

**МОСКОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2020-2021 УЧ. Г.
ЗАОЧНЫЙ ЭТАП. РОБОТОТЕХНИКА
5–6 КЛАССЫ**

Разбор заданий

Задача № 1 (10 баллов)

При решении задачи робот должен перемещать по полигону объекты – прямоугольные параллелепипеды двух типов – высотой 7 см и 15 см. В комплект для полигона входят 7 низких объектов и 4 высоких. Всего есть 10 позиций, на которых по итогам жеребьёвки может быть установлен либо один из объектов, либо данная позиция может быть оставлена пустой. Объекты установлены на поле вдоль одной линии, при этом расстояния между двумя соседними позициями объектов одинаковые.

Для определения высоты объектов Саша решил использовать два датчика расстояния, расположив их на высоте 5 см и 10 см от поверхности полигона. Датчики расположены горизонтально и направлены в одну сторону. Саша так подобрал скорость робота, чтобы тот за 2 с перемещался от одного объекта до другого. Робот стартует, находясь напротив первой позиции.

Во время пробной попытки робот получил следующие данные с датчиков:

Время (с)	1	2	3	4	5	6	7
Показания нижнего датчика (мм)	30	1683	35	1683	40	1682	34
Показания верхнего датчика (мм)	1678	1675	32	1674	34	1673	1640

Время (с)	8	9	10	11	12	13	14
Показания нижнего датчика (мм)	1679	41	1675	1670	1664	43	1662
Показания верхнего датчика (мм)	1671	1668	1665	1661	1658	36	1653

Время (с)	15	16	17	18	19	20	21
Показания нижнего датчика (мм)	41	1651	44	1658	47	1654	1647
Показания верхнего датчика (мм)	1664	1648	37	1645	1658	1643	1639

Определите, в каком порядке стояли объекты на поле, если робот во время попытки ехал слева направо. В ответе укажите последовательность *из десяти* цифр без пробелов и разделителей, закодировав объекты следующим образом:

Объект	Обозначающая объект цифра
Маленький объект	1
Большой объект	2
Объект отсутствует	0

Например, 1200000021.

Решение

Проанализируем показания с датчиков. Если на показаниях будет небольшое расстояние до объекта, значит, около этого датчика есть объект.

Если около верхнего датчика есть объект, то это большой объект.

Если около нижнего датчика есть объект, а около верхнего нет объекта, то это маленький объект.

Если около нижнего датчика нет объекта, то это означает отсутствие объекта.

Так как по условию робот тратит на проезд между местами установки объектов 2 с и стартует напротив первого объекта, то нас интересуют только первые 10 нечётных позиций.

Время (с)	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
Показания нижнего датчика (мм)	30	35	40	34	41	1670	43	41	44	47
Показания верхнего датчика (мм)	1678	32	34	1640	1668	1661	36	1664	37	1658

Мы получили следующую последовательность:

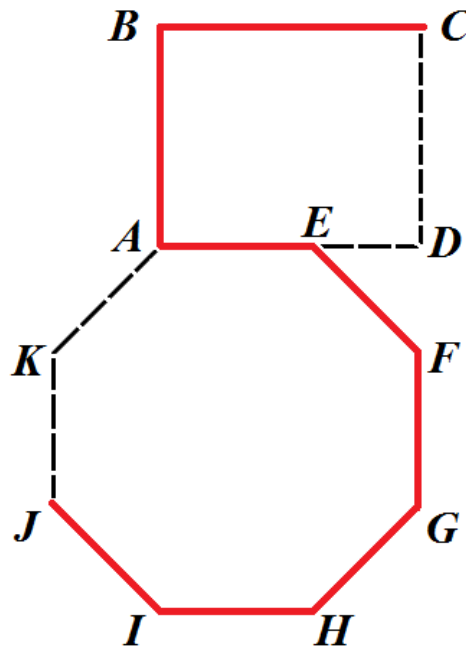
низкий, высокий, высокий, низкий, низкий, отсутствует, высокий, низкий, высокий, низкий.

Закодируем полученную последовательность с помощью цифр и получим ответ.

Ответ: 1221102121

Задача № 2 (15 баллов)

Робот-чертёжник движется по ровной горизонтальной поверхности и наносит на неё изображение (см. *траекторию*) при помощи кисти, закреплённой посередине между колёс.



Траектория

Траектория представляет собой ломаную линию $СВАЕFGHIJ$, составленную из отрезков правильного восьмиугольника $AEFGHIJK$ и прямоугольника $ABCD$. Точка E лежит на отрезке AD .

Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, расстояние между центрами колёс составляет 24 см, радиус колеса робота 8 см.

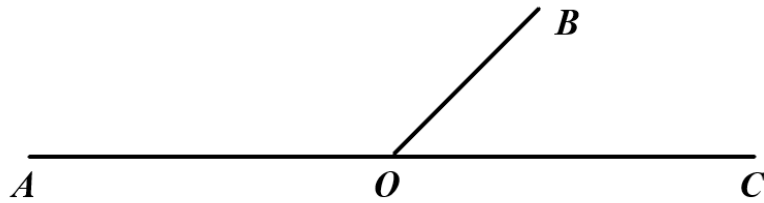
Все повороты робот должен совершать на месте, вращая колёса с одинаковой скоростью в противоположных направлениях. Из-за крепления кисти робот не может ехать назад.

Определите, на какой минимальный суммарный угол должен повернуться робот, чтобы начертить данную фигуру.

Ответ дайте в градусах, при необходимости округлив полученный результат до целых. В ответ запишите только число.

Справочная информация

Два угла, у которых одна сторона общая, а две другие являются продолжениями друг друга, называются смежными (см. чертёж). Сумма смежных углов равна 180° .



На данном чертеже изображены смежные углы $\angle AOB$ и $\angle BOC$.

$$\angle AOB + \angle BOC = 180^\circ$$

Выпуклый многоугольник называется правильным, если у него все стороны и все углы равны. Вычислить сумму углов выпуклого многоугольника можно по формуле:

$$\Sigma = (n - 2) \times 180^\circ.$$

В этой формуле n – число углов многоугольника.

