ФИО ученика____
ФИО учителя____
Город/район____
Школа____

Таблица полученных ответов

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

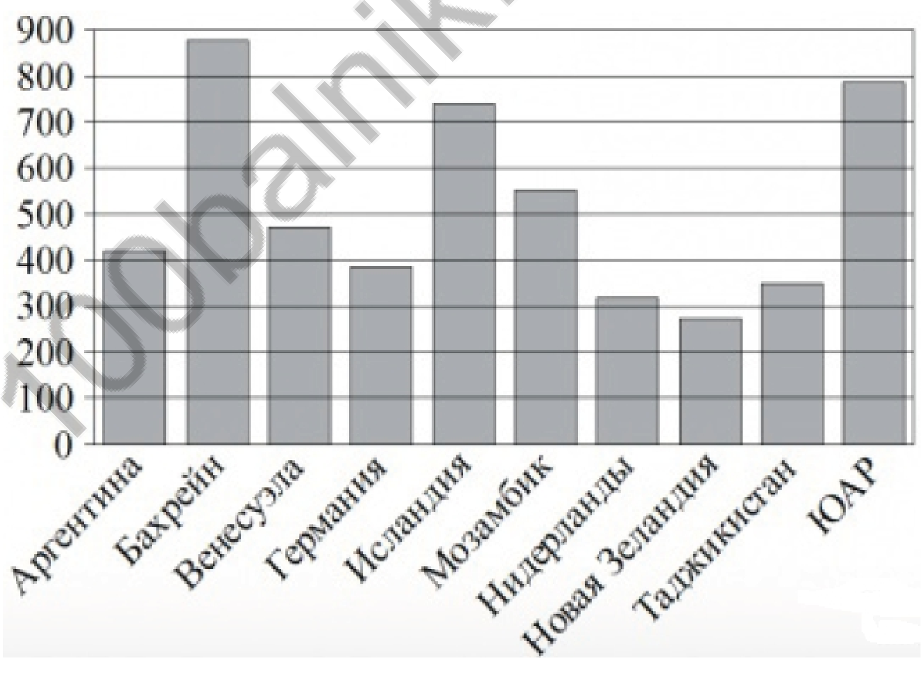
ВАРИАНТ 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 1

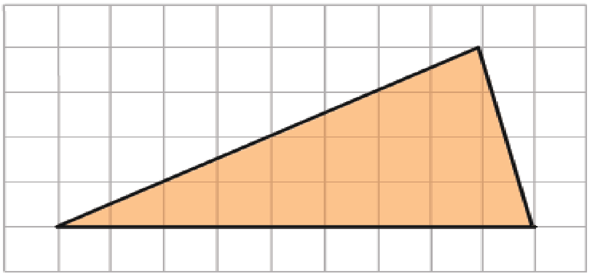
1. В обменном пункте 1 песо стоит 3 рубля 90 копеек. Отдыхающие обменяли рубли на песо и купили арбуз весом 7 кг по цене 2 песо за 1 кг. Во сколько рублей обошлась им эта покупка? Ответ округлите до целого числа.

2. На диаграмме показано распределение выплавки алюминия в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2020 год. Среди представленных стран первое место по выплавке алюминия занимал Бахрейн, десятое место – Новая Зеландия. Какое место занимала Исландия?



3. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см $1\text{см}\times 1\text{см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

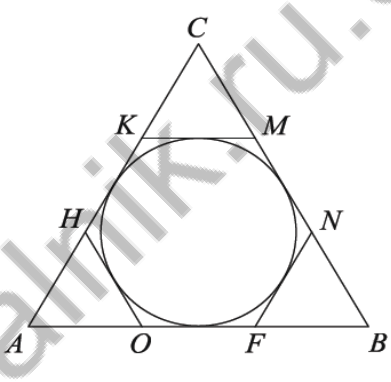
100balnik.ru.com



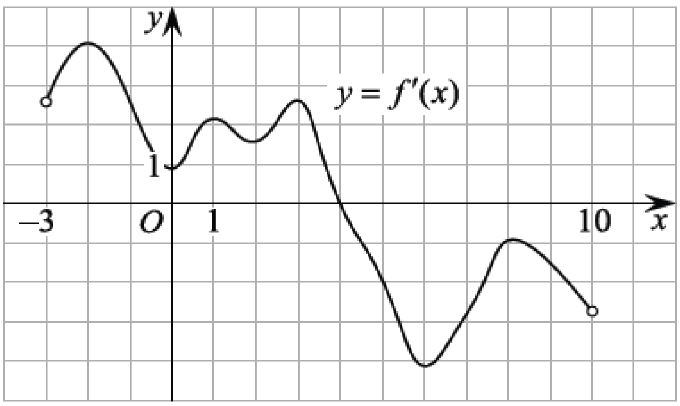
4. В классе 26 учащихся, среди них два друга – Олег и Михаил. Учащихся случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Олег и Михаил окажутся в одной группе.

