48.

15 Решите неравенство $\frac{2}{\log_2(2x-2)} + \frac{3}{\log_2(4x-4)} \leq \frac{8}{\log_3 27 + \log_2(x-1)}$.

16 В параллелограмме $ABCD$ расположены две равные непересекающиеся окружности. Первая касается сторон AD , AB и BC , вторая — сторон AD , CD и BC .

а) Докажите, что общая внутренняя касательная l окружностей проходит через точку пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$.

б) Пусть $ABCD$ — прямоугольник, а прямая l касается окружностей в точках M и N . Найдите площадь четырёхугольника с вершинами в точках M , N и в центрах окружностей, если $AD = 16$, а расстояние между центрами окружностей равно 10.

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 8 млн рублей на 10 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

Сколько млн рублей составит общая сумма выплат после погашения кредита?

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{4x-3} \ln(5x-a) = \sqrt{4x-3} \ln(6x+a)$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

19 На доске были написаны несколько целых чисел. Несколько раз с доски стирали по два числа, сумма которых делится на 3.

а) Может ли сумма всех оставшихся на доске чисел равняться 8, если изначально по одному разу были написаны числа 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 и 11?

б) Может ли на доске остаться ровно два числа, разность между которыми равна 39, если изначально по одному разу были написаны все натуральные числа от 100 до 199 включительно?

в) Пусть известно, что на доске осталось ровно два числа, а изначально по одному разу были написаны все натуральные числа от 100 до 199 включительно. Какое наибольшее значение может получиться, если поделить одно из оставшихся чисел на второе из них?

Тренировочная работа №5 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

29 апреля 2021 года

Вариант MA2010512

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

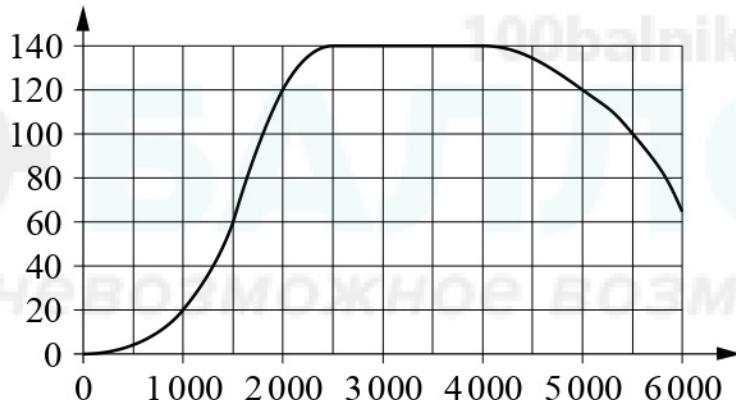
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** В сентябре 1 кг винограда стоил 80 рублей. В октябре виноград подорожал на 15 %. Сколько рублей стал стоить 1 кг винограда после подорожания в октябре?

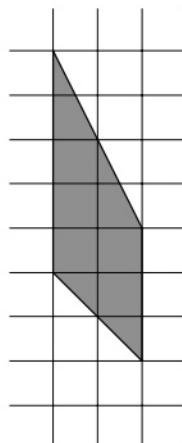
Ответ: _____.

- 2** На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На горизонтальной оси отмечено число оборотов в минуту, на вертикальной оси — крутящий момент в Н·м. Определите по графику, на сколько увеличился крутящий момент, если двигатель увеличил число оборотов с 1000 до 1500. Ответ дайте в Н·м.



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



Ответ: _____.

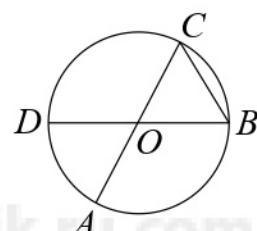
- 4** В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 8. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

- 5** Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{10}{7x-29}} = \frac{1}{3}$.