Решение

Угол правильного восьмиугольника равен:

$$(8 - 2) \times 180^\circ : 8 = 135^\circ$$

Угол поворота при проезде по одному углу восьмиугольника равен:

$$180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

Робот совершит 5 поворотов по восьмиугольнику:

$$5 \times 45^\circ = 225^\circ$$

Угол поворота при проезде по одному углу прямоугольника равен:

$$180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

Робот совершит 2 поворота по прямоугольнику:

$$2 \times 90^\circ = 180^\circ$$

Суммарный минимальный угол поворота робота будет равен:

$$225^\circ + 180^\circ = 405^\circ$$

Ответ: 405

Задача № 3 (10 баллов)

Робот-чертёжник движется по ровной горизонтальной поверхности и наносит на неё изображение (см. *схему поля*) при помощи кисти, закреплённой в центре колёсной базы.

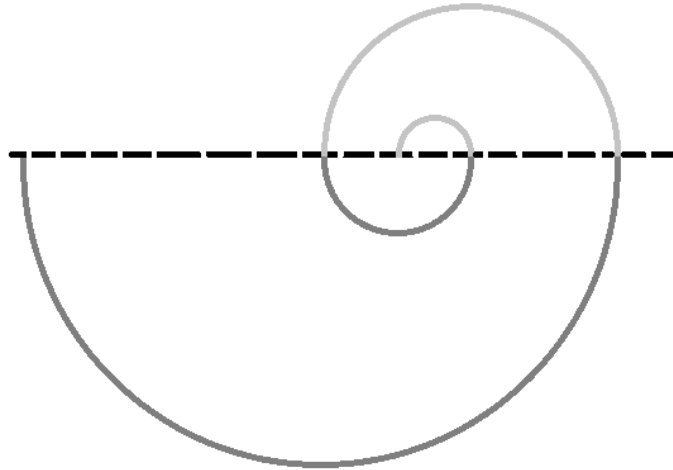


Схема поля

Данное изображение (траектория) составлено из полуокружностей, радиус каждой из которых больше в 2 раза по сравнению с предыдущей. Диаметр самой маленькой из полуокружностей равен 1 м.

Определите, чему равна длина траектории. При расчётах примите $\pi \approx 3$. Ответ дайте в сантиметрах, при необходимости округлив результат до целых. В ответ запишите только число.

Решение

Переведём диаметр самой маленькой полуокружности из метров в сантиметры:

$$1 \text{ м} = 100 \text{ см}$$

Посчитаем радиус самой маленькой окружности:

$$r = d : 2 = 100 : 2 = 50 \text{ (см)}$$

Так как мы знаем, что радиус каждой следующей окружности в 2 раза больше, чем у предыдущей, то мы можем записать:

$$L = \pi \times r + \pi \times 2r + \pi \times 2 \times 2r + \pi \times 2 \times 2 \times 2r = \pi r + 2\pi r + 4\pi r + 8\pi r = 15\pi r = 15 \times 3 \times 50 = 2250 \text{ (см)}$$

Ответ: 2250

Задача № 4 (10 баллов)

На одном из этапов трассы робот должен проехать по транспортёрной ленте до кольца в конце конвейера, захватить кольцо, развернуться и вернуться в начало этапа по той же транспортёрной ленте. Скорость транспортёрной ленты равна 5 см/с, относительно ленты робот движется со скоростью 120 дм/мин. Длина конвейера равна 6 м. Сколько времени в секундах потратит робот на проезд по транспортёрной ленте туда и обратно? Временем на разворот и захват кольца можно пренебречь. В ответ запишите только число.

Решение

Переведём длину транспортёрной ленты в сантиметры:

$$6 \text{ м} = 600 \text{ см}$$

Переведём скорость ленты в см/с:

$$120 \frac{\text{дм}}{\text{мин}} = 120 \frac{\text{дм}}{\text{мин}} \times \frac{10 \text{ см}}{\text{дм}} \times \frac{\text{мин}}{60 \text{ с}} = 20 \frac{\text{см}}{\text{с}}$$

Посчитаем время, за которое робот проедет путь туда и обратно по транспортёрной ленте, учтя, что поскольку робот один раз поедет по направлению движения ленты и один раз против движения ленты, то нам не важно, в каком направлении движется лента:

$$\frac{600}{20 - 5} + \frac{600}{20 + 5} = \frac{600}{15} + \frac{600}{25} = 40 + 24 = 64 \text{ (с)}$$

Ответ: 64

Задача № 5 (15 баллов)

Роботы Альфа, Бета, Гамма и Дельта преодолевают одну и ту же трассу на скорость. На каждом из роботов установлен разный набор датчиков и разное количество колёс. У одного робота 2 колеса, у другого – 3 колеса, у следующего – 4 колеса и у ещё одного – 6 колёс. На одном роботе 1 датчик линии, на другом – 2 датчика линии, на следующем – 1 ультразвуковой датчик и на ещё одном – 2 ультразвуковых датчика.

Известно следующее:

- На роботах Альфа и Бета нет ультразвуковых датчиков.
- У робота Гамма больше четырёх колёс.
- На роботе Гамма больше датчиков, чем на роботе Дельта.
- Робот с четырьмя колёсами занял второе место.
- Робот с одним ультразвуковым датчиком занял первое место.
- На роботе с тремя колёсами установлен только один датчик линии.
- У робота Альфа больше датчиков, чем у робота Бета.
- Робот с одним датчиком линии занял место выше четвёртого.

Основываясь на приведённых выше данных, определите, в каком порядке финишировали роботы.

В ответе запишите последовательность первых букв названий роботов без разделителей, например АБГД.

Решение

Для решения данной задачи воспользуемся табличным методом, сведя все имеющиеся данные в таблицы.