5. Решите уравнение $\sqrt{x+1}=x-1$. Если уравнение имеет более одного корня, то в ответе запишите меньший корень.

6. К окружности, вписанной в треугольник ABC, проведены три касательные. Периметры отсеченных треугольников равны 8, 23, 78. Найдите периметр данного треугольника.



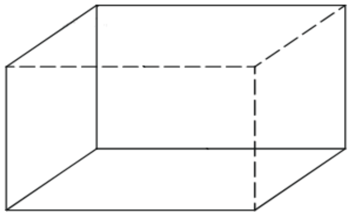
7. На рисунке изображён график функции $y=f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 10)$. В какой точке отрезка $[0; 4]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



8. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3 и 4. Площадь поверхности этого параллелепипеда равна 94. Найдите третье ребро, выходящее из той же вершины.

ФИО ученика_______________________________

100balnik.ru.com



9. Найдите значение выражения $\dfrac{\left(\sqrt{2}\sqrt[3]{a}\right)^6 : a^7}{a^{-5}}$ при $a \neq 0$.

10. Груз массой 0,08 кг колеблется на пружине. Его скорость v меняется по закону $v = v_0 \sin\dfrac{2\pi t}{T}$, где t – время с момента начала колебаний, T = 12 с – период колебаний, $v_0 = 0{,}5$ м/с. Кинетическая энергия E (в джоулях) груза вычисляется по формуле $E = \dfrac{mv^2}{2}$, где m – масса груза в килограммах, v – скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 1 секунду после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

11. Расстояние между А и В равно 790 км. Из А в В выехал автомобиль, через 3 часа навстречу ему выехал второй автомобиль со скоростью 75 км/ч. Они встретились на расстоянии 490 км от города А. Найти скорость первого автомобиля.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = 7\sin x - 8x + 9$ на отрезке $\left[-\dfrac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Часть 2

Для заданий 13-19 запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное и обоснованное решение. Решение и ответы записывайте четко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\dfrac{(x-2)^2}{2} + \dfrac{18}{(x-2)^2} = 7\left(\dfrac{x-2}{2} - \dfrac{3}{x-2}\right) + 10.$

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку [–2; 2].

14. Точки P и Q – середины рёбер AD и CC_1 куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ соответственно.

а) Докажите, что прямая BQ перпендикулярна прямой B_1P.

б) Пусть H – проекция точки Q на прямую B_1P. Найдите PH, если AB = 12.

ФИО ученика_______________________________

1000balnik.ru.com

15. Решите неравенство

$$x+\frac{11x+4}{x-5}+\frac{x^2-19x-48}{x^2-8x+15}\geq 1.$$

16. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Диаметр CC_1 перпендикулярен стороне AD и пересекает её в точке M, а диаметр DD_1 перпендикулярен стороне AB и пересекает её в точке N.

а) Пусть AA_1 также диаметр окружности. Докажите, что $\angle DNM = \angle A_1D_1D$.

б) Найдите углы четырехугольника $ABCD$, если $\angle CDB : \angle ADB = 3 : 8$.

17. 15-го января планируется взять кредит в банке на девять месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 25% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r.

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство $a+2x+5\sqrt{2x+1}>-(2ax+3)$ верно для всех x из отрезка [0; 1,5].

19. Будем называть четырёхзначное число очень счастливым, если все цифры в его десятичной записи различны, а сумма первых двух из этих цифр равна сумме последних двух из них. Например, очень счастливым является число 3140.

а) Существуют ли десять последовательных четырёхзначных чисел, среди которых есть два очень счастливых?

б) Может ли разность двух очень счастливых четырёхзначных чисел равняться 2015?

в) Найдите наименьшее натуральное число, для которого не существует кратного ему очень счастливого четырёхзначного числа.

