I Условие

S Решение

H Подсказки

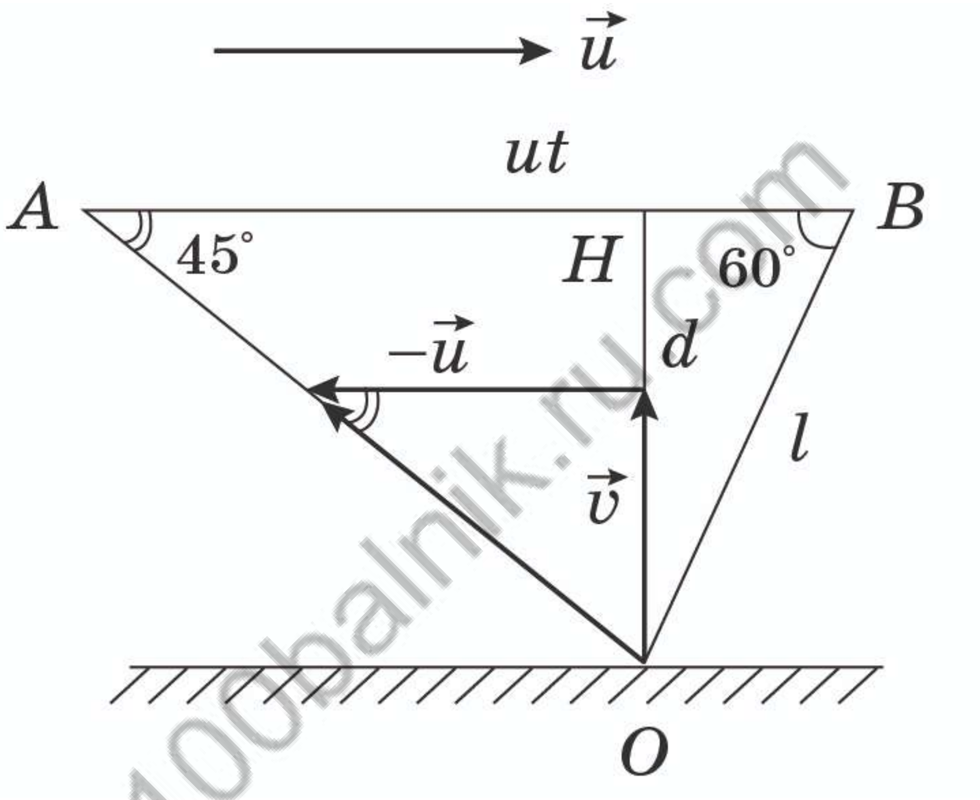
M Разбалловка

E Материалы

Редактировать

1 12.00 Определите скорость течения реки.

В системе отсчета, связанной с водой, плот движется под углом 45° к берегу (что следует из закона сложения скоростей) и за время t перемещается на расстояние OA. За это же время река сносит его на расстояние $AB = ut$. Заметим, что расстояние $AH = OH = d$.



С учетом теоремы Пифагора $(HB)^2 = l^2 - d^2$ и соотношения $ut = AH + HB$, получим:

$$u = \frac{\sqrt{l^2 - d^2} + d}{t}$$

Ответ: $u \approx 3,14 \text{м/с}$.

T Условие

S Решение

H Подсказки

M Разбалловка

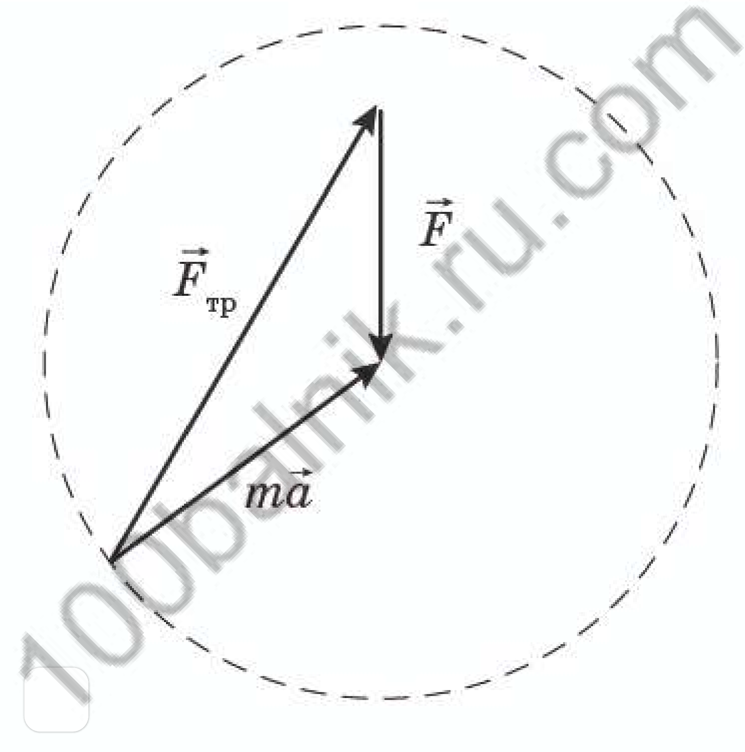
E Материалы

Редактировать

1 7.00 За какое минимальное время τ танк, двигаясь с постоянной скоростью, сможет проехать по окружности радиуса R?

Ускорение танка, движущегося с постоянной скоростью v, равно $a = \dfrac{v^2}{R}$ и в любой точке траектории направлено вдоль наклонной плоскости к центру окружности.

В плоскости, в которой происходит движение, лежат: вектор силы трения покоя (гусеницы не проскальзывают) $F_{\text{тр}}$, вектор ma и $F = mg\sin\alpha$ – составляющая вектора силы тяжести вдоль плоскости. В перпендикулярном к плоскости направлении на танк действует сила нормальной реакции $N = mg\cos\alpha$.



Сила трения покоя может принимать любое значение из интервала

$$0 < F_{\text{тр}} < \mu mg\cos\alpha.$$

Чтобы время движения танка было минимальным, он должен двигаться с максимально возможной скоростью. Но при больших скоростях силы трения может не хватать для движения с нужным ускорением.