	2 колеса	3 колеса	4 колеса	6 колёс
Альфа				-
Бета				-
Гамма	-	-	-	+
Дельта				-

	1 датчик линии	1 датчик у/зв.	2 датчика линии	2 датчика у/зв.
Альфа	-	-	+	-
Бета	+	-	-	-
Гамма	-	-	-	+
Дельта	-	+	-	-

Московская олимпиада школьников 2020-2021 уч. г. Заочный этап. Робототехника
5–6 классы
Разбор заданий

	1 место	2 место	3 место	4 место
Альфа				
Бета				
Гамма				
Дельта				

	2 колеса	3 колеса	4 колеса	6 колёс
1 датчик линии	-	+	-	-
1 датчик у/зв.		-		-
2 датчика линии		-		-
2 датчика у/зв.	-	-	-	+

	1 место	2 место	3 место	4 место
1 датчик линии	-			-
1 датчик у/зв.	+	-	-	-
2 датчика линии	-			
2 датчика у/зв.	-			

	1 место	2 место	3 место	4 место
2 колеса		-		
3 колеса		-		
4 колеса	-	+	-	-
6 колёс		-		

Сопоставив имеющиеся данные, получим:

	2 колеса	3 колеса	4 колеса	6 колёс
Альфа	-	-	+	-
Бета	-	+	-	-
Гамма	-	-	-	+
Дельта	+	-	-	-

Московская олимпиада школьников 2020-2021 уч. г. Заочный этап. Робототехника
5–6 классы
Разбор заданий

	1 датчик линии	1 датчик у/зв.	2 датчика линии	2 датчика у/зв.
Альфа	-	-	+	-
Бета	+	-	-	-
Гамма	-	-	-	+
Дельта	-	+	-	-

	1 место	2 место	3 место	4 место
Альфа	-	+	-	-
Бета	-	-	+	-
Гамма	-	-	-	+
Дельта	+	-	-	-

	2 колеса	3 колеса	4 колеса	6 колёс
1 датчик линии	-	+	-	-
1 датчик у/зв.	+	-	-	-
2 датчика линии	-	-	+	-
2 датчика у/зв.	-	-	-	+

	1 место	2 место	3 место	4 место
1 датчик линии	-	-	+	-
1 датчик у/зв.	+	-	-	-
2 датчика линии	-	+	-	-
2 датчика у/зв.	-	-	-	+

	1 место	2 место	3 место	4 место
2 колеса	+	-	-	-
3 колеса	-	-	+	-
4 колеса	-	+	-	-
6 колёс	-	-	-	+

Ответ: ДАБГ

Задача № 6 (10 баллов)

У Кати есть шестерёнки трёх типов (см. *таблицу шестерёнок*).

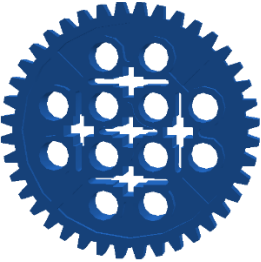


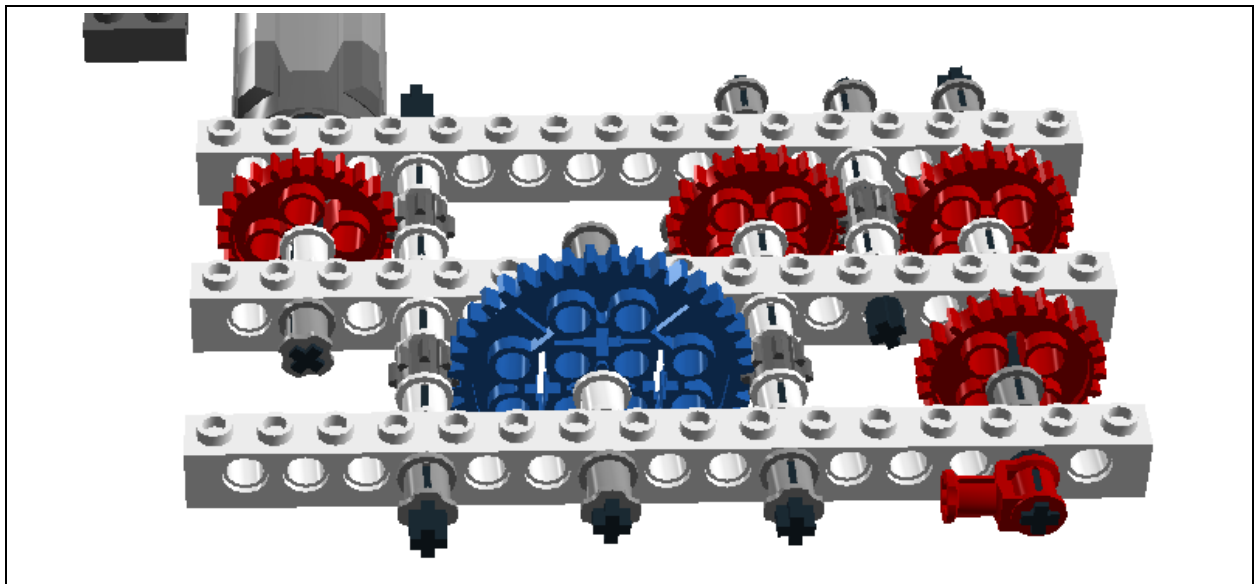
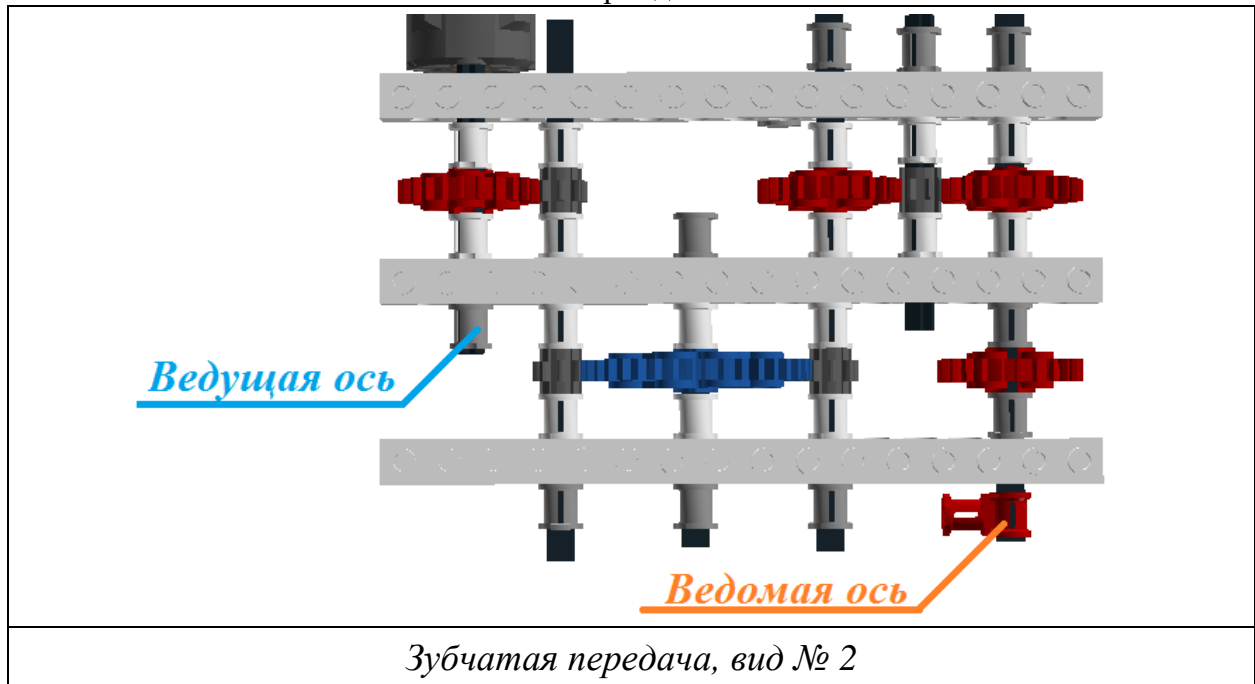
№ п/п	Внешний вид	Количество зубьев
1		40
2		24
3		8