100balnik.ru.com

ФИО ученика________________________________

ФИО ученика____
ФИО учителя____
Город/район____
Школа____

Таблица полученных ответов

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

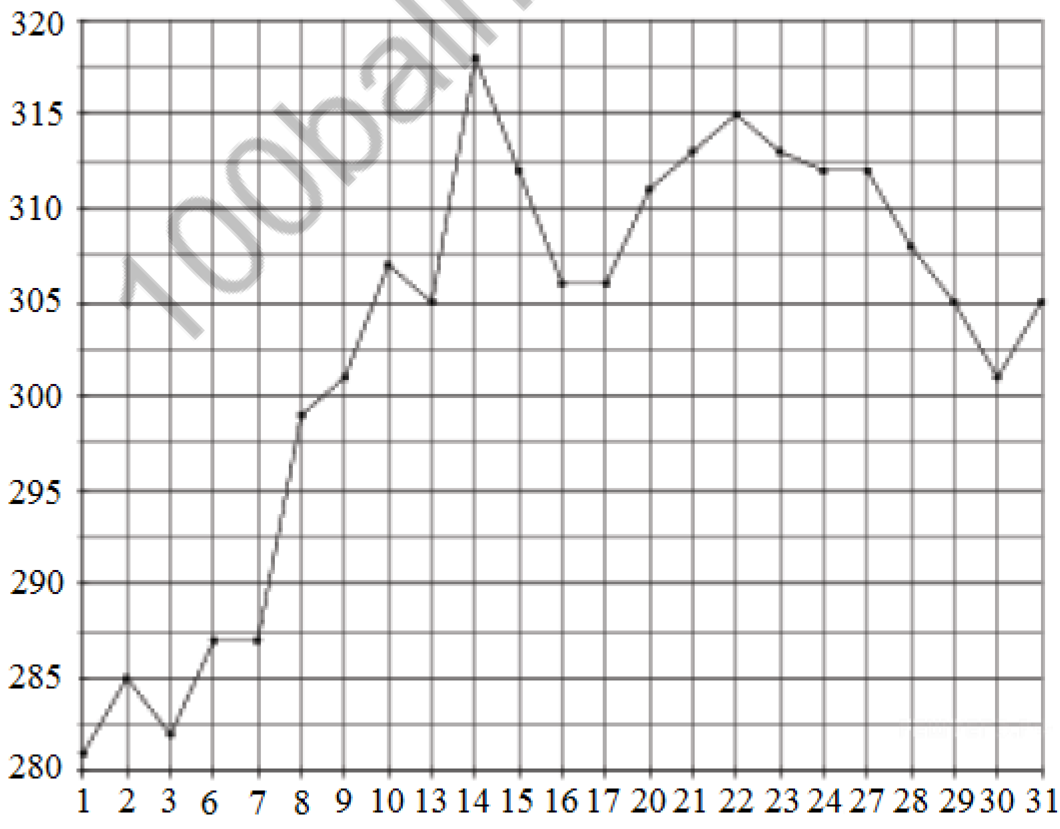
ВАРИАНТ 2

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь.

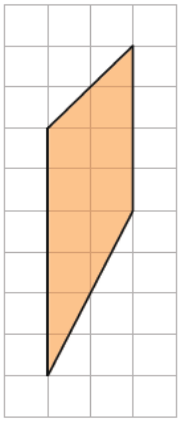
Часть 1

1. В школе французский язык изучают 124 учащихся, что составляет 25% от числа всех учащихся школы. Сколько учащихся в школе?

2. На рисунке жирными точками показана цена палладия, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в октябре 2020 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – цена палладия в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену палладия в период с 15 по 27 октября. Ответ дайте в рублях за грамм.



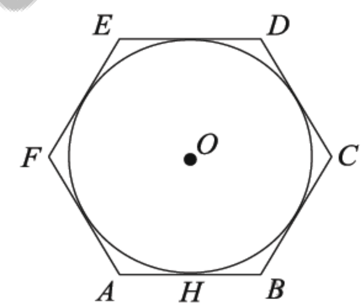
3. Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{см}\times 1\text{ см}$ (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



4. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 9 спортсменов из Великобритании, 3 спортсмена из Франции, 4 спортсмена из Германии и 9 – из Италии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Германии.

5. Решите уравнение $\dfrac{x^2}{x-1}=\dfrac{2-x}{x-1}$. Если уравнение имеет более одного корня, то в ответе запишите больший корень.