Выразим силу трения из второго закона Ньютона:

$$\vec{F}_{\text{тр}} = m\vec{a} - \vec{F}.$$

Из полученной формулы следует, что модуль разности векторов $m\vec{a}$ и $\vec{F}$ максимален, когда эти векторы направлены противоположно, т.е. в нижней точке траектории. Следовательно, танк сможет пройти всю траекторию с постоянной скоростью v, если выполнится условие:

$$m\frac{v^2}{R} \leqslant \mu mg\cos\alpha - mg\sin\alpha,$$

которое и определяет максимальную скорость:

$$v_{max} = \sqrt{gR(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)},$$

и минимальное время движения танка по окружности:

Ответ:

$$t_{min} = \frac{2\pi R}{v_{max}} = \frac{2\pi}{\sqrt{(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)}}\sqrt{\frac{R}{g}}.$$

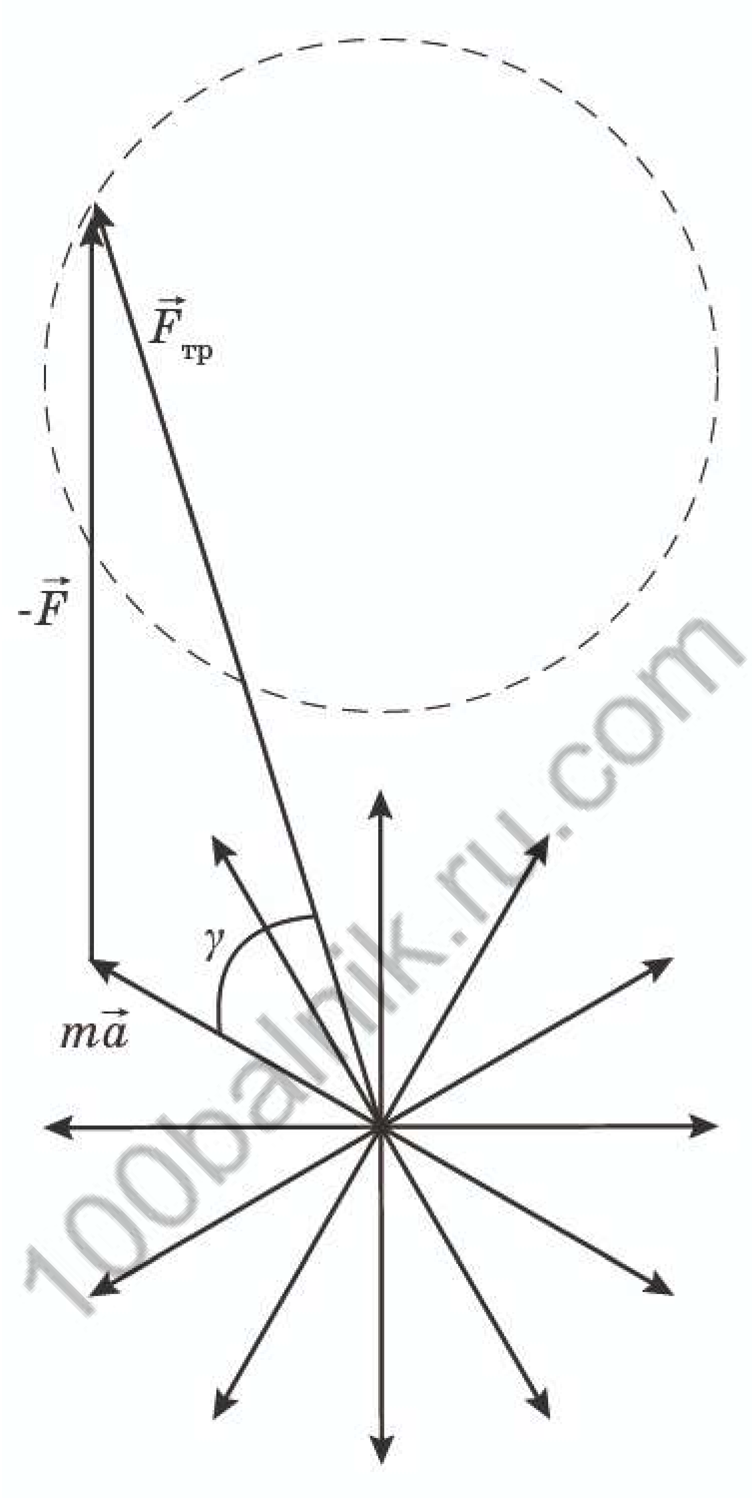
Разумеется, все это справедливо при $\mu > tg\alpha$, в противном случае без проскальзывания танк не смог бы даже стоять на месте.

2 5.00 Чему будет равен максимальный угол γ между векторами силы трения и ускорения танка во время этого движения?

Найдем максимальный угол между вектором силы трения и ускорения танка. Поскольку вектор $m\vec{a}$ имеет фиксированную величину, но разное направление в разных точках траектории, а вектор $\vec{F}$ – фиксированную величину и направление, то геометрически формула

$$\vec{F}_{\text{тр}} = m\vec{a} - \vec{F}$$

означает, что концы векторов сил трения лежат на окружности с радиусом, равным модулю вектора $m\vec{a}$, а их начала находятся в точке, которая сдвинута на величину $\vec{F}$ по отношению к центру этой окружности (см. рисунок; показано вычитание только одной пары векторов).



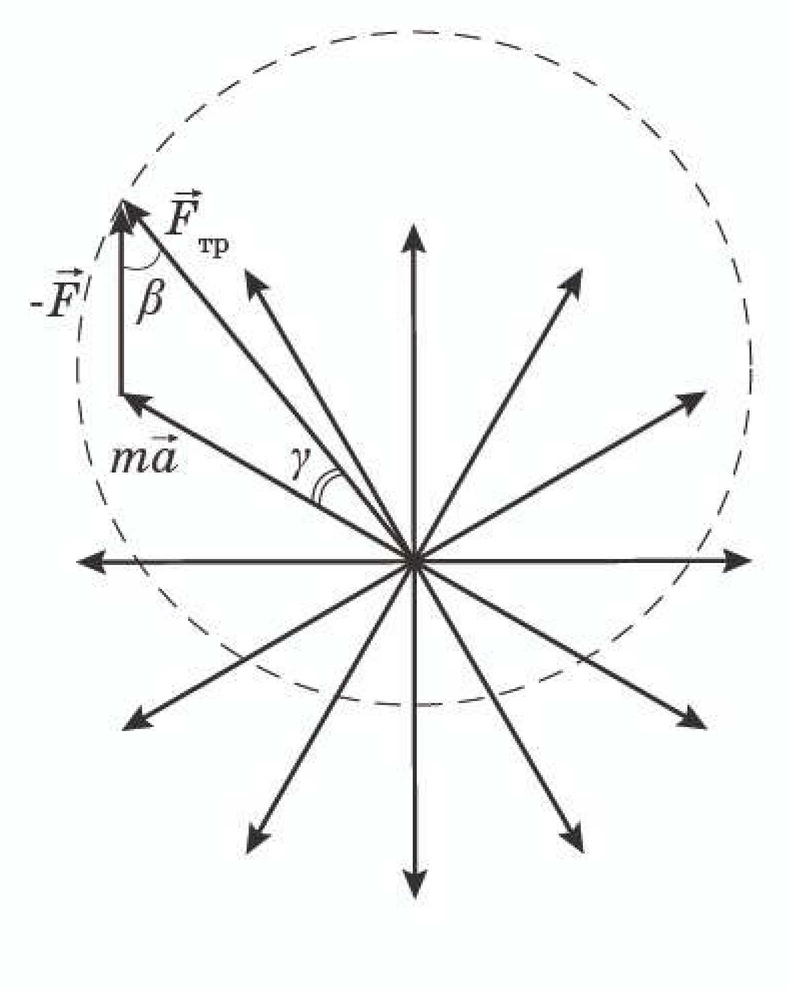
Как следует из рисунка, может реализовываться два варианта.
1) Если модуль силы $\vec{F}$ больше модуля вектора $m\vec{a}$ или

$$mg\sin\alpha > mg(\mu\cos\alpha - \sin\alpha) \Rightarrow \mu < 2tg\alpha(\text{малое трение}),$$