Таблица шестерёнок

Она собрала из них зубчатую передачу (см. *зубчатую передачу, вид № 1* и *зубчатую передачу, вид № 2*).



Зубчатая передача, вид № 1



Катя написала программу, при выполнении которой ведомая ось совершает 1 оборот в секунду.

Сколько оборотов в минуту делает ведущая ось? В ответ запишите только число.

Решение

Переведём скорость вращения ведомой оси в обороты в минуту:

$$1 \text{ об/с} = 60 \text{ об/мин}$$

Составим уравнение:

$$60 = \frac{24}{8} \times \frac{8}{8} \times \frac{24}{24} \times x$$
$$3x = 60$$
$$x = 20$$

Ответ: 20

Задача № 7 (15 баллов)

Оля взяла двухметровую балку и нанесла на неё разметку, тем самым разделив её на восемь равных частей. К балке она прикрепила шарики (см. *схему украшения*) и подвесила получившийся объект на прочной струне к потолку. Через некоторое время балка заняла горизонтальное положение.

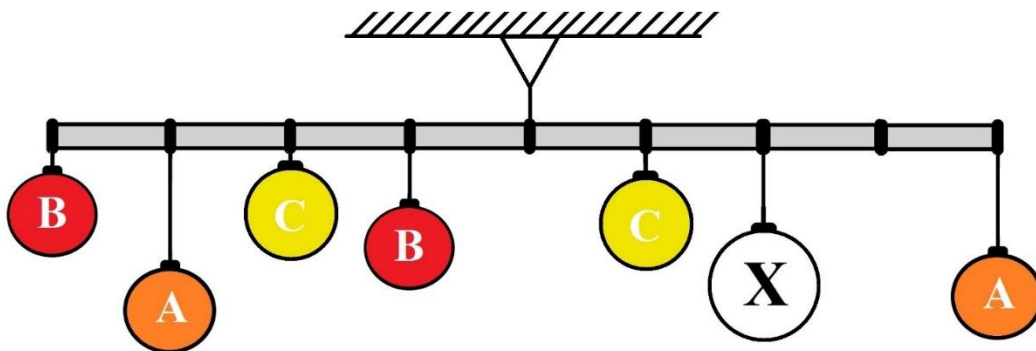


Схема украшения

Для создания украшения Оля использовала следующие шарики (см. *типы шариков*).

<i>Типы шариков</i>		
№ п/п	Буквенное обозначение шарика на схеме	Масса шарика (г)
1	А	300
2	В	200
3	С	400
4	Х	?

При решении считайте, что балка невесомая и нерастяжимая. Определите, чему равна суммарная масса всех шариков, подвешенных к балке. Ответ дайте в граммах. В ответ запишите только число.

Решение

Равновесие данной системы основано на принципе равновесия рычага. Обозначим за x искомую массу шарика. Так как по условию задачи балка разбита на равные части, то мы можем пренебречь её длиной, учитывая только соотношения частей.

Составим уравнение равновесия рычага, опустив в записи ускорение свободного падения:

$$4 \times 200 + 3 \times 300 + 2 \times 400 + 1 \times 200 = 1 \times 400 + 2x + 4 \times 300$$

Упростим полученное уравнение и решим его:

$$5 \times 200 - 1 \times 300 + 1 \times 400 = 2x$$

$$2x = 1100$$

$$x = 550$$

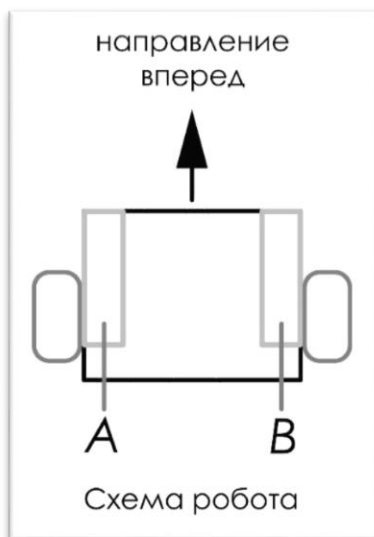
Вычислим суммарную массу шариков, подвешенных на балке:

$$2 \times 300 + 2 \times 200 + 2 \times 400 + 550 = 2350 \text{ (г)}$$

Ответ: 2350

Задача № 8 (15 баллов)

Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, радиус каждого из колёс робота равен 5 см. Левым колесом управляет мотор *A*, правым колесом управляет мотор *B*. Колёса напрямую подсоединены к моторам (см. *схему робота*).



Робот проехал участок прямолинейной трассы. При этом оси моторов робота повернулись на 2880° .

Расстояние между центрами колёс робота равно 20 см. Масса робота равна 2 кг. При расчётах примите $\pi \approx 3$.

Определите, какой длины был прямолинейный участок трассы. Ответ дайте в сантиметрах. В ответ запишите только число.