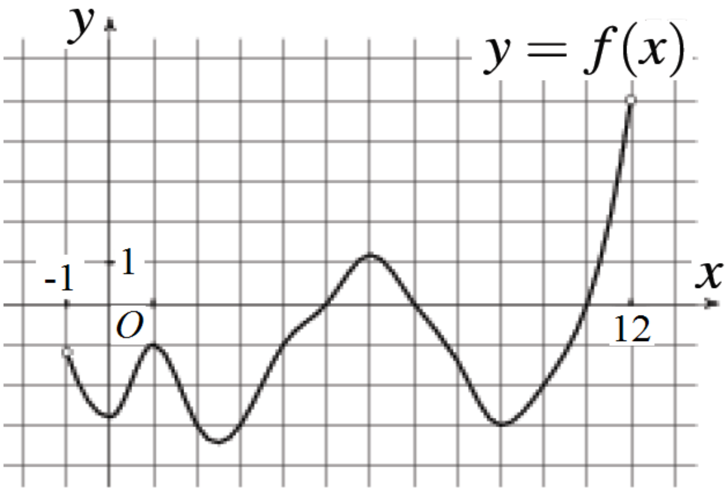
6. Найдите сторону правильного шестиугольника, описанного около окружности, радиус которой равен $\sqrt{3}$.



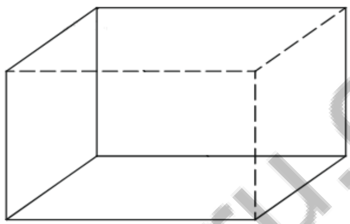
7. На рисунке изображен график функции y=f(x), определенной на интервале (-1; 12). Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

100bank.ru.com

ФИО ученика______________________________

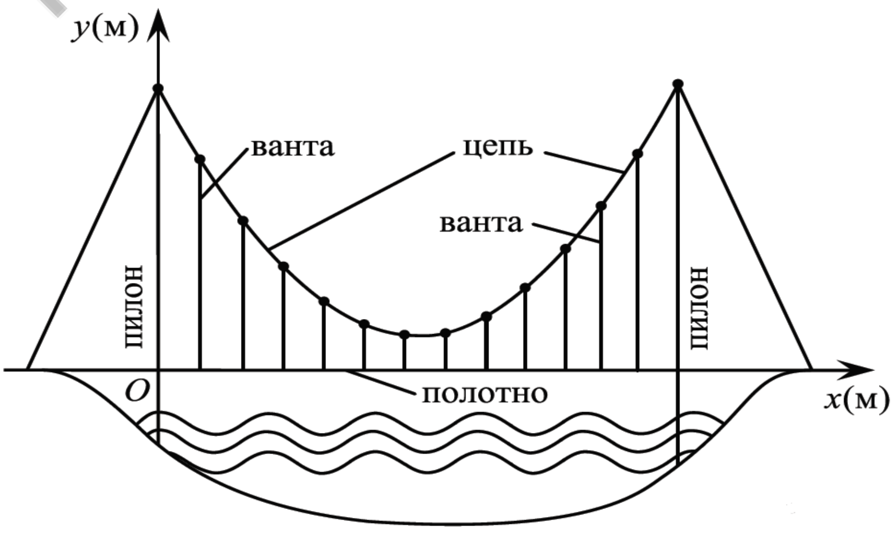


8. Три ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 4, 6, 9. Найдите ребро равновеликого ему куба.



9. Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt{2,8}\cdot\sqrt{4,2}}{\sqrt{0,24}}$.

10. На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось Oy направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось Ox направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение $y=0{,}0017x^2-0{,}41x+29$, где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 50 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.



ФИО ученика________________________________

100balnik.ru.com

11. Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 16 рабочих, а во второй – 25 рабочих. Через 7 дней после начала работы в первую бригаду перешли 8 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = \dfrac{x^2+25}{x}$ на отрезке $[1;10]$.

Часть 2

Для заданий 13-19 запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное и обоснованное решение. Решение и ответы записывайте четко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\sqrt{3}\cos 2x = 3 - 3(\sin x + \cos x)^2$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\pi, \dfrac{\pi}{2}\right]$.

14. На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ взята точка E так, что $A_1E = 6EA$. Точка T — середина ребра B_1C_1. Известно, что $AB = 4\sqrt{2}$, $AD = 12$, $AA_1 = 14$.

а) Докажите, что плоскость ETD_1 делит ребро BB_1 в отношении 4 : 3.

б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью ETD_1.