сдвиг окружности, на которой лежат концы вектора силы трения, больше ее радиуса (именно этот случай показан на рисунке), и угол γ между вектором силы трения и вектором $m\vec{a}$ (отмечен дугой на рисунке) изменяется от $\gamma = 0^\circ$ (векторы $m\vec{a}$ и силы $\vec{F}$ сонаправлены) до $\gamma = 180^\circ$ (векторы $m\vec{a}$ и силы $\vec{F}$ направлены противоположно).
Если же модуль силы $\vec{F}$ меньше модуля вектора $m\vec{a}$, или

$$mg\sin\alpha < mg(\mu\cos\alpha - \sin\alpha) \Rightarrow \mu > 2tg\alpha(\text{большое трение}),$$

то и в случае сонаправленных векторов $m\vec{a}$ и $\vec{F}$, и в случае противоположно направленных, угол между векторами $m\vec{a}$ и $\vec{F}$ равен нулю, и, следовательно, существует максимальный угол между этими векторами (вычитание векторов $m\vec{a}$ и $\vec{F}$ выполнено на рисунке).



Для нахождения этого угла можно применить теорему синусов к треугольнику сил:

$$\frac{F}{\sin\gamma} = \frac{ma}{\sin\beta},$$

где β – угол между вектором силы трения и вектором $-\vec{F}$ (см. рисунок). Поскольку модули векторов $m\vec{a}$ и $\vec{F}$ неизменны во всех точках траектории, то угол γ максимален, когда максимален синус угла β, т.е. $\beta = 90^\circ$. В этом случае синус максимального угла между векторами силы трения и ускорения равен:

Ответ:

$$\sin\gamma = \frac{\sin\alpha}{\mu\cos\alpha - \sin\alpha} = \frac{tg\alpha}{\mu - tg\alpha}$$

Решение

1 7.50 Найдите какая температура установится в баке через большое время?

1. Стакан с отводной трубкой работает по принципу сифона. Первый раз уровень воды в нем повышается в течение времени 5τ. После заполнения горизонтальной части трубки вода быстро отводится из стакана и ее уровень опускается на $4h$. Далее процесс повторяется с периодичностью 4τ. Таким образом, за первые 5τ в бак поступает только холодная вода и в первом теплообмене принимает участие $4\tau\mu$ горячей воды и $2\tau2\mu$ холодной. Из уравнения теплового баланса:

$$4\tau\mu c(t_{x1}-t_1)+4\tau\mu c(t_{x1}-t_2)=0,$$

находим температуру в баке после первого теплообмена%

$$t_{x1}=\frac{t_1+t_2}{2}=55^{\circ}\mathrm{C}$$

2. В течении следующего интервала времени 4τ в бак поступает только холодная вода и температура содержимого бака понижается до t_{x2}. Из уравнения теплового баланса:

$$4\tau\mu c(t_{x2}-t_1)+12\tau\mu c(t_{x2}-t_2)=0,$$

$$t_{x2}=\frac{t_1+3t_2}{4}=37,5^{\circ}\mathrm{C}$$

3. Очередная порция горячей воды массой $4\tau\mu$ повысит температуру бака до t_{x3}:

$$8\tau\mu c(t_{x3}-t_1)+12\tau\mu c(t_{x3}-t_2)=0,$$

$$t_{x3}=\frac{2t_1+3t_2}{5}=48^{\circ}\mathrm{C}$$

4. К моменту времени 10τ в бак добавится еще $2\tau\mu$ холодной воды, и к этому моменту температура в баке станет t_{x4}.

$$8\tau\mu c(t_{x4}-t_1)+14\tau\mu c(t_{x4}-t_2)=0,$$

$$t_{x4}=\frac{4t_1+7t_2}{11}=45,5^{\circ}\mathrm{C}$$

5. За цикл 4τ в бак добавляется $4\tau\mu$ горячей и $8\tau\mu$ холодной воды. Эта смесь имеет среднюю температуру t_x:

$$4\tau\mu c(t_x-t_1)+8\tau\mu c(t_x-t_2)=0,$$

$$t_{x4}=\frac{1t_1+72t_2}{3}=43,3^{\circ}\mathrm{C}$$

Поэтому температура в баке больше чем до $t_{x1}=55^{\circ}\mathrm{C}$ подниматься уже не будет.

Ответ:

$$t_{x1}=55^{\circ}\mathrm{C}$$

2 2.00 Какого максимального значения достигала температура в баке?

Через большое количество циклов температура установится равной t_x.

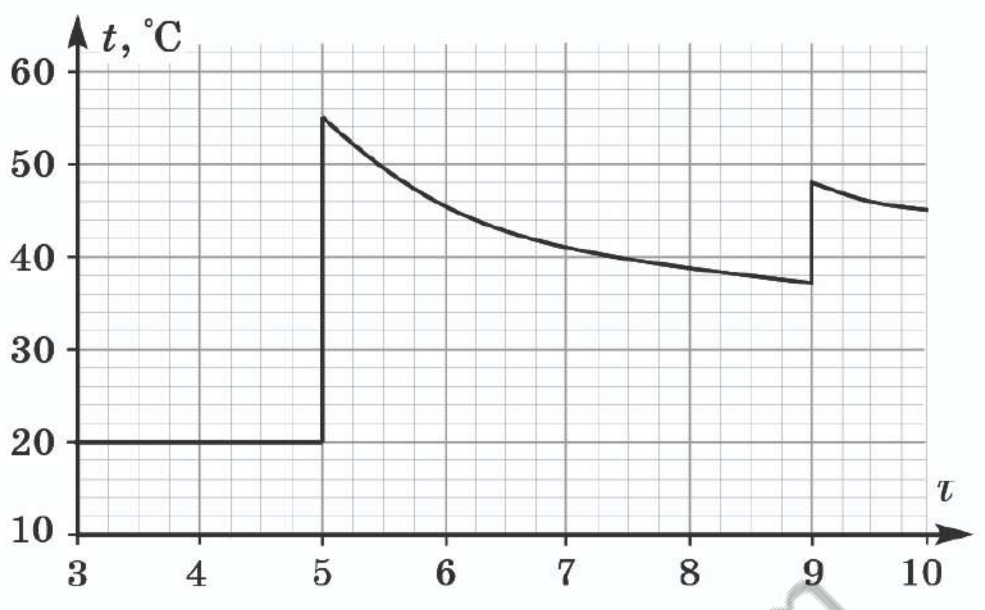
Ответ:

$$t_x = 43,3^\circ\mathrm{C}$$

3 [2.50] Постройте график зависимости температуры воды в баке от времени для интервала от 3τ до 10τ от начала заполнения стакана.