Решение

Определим количество оборотов, которое сделало каждое из колёс робота за время проезда по прямолинейному участку трассы:

$$2880^\circ : \frac{360^\circ}{1 \text{ об}} = 8(\text{об})$$

Определим, на какое расстояние переместился робот:

$$8 \times 2 \times \pi \times 5 = 8 \times 2 \times 3 \times 5 = 240 \text{ (см)}$$

Ответ: 240

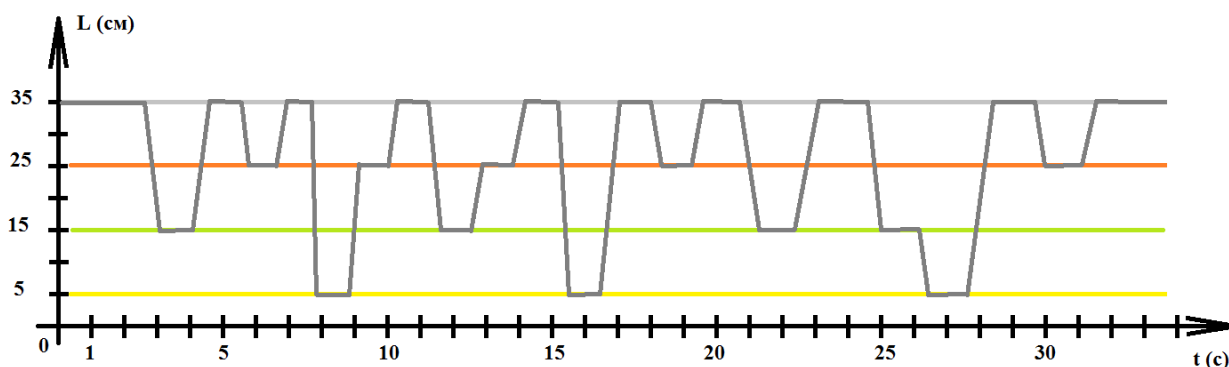
МОСКОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2020-2021 УЧ. Г.
ЗАОЧНЫЙ ЭТАП. РОБОТОТЕХНИКА
7–8 КЛАССЫ
Разбор заданий

Задача № 1 (10 баллов)

При решении задачи робот должен перемещать по полигону объекты – прямоугольные параллелепипеды трёх типов. Объекты отличаются только высотой. На поле установили вдоль одной линии 12 объектов.

Для определения высоты объектов Саша решил использовать ультразвуковой датчик, расположив его так, чтобы он был направлен перпендикулярно поверхности полигона на высоте 350 мм над поверхностью полигона.

Во время пробной попытки робот получил следующие данные с датчика:



Определите, в каком порядке стояли объекты на поле, если робот во время попытки ехал слева направо, от первого объекта к последнему. В ответе укажите последовательность *из двенадцати* цифр без пробелов и разделителей, закодирав объекты следующим образом:

Объект	Обозначающая объект цифра
Маленький объект	1
Средний объект	2
Большой объект	3

Например, 123321123321.

Решение

Проанализируем показания датчика.

Если датчик показывает небольшое расстояние до объекта (5 см), значит, под ним есть высокий объект.

Если датчик показывает среднее расстояние до объекта (15 см), значит, под ним есть средний объект.

Если датчик показывает небольшое расстояние до объекта (25 см), значит, под ним есть низкий объект.

Если датчик показывает расстояние до объекта 35 см, значит, под ним нет объекта.

Проанализировав таким образом график, получим, что объекты расположены следующим образом:

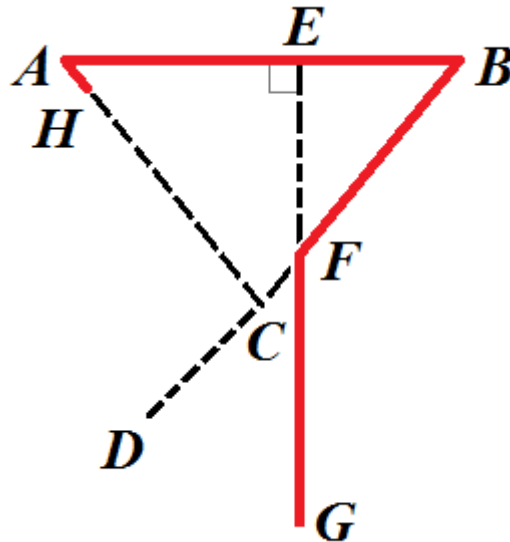
средний, низкий, высокий, низкий, средний, низкий, высокий, низкий, средний, средний, высокий, низкий.

Закодируем полученную последовательность с помощью цифр и получим ответ.

Ответ: 213121312231

Задача № 2 (15 баллов)

Робот-чертёжник движется по ровной горизонтальной поверхности и наносит на неё изображение (см. *траекторию*) при помощи кисти, закреплённой посередине между колёс.



Траектория

Траектория представляет собой ломаную линию $HABFG$. Точка H лежит на отрезке AC , $AC = 9 AH$, точки D, C, F, B лежат на одной прямой, $GE \perp AB$, $FB = 4 CF$, $AC = CB = 2$ м, $\angle DCA = 100^\circ$.

Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, расстояние между центрами колёс составляет 20 см, радиус колеса робота 5 см.

Все повороты робот должен совершать на месте, вращая колёса с одинаковой скоростью в противоположных направлениях. Из-за крепления кисти робот не может ехать назад.

Определите, на какой минимальный суммарный угол должен повернуться робот, чтобы начертить данную фигуру. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$.

Ответ дайте в градусах, при необходимости округлив результат до целых. В ответ запишите только число.

Решение

Треугольник ABC – равнобедренный.

$\angle DCA = 100^\circ$, внешний угол треугольника

$$\angle A = \angle B = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$$

$$\angle EFB = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

Угол поворота робота будет равен:

$$180^\circ - 50^\circ + 180^\circ - 50^\circ + 40^\circ = 300^\circ$$

Ответ: 300

Задача № 3 (10 баллов)

Роботы соревнуются в гонках по линии. Трасса имеет вид эллипса (см. схему трассы).

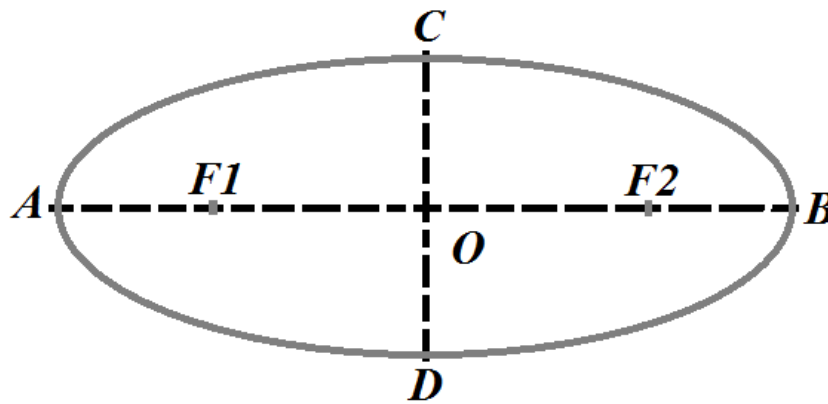


Схема трассы

По регламенту роботы должны стартовать в точке A , проехать всю трассу 5 раз, после чего доехать до точки B и финишировать в ней.