15. Решите неравенство $\dfrac{1}{6x^2-5x} \geq \dfrac{1}{\sqrt{6x^2-5x+1}-1}$.

16. В треугольник ABC вписана окружность радиуса 2, касающаяся стороны AC в точке M, причём $AM = 4$ и $CM = 6$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей треугольника ABC.

17. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 16 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

– в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 38 млн рублей?

18. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

ФИО ученика________________________

100balnik.ru.com

$$\frac{2a - x^2 + 3x}{x - a^2} = 0$$

имеет ровно два различных корня.

19. В шахматы можно выиграть, проиграть или сыграть вничью. Шахматист записывает результат каждой сыгранной им партии и после каждой партии подсчитывает три показателя: «победы» – процент побед, округлённый до целого, «ничьи» – процент ничьих, округлённый до целого, и «поражения», равные разности 100 и суммы показателей «побед» и «ничьих».

(Например, число 13,2 округляется до 13, число 14,5 округляется до 15, число 16,8 округляется до 17).

а) Может ли в какой-то момент показатель «побед» равняться 17, если было сыграно менее 50 партий?

б) Может ли после выигранной партии увеличится показатель «поражений»?

в) Одна из партий была проиграна. При каком наименьшем количестве сыгранных партий показатель «поражений» может быть равным 1?

100balnik.ru.com

ФИО ученика________________________________

ФИО ученика____
ФИО учителя____
Город/район____
Школа____

Таблица полученных ответов

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

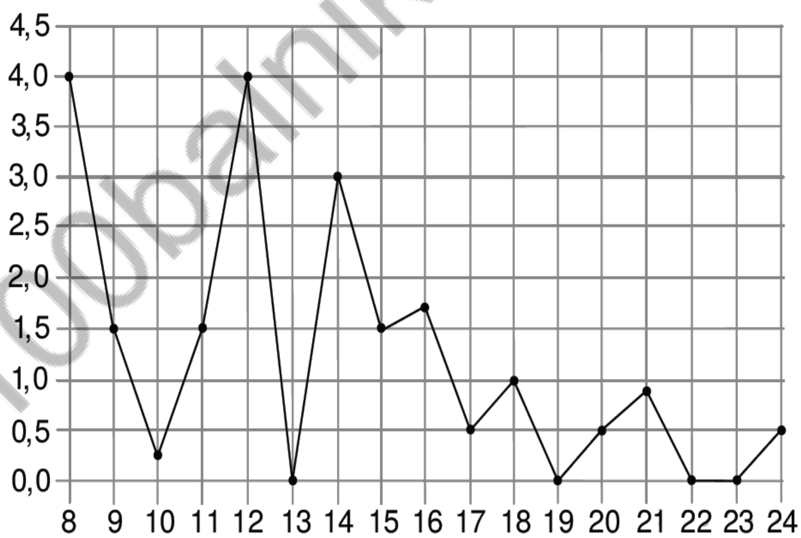
ВАРИАНТ 3

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 1

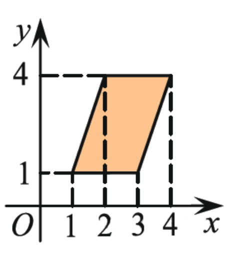
1. Среди 85 000 жителей города 40 % не интересуются футболом. Среди жителей, интересующихся футболом, 90 % смотрели по телевизору финал чемпионата мира. Сколько жителей города смотрело этот матч по телевизору?

2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2020 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней выпадало более 2 миллиметров осадков.



100balnik.ru.com

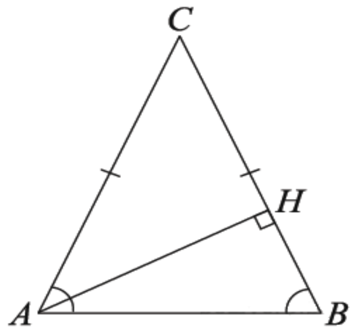
3. Найдите площадь параллелограмма, изображенного на рисунке.