Заметим, что участки графика, соответствующие уменьшению температуры воды внутри периодов 4τ, не линейные, а являются участками гипербол. Искомый график имеет вид:

Ответ:



Решение

T Условие

S Решение

H Подсказки

M Разбалловка

E Материалы

\# Редактировать

1 12.00 Какова начальная температура ареометров в лаборатории Глюка?

А) Рассмотрим первый случай, когда температура ареометров t_0 выше, чем начальная температура жидкости. Тогда начальная температура жидкости (по графику) равна $21,5^\circ\mathrm{C}$, а установившаяся в результате теплообмена с ареометром – $26,5^\circ\mathrm{C}$. Пусть $C_{ж}$ – теплоёмкость жидкости, $C_{а}$ – теплоёмкость ареометра. Запишем уравнение теплового баланса:

$$C_{ж}\cdot 5^\circ\mathrm{C}=C_a(t_0-26,5^\circ\mathrm{C}).$$

После опускания второго ареометра температура жидкости увеличивается и становится равной $27,4^\circ\mathrm{C}$. Запишем уравнение теплового баланса для двух ареометров:

$$C_{ж}(27,4^\circ\mathrm{C}-21,5^\circ\mathrm{C})=2C_a(t_0-27,4^\circ\mathrm{C}).$$

Отсюда:

$$\frac{5,9^\circ\mathrm{C}}{5^\circ\mathrm{C}}=\frac{2(t_0-27,4^\circ\mathrm{C})}{(t_0-26,5^\circ\mathrm{C})}\Rightarrow t_0=\frac{10\cdot 27,4^\circ\mathrm{C}-5,9\cdot 26,5^\circ\mathrm{C}}{10-5,9}=28,7^\circ\mathrm{C}.$$

Б) Рассмотрим второй случай, когда температура ареометров t_0 ниже, чем начальная температура жидкости. Тогда начальная температура жидкости равна $26,5^\circ\mathrm{C}$, а установившаяся в результате теплообмена с первым ареометром $21,5^\circ\mathrm{C}$. Запишем уравнение теплового баланса:

$$C_{ж}\cdot 5^\circ\mathrm{C}=C_a(21,5^\circ\mathrm{C}-t_0).$$

После опускания второго ареометра температура жидкости уменьшается и становится равной $20,5^\circ\mathrm{C}$. Запишем уравнение для двух ареометров:

$$C_{ж}(26,5^\circ\mathrm{C}-20,5^\circ\mathrm{C})=2C_a(20,5^\circ\mathrm{C}-t_0).$$

Отсюда:

$$\frac{6^\circ\mathrm{C}}{5^\circ\mathrm{C}}=\frac{2(20,5^\circ\mathrm{C}-t_0)}{(21,5^\circ\mathrm{C}-t_0)}\Rightarrow t_0=\frac{10\cdot 20,5^\circ\mathrm{C}-6\cdot 21,5^\circ\mathrm{C}}{10-6}=19^\circ\mathrm{C}.$$

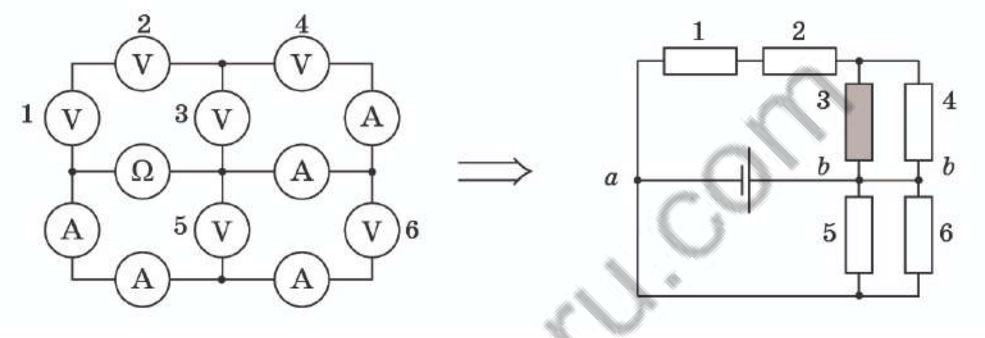
Ответ: $19^\circ\mathrm{C}$ или $28,7^\circ\mathrm{C}$

Решение

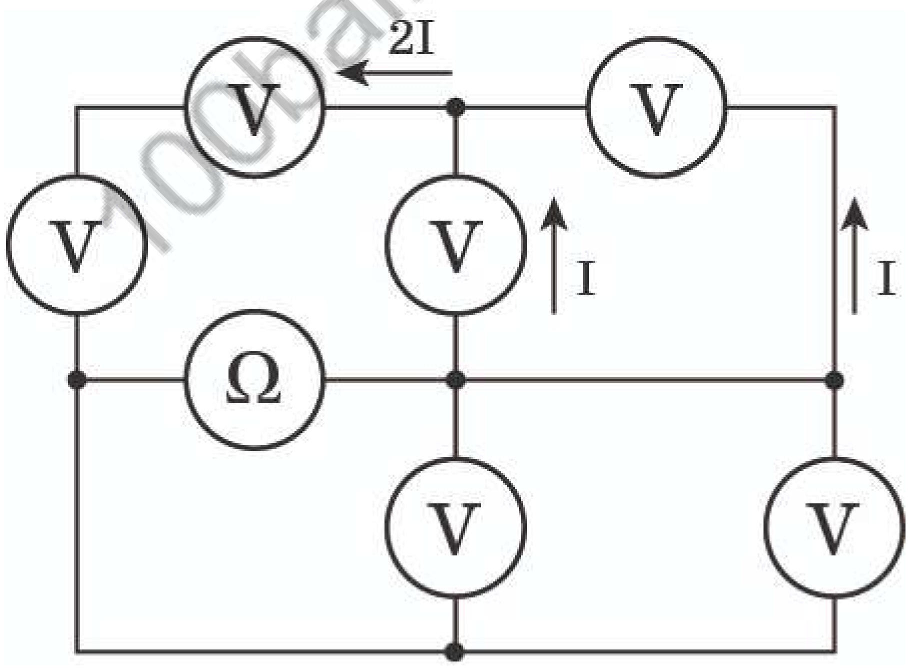
- Условие
- Решение
- Подсказки
- Разбалловка
- Материалы
- Редактировать

1 12.00 По известным показаниям вольтметра V_1 и амперметра A_1 ($U_1 = 1\text{В}$, $I_1 = 6\text{мкА}$) определите показания остальных приборов в электрической цепи, схема которой приведена на рисунке. Все вольтметры одинаковые и их сопротивления гораздо больше сопротивлений амперметров.