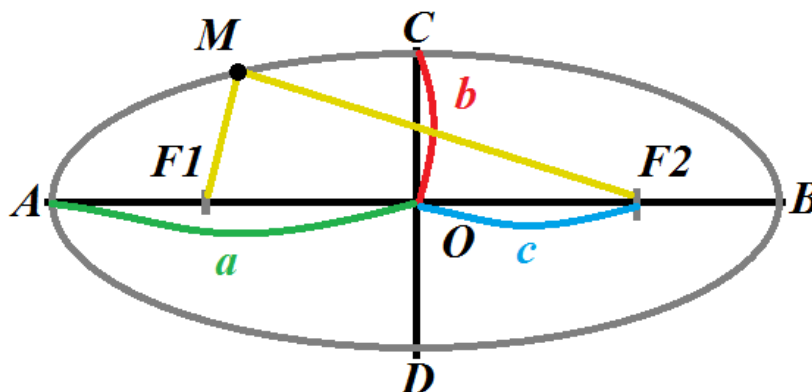
Известно, что $CD = 2$ м, коэффициент сжатия эллипса равен $\frac{1}{3}$.

Определите длину пути, который должен преодолеть робот по трассе. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Ответ дайте в сантиметрах, округлив результат до целых. В ответ запишите только число.

Справочная информация

Эллипс – это геометрическое место точек плоскости, для которых сумма расстояний до двух данных точек F_1 и F_2 (называемых фокусами) постоянна и больше расстояния между фокусами, т. е.

$$|MF_1| + |MF_2| = 2a, \text{ причём } |F_1F_2| < 2a.$$



Проходящий через фокусы эллипса отрезок AB , концы которого лежат на эллипсе, называется большой осью эллипса.

Отрезок CD , перпендикулярный большой оси эллипса, проходящий через центральную точку большой оси, концы которого лежат на эллипсе, называется малой осью эллипса.

Точка пересечения большой и малой осей эллипса называется его центром.

Отрезки, проведённые из центра эллипса к вершинам на большой и малой осях, называются, соответственно, большой полуосью и малой полуосью эллипса и обозначаются a и b .

Расстояние $c = \frac{|F_1F_2|}{2}$ называется фокальным расстоянием.

Величина $e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$ называется эксцентриситетом.

Отношение длин малой и большой полуосей называется коэффициентом сжатия эллипса, или эллиптичностью, $k = \frac{b}{a}$.

Периметр эллипса можно приближённо вычислить по следующей формуле:

$$L \approx 4 \times \frac{\pi ab + (a - b)^2}{a + b}$$

Решение

Посчитаем параметры эллипса – длины полуосей:

$$b = \frac{CD}{2} = \frac{2 \text{ м}}{2} = 1(\text{м})$$

$$a = \frac{b}{k} = \frac{1 \text{ м}}{\frac{1}{3}} = 3 (\text{м})$$

Посчитаем длину пути робота:

$$L = 4 \frac{\pi ab + (a - b)^2}{a + b} = 4 \times \frac{\pi \times 3 \times 1 + (3 - 1)^2}{3 + 1} = \frac{4}{4} \times (3\pi + 4) =$$

$$= 3 \times 3,14 + 4 = 13,42 (\text{м})$$

$$S = 5,5 \times 13,42 = 73,81(\text{м})$$

$$73,81 \text{ м} = 7381 \text{ см}$$

Ответ: 7381

Задача № 4 (10 баллов)

Колонна, состоящая из тринадцати роботов, движется со скоростью 4 см/с. Когда первый робот колонны поравнялся с роботом-инспектором, то робот – инспектор поехал вдоль колонны со скоростью 60 дм/мин, а достигнув её конца, развернулся и вернулся к первому роботу в колонне. Скорость колонны и робота-инспектора постоянны. Длина колонны роботов равна 2 м 10 см. Определите, какой путь проедет робот-инспектор, пока он снова нагонит первого робота в колонне. Временем на разворот можно пренебречь. Ответ дайте в дециметрах. В ответ запишите только число.

Решение

Переведём скорость робота-инспектора в см/с:

$$60 \frac{\text{дм}}{\text{мин}} = 60 \frac{\text{дм}}{\text{мин}} \times \frac{10 \text{ см}}{\text{дм}} \times \frac{\text{мин}}{60 \text{ с}} = 10 \frac{\text{см}}{\text{с}}$$

Посчитаем расстояние, которое проехал робот-инспектор:

$$\left(\frac{210}{10 - 4} + \frac{210}{10 + 4} \right) \times 10 = 2100 \times \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{14} \right) = 2100 \times \frac{7 + 3}{6 \times 7} = \frac{21 \times 10 \times 100}{21 \times 2} =$$
$$= 500 \text{ см}$$

$$500 \text{ см} = 50 \text{ дм}$$

Ответ: 50

Задача № 5 (15 баллов)

Роботы Альфа, Бета, Кси, Гамма и Дельта преодолевают одну и ту же трассу на скорость. Два из них имеют по два колеса, два из них имеют по три колеса и у одного – четыре колеса. Есть пять различных комплектов датчиков. Один из комплектов содержит 1 датчик линии, другой – 2 датчика линии, третий – 3 датчика линии, четвёртый – 1 ультразвуковой датчик и пятый – 2 ультразвуковых датчика. На каждом из роботов установлен один из комплектов, причём комплекты у всех роботов не совпадают.

Известно следующее:

- На роботах Кси и Гамма стоят ультразвуковые датчики.
- У робота Кси больше всего колёс.
- У роботов Альфа и Гамма одинаковое число колёс.
- Больше всего датчиков у робота Альфа.
- Роботы Кси, Гамма и Дельта показали в заезде не лучший результат, роботы Альфа и Бета – не худший.
- У роботов на втором и третьем местах по два колеса.
- Робот Дельта занял четвёртое место.
- У роботов Бета и Гамма одинаковое количество датчиков.
- У робота Дельта один датчик.
- Роботы с двумя датчиками заняли соседние места в итоговом рейтинге.
- У робота с двумя ультразвуковыми датчиками всего два колеса.