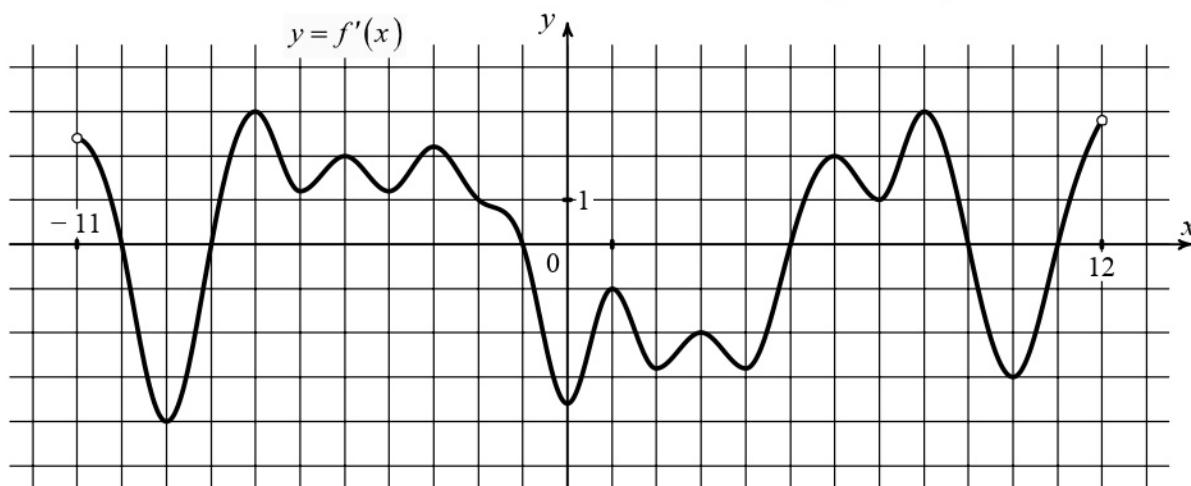
Ответ: _____.

- 6** Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром O . Угол ACB равен 47° . Найдите угол AOD . Ответ дайте в градусах.



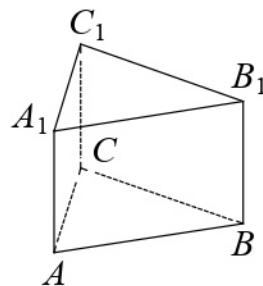
Ответ: _____.

- 7** На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-11; 12)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-6; 10]$.



Ответ: _____.

- 8** Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A , B , B_1 , C_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 3, а боковое ребро равно 9.



Ответ: _____.

Часть 2

- 9** Найдите значение выражения $\log_2 3,2 + \log_2 10$.

Ответ: _____.

- 10** Водолазный колокол, в начальный момент времени содержащий $v = 4$ моля воздуха объёмом $V_1 = 21$ л, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объёма V_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha v T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$, где $\alpha = 19,1 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ — постоянная, а $T = 300$ К — температура воздуха. Найдите, какой объём V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии воздуха была совершена работа в 22 920 Дж.

Ответ: _____.

- 11** Моторная лодка прошла против течения реки 55 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 8 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 12** Найдите точку минимума функции $y = 9^{x^2 + 4x + 23}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\cos^2 \frac{x}{4} - \sin^2 \frac{x}{4} = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

14

Точка O — центр основания $ABCDEF$ правильной шестиугольной пирамиды $SABCDEF$. Точки K, L, M, T — середины отрезков AF, SF, SD, MK соответственно.

а) Докажите, что точка T лежит на отрезке LO .

б) Найдите CT , если сторона основания пирамиды равна 12, а высота пирамиды равна 32.

15

Решите неравенство $\frac{8}{\log_2 16x} \geq \frac{3}{\log_2 8x} + \frac{1}{\log_2 2x}$.

16

В параллелограмме $ABCD$ расположены две равные непересекающиеся окружности. Первая касается сторон AD, AB и BC , вторая — сторон AD, CD и BC .

а) Докажите, что общая внутренняя касательная l окружностей проходит через точку пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$.

б) Пусть $ABCD$ — прямоугольник, а прямая l касается окружностей в точках M и N . Найдите площадь четырёхугольника с вершинами в точках M, N и в центрах окружностей, если $AD = 36$, а расстояние между центрами окружностей равно 20.

17

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн рублей на 8 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 16 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

Сколько млн рублей составит общая сумма выплат после погашения кредита?

18

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5x - 4} \cdot \ln(3x - a) = \sqrt{5x - 4} \cdot \ln(4x + a)$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

19

На доске были написаны несколько целых чисел. Несколько раз с доски стирали по два числа, сумма которых делится на 3.

- Может ли сумма всех оставшихся на доске чисел равняться 7, если изначально по одному разу были написаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 10?
- Может ли на доске остаться ровно два числа, разность между которыми равна 51, если изначально по одному разу были написаны все натуральные числа от 101 до 200 включительно?
- Пусть известно, что на доске осталось ровно два числа, а изначально по одному разу были написаны все натуральные числа от 101 до 200 включительно. Какое наибольшее значение может получиться, если поделить одно из оставшихся чисел на второе из них?