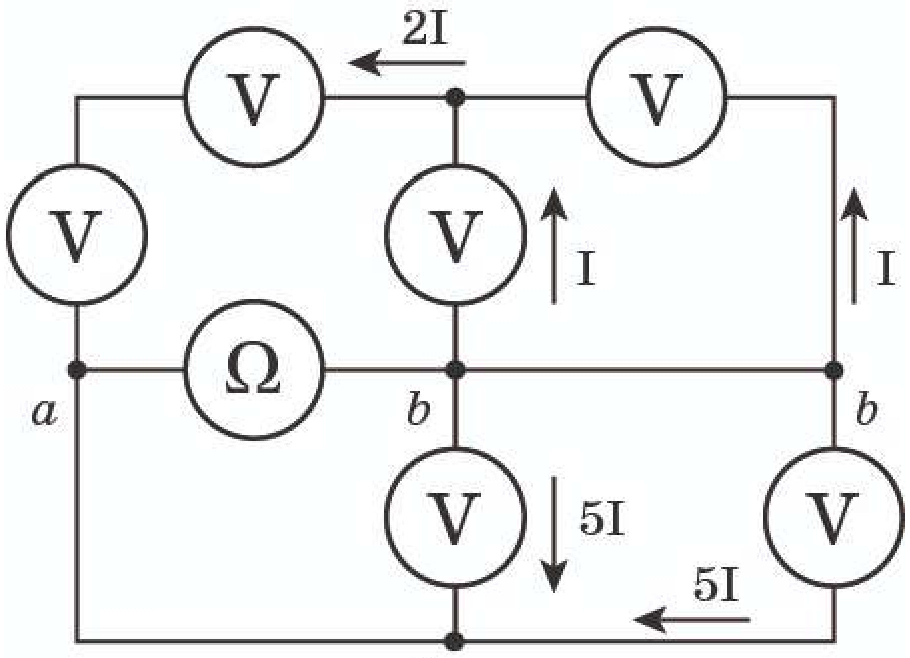
Роль источника тока в цепи выполняет омметр. Так как сопротивления амперметров малы и цепь не содержит контуров без вольтметров, величины токов во всех ветвях определяются сопротивлениями вольтметров, которые можно рассматривать как резисторы с сопротивлениями R_V.
Эквивалентная схема цепи может быть представлена так:



Здесь вольтметры обозначены как резисторы (цифрами 1, 2, 3, 4, 5 и 6 показано соответствие вольтметров резисторам), амперметры заменены идеальными проводниками, омметр обозначен как источник тока, выделены проводник, через который задан ток (bb), и вольтметр, на котором задано напряжение (№ 3).
Соотношения между силами тока в ветвях упрощенной схемы можно найти с помощью закона Ома и с учетом первого правила Кирхгофа.
Обозначим ток, текущий через вольтметр № 3, за I, тогда такой же ток будет течь и через вольтметр № 4, а через вольтметры № 1 и № 2, пойдет ток $2I$.

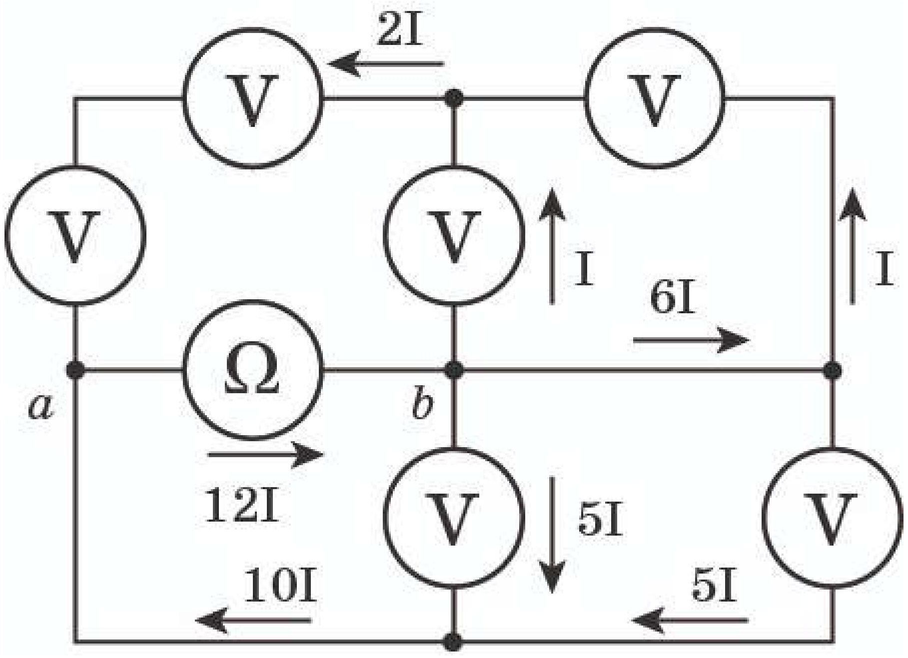


Так как напряжение между узлами b и а равно $5IR_V$, то через вольтметры № 5 и №6 пойдут токи по $5I$.