Основываясь на приведённых выше данных, определите, в каком порядке финишировали роботы.

В ответе запишите последовательность первых букв названий роботов без разделителей, например АБКГД.

Решение

Для решения данной задачи воспользуемся табличным методом, сведя все имеющиеся данные в таблицы.

	1 место	2 место	3 место	4 место	5 место
Альфа				-	-
Бета				-	-
Кси	-			-	
Гамма	-			-	
Дельта	-	-	-	+	-

	1 датчик линии	2 датчика линии	3 датчика линии	1 датчик у/зв.	2 датчика у/зв.
Альфа	-	-	+	-	-
Бета	-	+	-	-	-
Кси	-	-	-	+	-
Гамма	-	-	-	-	+
Дельта	+	-	-	-	-

	2 колеса	2 колеса	3 колеса	3 колеса	4 колеса
Альфа	+	-	-	-	-
Бета	-	-	-	+	-
Кси	-	-	-	-	+
Гамма	-	+	-	-	-
Дельта	-	-	+	-	-

	2 колеса	2 колеса	3 колеса	3 колеса	4 колеса
1 датчик линии	-				
2 датчика линии	-				
3 датчика линии	-				
1 датчик у/зв	-				
2 датчика у/зв.	+	-	-	-	-

Московская олимпиада школьников 2020-2021 уч. г. Заочный этап. Робототехника
7–8 классы
Разбор заданий

	1 место	2 место	3 место	4 место	5 место
1 датчик линии					
2 датчика линии					
3 датчика линии					
1 датчик у/зв					
2 датчика у/зв.					

	1 место	2 место	3 место	4 место	5 место
2 колеса	-	+	-	-	-
2 колеса		-	+		
3 колеса		-	-		
3 колеса		-	-		
4 колеса		-	-		

Сопоставив имеющиеся данные, получим:

	1 место	2 место	3 место	4 место	5 место
Альфа	-	-	+	-	-
Бета	+	-	-	-	-
Кси	-	-	-	-	+
Гамма	-	+	-	-	-
Дельта	-	-	-	+	-

	1 датчик линии	2 датчика линии	3 датчика линии	1 датчик у/зв.	2 датчика у/зв.
Альфа	-	-	+	-	-
Бета	-	+	-	-	-
Кси	-	-	-	+	-
Гамма	-	-	-	-	+
Дельта	+	-	-	-	-

	2 колеса	2 колеса	3 колеса	3 колеса	4 колеса
Альфа	+	-	-	-	-
Бета	-	-	-	+	-
Кси	-	-	-	-	+
Гамма	-	+	-	-	-
Дельта	-	-	+	-	-

Разбор заданий

	2 колеса	2 колеса	3 колеса	3 колеса	4 колеса
1 датчик линии	-	-	-	+	-
2 датчика линии	-	-	+	-	-
3 датчика линии	-	+	-	-	-
1 датчик у/зв	-	-	-	-	+
2 датчика у/зв.	+	-	-	-	-

	1 место	2 место	3 место	4 место	5 место
1 датчик линии	-	-	-	+	-
2 датчика линии	+	-	-	-	-
3 датчика линии	-	-	+	-	-
1 датчик у/зв	-	-	-	-	+
2 датчика у/зв.	-	+	-	-	-

	1 место	2 место	3 место	4 место	5 место
2 колеса	-	+	-	-	-
2 колеса	-	-	+	-	-
3 колеса	-	-	-	+	-
3 колеса	+	-	-	-	-
4 колеса	-	-	-	-	+

Ответ: БГАДК

Задача № 6 (15 баллов)

Оля взяла три балки и нанесла на них разметку, разделив их на равные части. Балки она скрепила нерастяжимой струной. К балкам она прикрепила шарики (см. схему украшения) и повесила получившийся объект на прочной струне к потолку. Через некоторое время балки заняли горизонтальное положение.

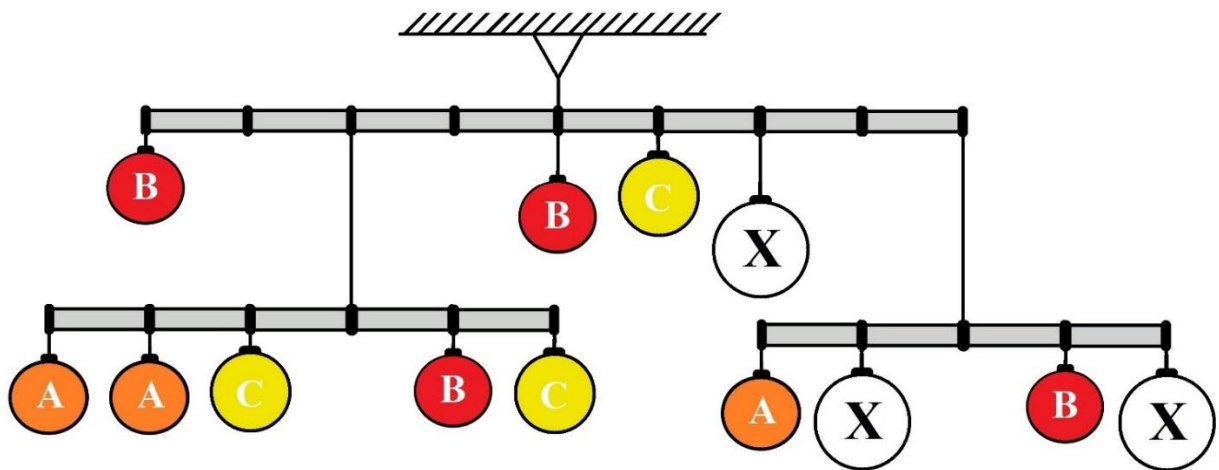


Схема украшения

Для создания украшения Оля использовала несколько видов шариков. Шарики, обозначенные на схеме одинаковыми буквами, имеют равные массы. Масса шарика А равна 90 г.

При решении считайте, что балки невесомые и нерастяжимые. Определите, чему равна суммарная масса всех шариков, использованных для создания украшения. Ответ дайте в граммах. В ответ запишите только число.