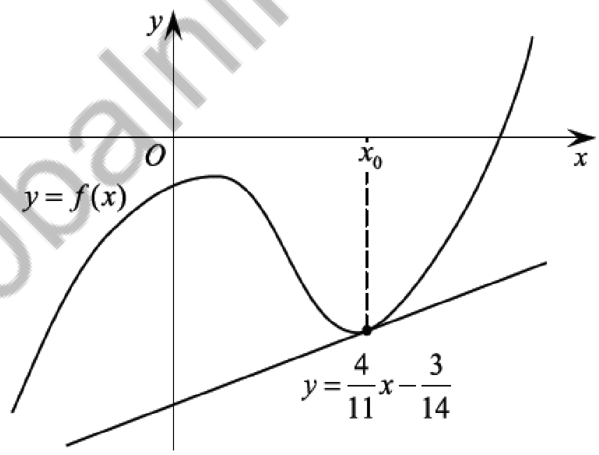
4. На чемпионате по прыжкам в воду выступают 20 спортсменов, среди них 3 прыгуна из Чехии и 2 прыгуна из Боливии. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что двенадцатым будет выступать прыгун из Чехии.

5. Найдите корень уравнения $\dfrac{1}{\sqrt[3]{x-1}}=\dfrac{1}{2}$.

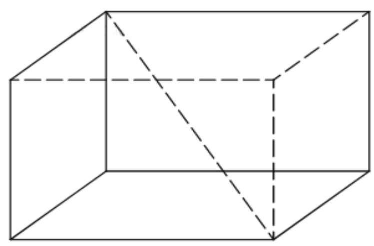
6. В равнобедренном треугольнике *ABC* с основанием *AB* боковая сторона равна $16\sqrt{7}$, $\sin\widehat{BAC}=0{,}75$. Найдите длину высоты *AH*.



7. На рисунке изображены график функции *y=f(x)* и касательная к этому графику, проведённая в точке x_0. Уравнение касательной показано на рисунке. Найдите значение производной функции $g(x)=-5f(x)-\dfrac{2}{11}x+3$ в точке x_0.



8. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2, 3. Объем параллелепипеда равен 36. Найдите его диагональ.



9. Найдите значение выражения $2^{3\sqrt{7}-1}\cdot 8^{1-\sqrt{7}}$.

ФИО ученика______________________________

10. Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t)=1{,}8+10t-5t^2$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Какое время мяч будет находиться на высоте не менее 5 метров? Ответ дайте в секундах.

11. Первая труба заполняет бассейн за 7 часов, а две трубы вместе – за 5 часов 50 минут. За сколько часов заполняет бассейн одна вторая труба?

12. Найдите наименьшее значение функции $y=\sqrt[4]{x^2+14x+130}+3$.

Часть 2

Для заданий 13-19 запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное и обоснованное решение. Решение и ответы записывайте четко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $2\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\sqrt{3}\operatorname{tg}x$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

14. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны длины рёбер: $AB=4$, $BC=3$, $AA_1=2$. Точки P и Q — середины рёбер A_1B_1 и CC_1 соответственно. Плоскость APQ пересекает ребро B_1C_1 в точке U.

а) Докажите, что $B_1U : UC_1 = 2:1$.

б) Найдите площадь сечения параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью APQ.

15. Решите неравенство: $(x^2-x-6)\cdot\sqrt{8-x}\le 0$.

16. Точка O — центр окружности, описанной около остроугольного треугольника ABC, I – центр вписанной в него окружности, H — точка пересечения высот. Известно, что $\angle BAC=\angle OBC+\angle OCB$.

а) Докажите, что точка I лежит на окружности, описанной около треугольника BOC.

б) Найдите угол OIH, если $\angle ABC=75°$.

17. Степан является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производится абсолютно одинаковые товары при использовании одинаковых технологий. Если рабочие на одном из заводов трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят t единиц товара. За каждый час работы на заводе, расположенном в первом городе, Степан платит рабочему 250 рублей, а на заводе, расположенном во втором городе, – 200 рублей. Степан готов выделять 900 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

ФИО ученика_______________________________

100balnik.ru.com

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} 4|y-3| = 12-3|x|, \\ y^2 - a^2 = 3(2y-3) - x^2 \end{cases}$ имеет ровно четыре решения.

19. У Кости была кучка из 100 камешков. Каждым ходом он делил какую-то из кучек на две меньших, пока у него не оказалось 100 кучек по одному камешку.

а) возможно ли, что в какой-то момент в каких-то 30 кучках было ровно 60 камешков;

б) возможно ли, что в какой-то момент в каких-то 20 кучках было в сумме ровно 60 камешков;

в) мог ли Костя действовать так, чтобы ни в какой момент не нашлось 19 кучек, в которых в сумме ровно 60 камешков?

100balnik.ru.com

ФИО ученика______________________________