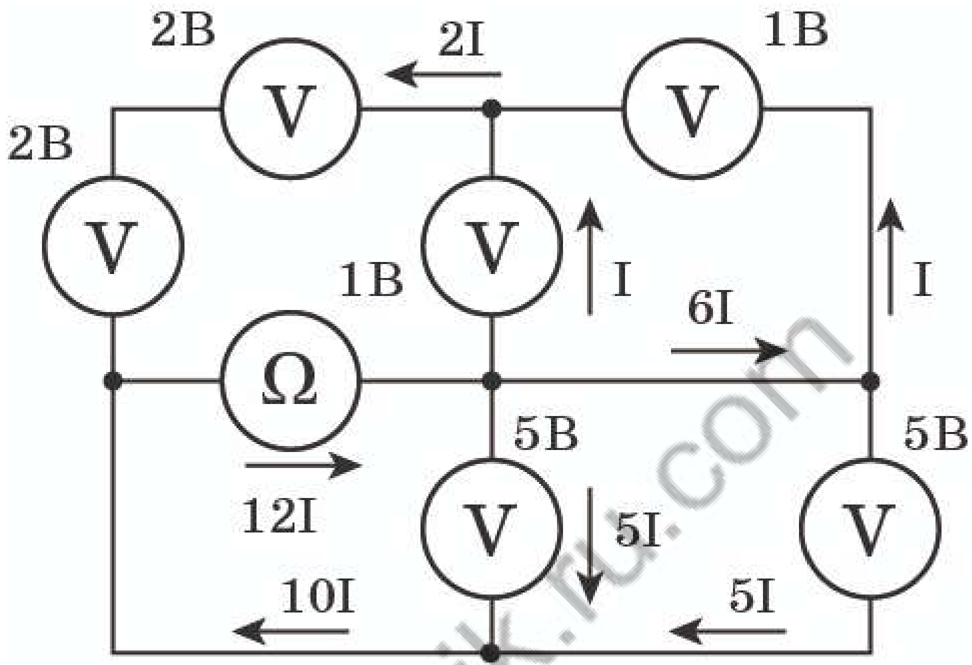


a

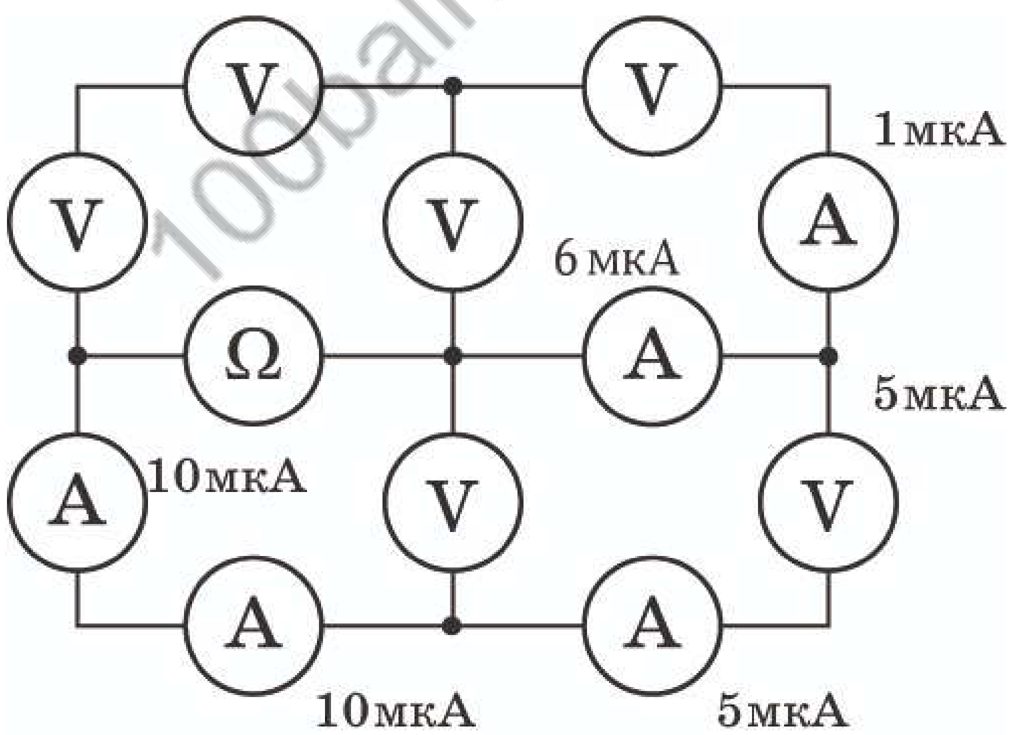
Применяя первое правило Кирхгофа, найдем оставшиеся токи через перемычки и омметр:



Из-за равенства сопротивлений показания вольтметров пропорциональны величинам сил токов, протекающих через них.



Аналогично, пропорциональны токам и показания амперметров.



Показания омметра можно найти, разделив напряжение на внешней цепи между узлами a и b, на силу тока, протекающего через омметр:

Ответ: $R_0 = 5\text{В}/12\text{мкА} = 417\text{кОм}$.

Решение

1 3.00 Определите массу m цепочки.

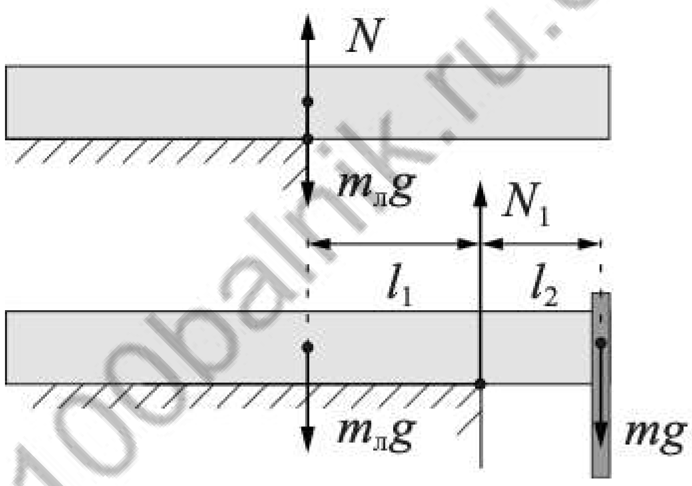
Измерим длину цепочки: $L = 1,0$м.

Определим массу листа формата А4.

a) Измерим размеры листа: $a = 29,7$см, $b = 21,0$см.
b) Рассчитаем площадь листа: $S = ab = 624$см^2.
c) Найдём массу листа: $m_л = \sigma S = 5,0$г.

Определим массу цепочки.

a) Из листа изготовим рычаг. Уравновешивая рычаг на краю стола, найдём положение его центра тяжести.
b) Подвесим цепочку на край рычага и найдём положение центра тяжести системы.



Запишем правило моментов относительно точки опоры: $m_л g l_1 = mg l_2$, где l_1 и l_2 — расстояния от центров тяжести рычага и цепочки до точки опоры.

d) Рассчитаем массу цепочки:

Ответ: $m = \frac{l_1}{l_2} m_л = \frac{91\text{мм}}{48\text{мм}} 5,0\text{г} = 9,5\text{г}$

2 3.00 Подвесьте цепочку на двух зубочистках, закрепленных на крышке стола, так, чтобы точки подвеса находились на одном уровне. Снимите зависимость угла α между цепочкой у точек крепления и горизонтом от расстояния l между точками подвеса (см. рисунок). Измерения проведите для диапазона значений l от 0 до 90 см.

Закрепим с помощью клейкой массы на краю стола транспортир и зубочистки, которые будут играть роль точек крепления цепочки.

Начальный участок цепочки почти прямой, и это облегчает считывание показаний с транспортира. Измерим значения углов α не менее чем для 11 значений l. Шаг изменения параметра l может быть постоянным, однако при малых значениях l угол изменяется незначительно, и шаг в этом случае можно выбрать больше. При $l > 60$см угол изменяется быстрее, и лучше промерить данный участок более детально.

Результаты заносим в таблицу:

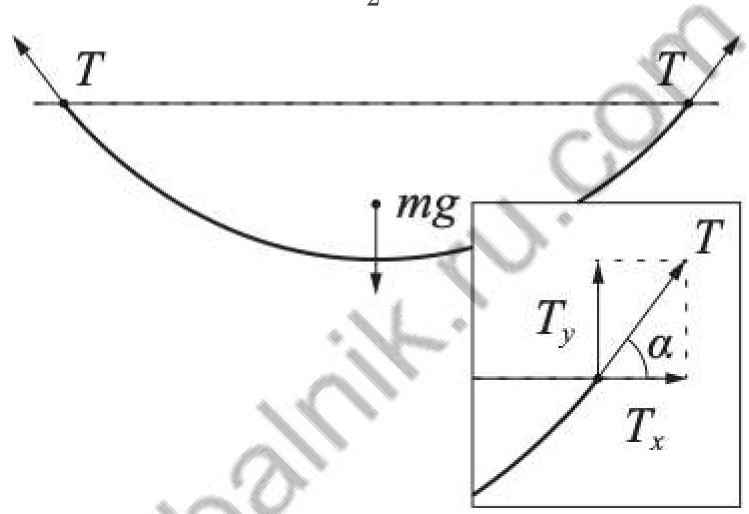
l, см	$\alpha, ^\circ$
0	90
10	88
20	86

l, см	α,°
30	84
40	81
50	76
55	73
60	70
65	67
70	64
75	60
80	55
85	48

3 4.00 Постройте график (формат А5) зависимости горизонтальной составляющей T_x силы натяжения цепочки в точке крепления от l.

В точке подвеса вертикальная составляющая силы натяжения равна $T_y = \dfrac{mg}{2}$, что следует из симметрии задачи и условия равновесия всей цепочки. Тогда, с учётом того, что сила натяжения направлена по касательной к цепочке, получим:

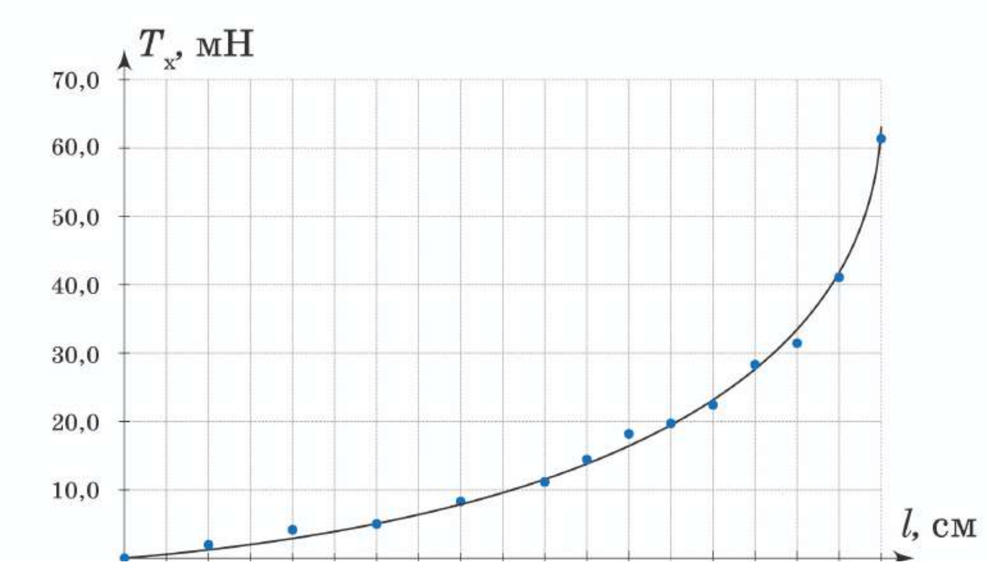
$$T_x = \frac{mg}{2}\mathrm{ctg}(\alpha)$$



Дополняем таблицу измерений:

l, см	α,°	$\mathrm{ctg}(\alpha)$	T_x, мН
0	90	0,00	0,0
10	88	0,03	1,6
20	86	0,07	3,3
30	84	0,11	4,9
40	81	0,16	7,4
50	76	0,25	12,0
55	73	0,31	14,0
60	70	0,36	17,0
65	67	0,42	20,0
70	64	0,49	23,0
75	60	0,58	27,0
80	55	0,70	33,0
85	48	0,90	42,0
90	37	1,30	62,0

По данным таблицы построим график $T_x(l)$:

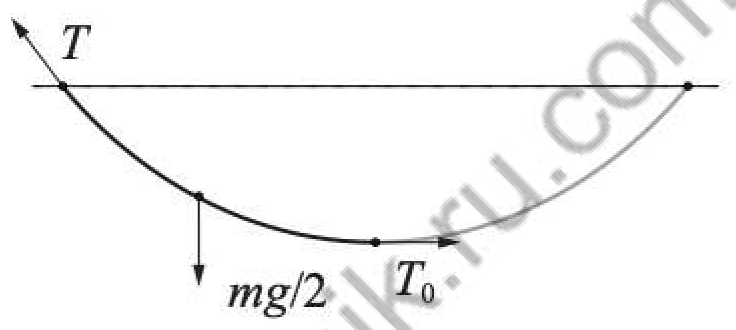


4 [3.00] Определите какую минимальную работу A нужно совершить, чтобы увеличить расстояние между точками подвеса цепочки от 0 до 50 см.

Работа A по увеличению расстояния между точками подвеса пропорциональна площади под графиком $T_x(l)$ в диапазоне от $l = 0\text{см}$ до $l = 50\text{см}$.

Ответ: $A \approx 2,3\text{мДж}$

5 [2.00] Силу натяжения цепочки в нижней точке.



Зафиксируем расстояние между точками подвеса $l = 85\text{см}$. Рассмотрим условие равновесия половины цепочки (см. рис). Из равенства нулю суммы проекций сил на горизонтальное направление, следует, что сила натяжения в нижней точке $T_0 = T_x$.

Ответ: $T_0 \approx 42\text{мН}$

6 [4.00] Расстояние $h_ц$ по высоте от центра тяжести цепочки до уровня точек подвеса.

Найдём положение центра тяжести цепочки. Заметим, что если один из концов цепочки закрепить, а другой равномерно перемещать в горизонтальном направлении, то работа внешней силы пойдёт на увеличение потенциальной энергии цепочки, то есть $A_{внеш} = mg\Delta h$, где Δh – изменение высоты центра тяжести цепочки.

a) Легко найти положение центра тяжести при $\alpha = 90^\circ (l = 0)$: он будет находиться на расстоянии $L/4 = 25\text{см}$ ниже точки подвеса.
b) Работа внешней силы пропорциональна площади под графиком $T_x(l)$ на участке от $l = 0\text{см}$ до $l = 85\text{см}$. Площадь можно посчитать по клеточкам: $A_{внеш} \approx 10\text{мДж}$.

c) Расстояние от уровня точек подвеса до центра тяжести оказывается равным:

Ответ: $h_ц = \dfrac{L}{4} - \dfrac{A_{внеш}}{mg} \approx 14\text{см}$

7 [1.00] Расстояние h по высоте от центра тяжести цепочки до уровня точек подвеса, если цепочку натянуть, потянув вниз за середину как показано на рисунке.

Если потянуть середину цепочки вниз, то она примет форму двух боковых сторон равнобедренного треугольника. Центр тяжести будет располагаться на середине высоты данного треугольника. Её можно измерить непосредственно (хотя это и не очень удобно), или посчитать по теореме Пифагора:

Ответ: $h = \dfrac{1}{2}\sqrt{(L/2)^2 - (l/2)^2} \approx 13\text{см}$

2020 -- We are what they grow beyond.

Решение

T Условие

S Решение

H Подсказки

M Разбалловка

E Материалы

\# Редактировать

1 15.00 Снимите и изобразите на одном графике (формат А5) участки ВАХ диода для 4-х температур из диапазона $20^\circ\mathrm{C} - 60^\circ\mathrm{C}$ (для каждой ВАХ достаточно получить 5 точек в интервале токов от 5мА до 15мА).

Сопротивления резисторов магазина измеряются омметром. $R_{BC} = 5,0\text{Ом}, R_{CD} = 10\text{Ом}, R_{DE} = 20\text{Ом}, R_{EF} = 40\text{Ом}, R_{FG} = 80\text{Ом}$(в разных установках величины сопротивлений могут отличаться от указанных в пределах 10 %).

Для снятия ВАХ необходимо подключить диод в прямом направлении к контакту A и контактам C, D, E, F или G магазина сопротивлений. Дополнительные точки ВАХ в интересующем диапазоне могут быть получены при соединении проводом различных контактов магазина.

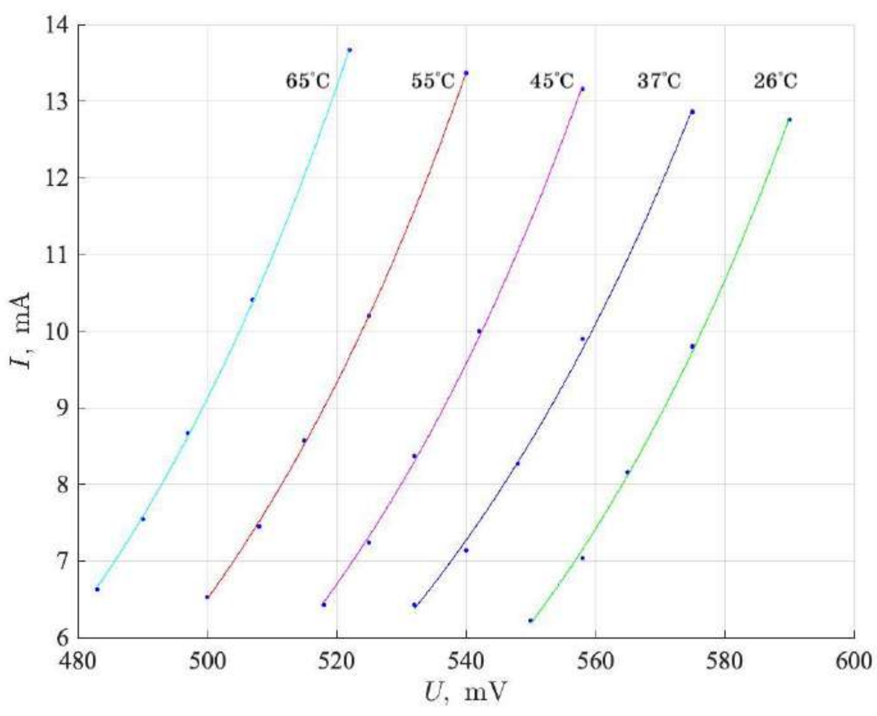
Снять 5 точек ВАХ в пределах от 5 до 15мА, можно, например, при величинах сопротивлений магазина: $75\text{Ом}, 95\text{Ом}, 115\text{Ом}, 135\text{Ом}, 155\text{Ом}$. Напряжение измеряется вольтметром непосредственно на контактах, к которым подключен диод. Сила тока рассчитывается через напряжение на одном из последовательно включенных резисторов. В данном решении измерялось напряжение на резисторе $R_{CD} = 9,8\text{Ом}$.

За время измерения одной ВАХ температура в термостате изменяется не более чем на $1^\circ\mathrm{C}$, и этим можно пренебречь. Для увеличения скорости остывания системы в интервале между измерениями пластиковый стакан можно внимать из пенопластового стакана, но на время снятия ВАХ первоначальную конструкцию термостата необходимо восстанавливать.

В данном решении ВАХ снимались при $65, 55, 45, 37$ и $26\ ^\circ\mathrm{C}$. В таблице представлены полученные результаты. Условные обозначения: U – напряжение на диоде, I – сила тока через диод.

$T = 26$ °C	U_d, мВ	550	590	565	575	558
	U_r, мВ	61	125	80	96	69
	I, мА	6,22	12,76	8,16	9,80	7,04
$T = 37$ °C	U_d, мВ	530	575	548	558	540
	U_r, мВ	62	126	81	97	70
	I, мА	6,33	12,86	8,27	9,90	7,14
$T = 45$ °C	U_d, мВ	518	558	532	542	525
	U_r, мВ	63	129	82	98	71
	I, мА	6,43	13,16	8,37	10,00	7,24
$T = 55$ °C	U_d, мВ	500	540	515	525	508
	U_r, мВ	64	131	84	100	73
	I, мА	6,53	13,37	8,57	10,20	7,45
$T = 65$ °C	U_d, мВ	483	522	497	507	490
	U_r, мВ	65	134	85	102	74
	I, мА	6,63	13,67	8,67	10,41	7,55

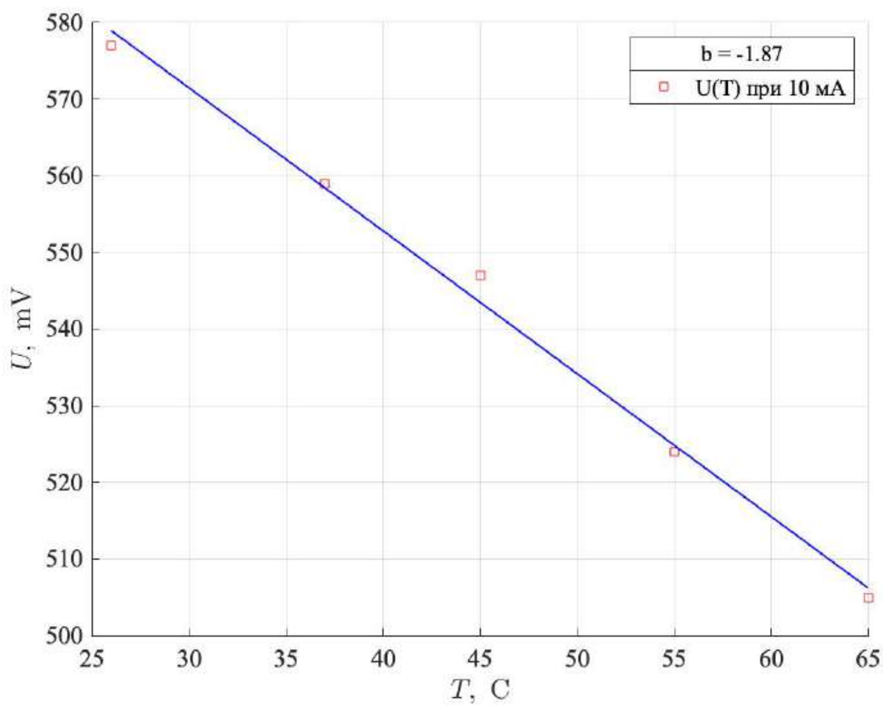
На рисунке представлены фрагменты пяти ВАХ при разных температурах (слева-направо уменьшение температуры).



2 3.50 По результатам измерений постройте график (формат А5) зависимости напряжения на диоде U_x от температуры T при силе тока $I_x = 10\text{мА}$.

Из графиков находим напряжение на диоде при токе $I = 10\text{мА}$.

$T,\ ^\circ\text{C}$	26	37	45	55	65
U_{10}, мВ	577	559	547	524	505



3 [1.50] По графику зависимости $U_x(T)$ определите ТКН диода.

По графику зависимости $U_x(T)$ находим $\eta = -1,87\text{мВ}/^\circ\text{C}$, что согласуется со справочными данными для кремниевых полупроводниковых диодов.

Ответ: $\eta = -1,87\text{мВ}/^\circ\text{C}$