Решение

Равновесие данной системы основано на принципе равновесия рычага. Обозначим искомые массы шариков так же, как и обозначающие их буквы на схеме. Так как по условию задачи балки разбиты на равные части, то мы можем пренебречь их длинами, учитывая только соотношения частей.

Составим уравнение равновесия для балки, разделённой на 5 равных частей, опустив в записи ускорение свободного падения:

$$3 \times 90 + 2 \times 90 + C = B + 2C$$

$$B + C = 450$$

Составим уравнение равновесия для балки, разделённой на 4 равные части:

$$2 \times 90 + X = B + 2X$$

$$B + X = 180$$

Составим уравнение равновесия для балки, разделённой на 8 равных частей:

$$\begin{aligned} 4B + 2 \times (2 \times 90 + B + 2C) &= \\ &= C + 2X + 4 \times (90 + B + 2X) \end{aligned}$$

$$4B + 360 + 2B + 4C = C + 2X + 360 + 4B + 8X$$

$$2B + 3C = 10X$$

Решим в системе три получившихся уравнения и получим следующие значения для масс шариков:

$$B = 50(\text{г}), C = 400(\text{г}), X = 130(\text{г})$$

Вычислим суммарную массу шариков:

$$\begin{aligned} 3A + 4B + 3C + 3X &= 3 \times 90 + 4 \times 50 + 3 \times 400 + 3 \times 130 = \\ &= 270 + 200 + 1200 + 390 = 2060 (\text{г}) \end{aligned}$$

Ответ: 2060

Задача № 7 (10 баллов)

Миша собрал из одинаковых резисторов номиналом 5 Ом следующую схему (см. схему участка цепи AB).

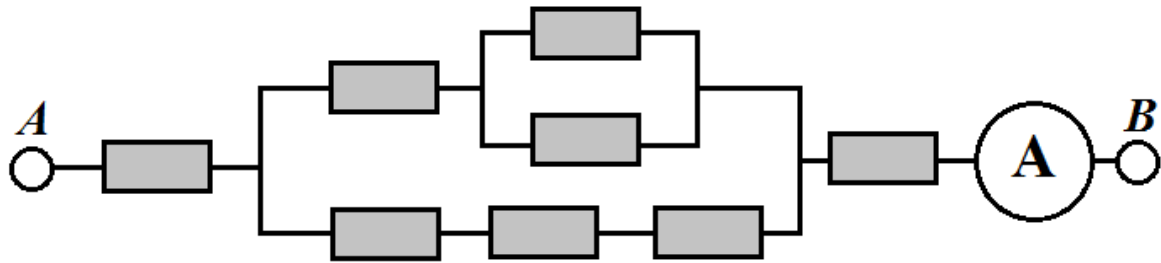


Схема участка цепи AB

Определите, какой ток зафиксирует амперметр, если на участок цепи AB подать напряжение 120 В. Ответ дайте в амперах, округлив результат при необходимости до целых. В ответ запишите только число.

Решение

Рассчитаем сопротивление участка AB :

$$R = 2R + \frac{1}{\frac{1}{3R} + \frac{1}{R + \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R}}}} = 3R$$

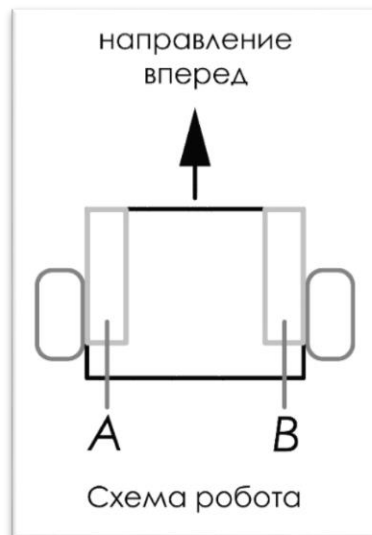
Рассчитаем силу тока:

$$I = \frac{120}{3 \times 5} = 8 \text{ (A)}$$

Ответ: 8

Задача № 8 (15 баллов)

Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, диаметр каждого из колёс робота равен 9 см. Левым колесом управляет мотор *A*, правым колесом управляет мотор *B*. Колёса напрямую подсоединены к моторам (см. *схему робота*).



Робот проехал участок прямолинейной трассы. При этом оси моторов робота повернулись на 2400° .

Расстояние между центрами колёс робота равно 15 см. Масса робота равна 1,5 кг. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$.

Определите, какой длины был прямолинейный участок трассы. Ответ дайте в дециметрах, округлив результат до десятых. В ответ запишите только число, например 1,1.

Решение

Определим количество оборотов, которое сделало каждое из колёс робота за время проезда по прямолинейному участку трассы:

$$2400^\circ : 360^\circ = 6\frac{2}{3} \text{ (об)}$$

Определим, на какое расстояние переместился робот:

$$6\frac{2}{3} \times \pi \times 9 = \frac{20}{3} \times 3,14 \times 9 = 188,4 \text{ (см)}$$

$$188,4 \text{ см} \approx 18,8 \text{ дм}$$

Ответ: 18,8

МОСКОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2020-2021 УЧ. Г.
ЗАОЧНЫЙ ЭТАП. РОБОТОТЕХНИКА
9–11 КЛАССЫ
Разбор заданий

Задача № 1 (10 баллов)

При решении задачи робот должен считать чёрно-белый штрихкод. Линии штрихкода могут быть разной ширины. Чёрные линии на штрихкоде чередуются с белыми.

Саша решил использовать два датчика освещённости.

Во время калибровки на полигоне датчики показали следующие значения:

	На белом	На чёрном
Показания первого датчика	91	6
Показания второго датчика	94	8

Во время попытки робот получил следующие данные с датчиков:

	1	2	3	4	5	6	7	8
Показания первого датчика	86	67	50	35	21	46	77	55
Показания второго датчика	89	70	55	39	27	49	82	59

	9	10	11	12	13	14	15	16
Показания первого датчика	31	11	29	51	78	63	47	31
Показания второго датчика	35	14	33	55	81	59	49	34

	17	18	19	20	21	22	23	24
Показания первого датчика	44	57	72	54	34	12	27	45
Показания второго датчика	48	61	75	58	37	16	31	49

	25	26	27	28	29	30	31	32
Показания первого датчика	61	55	42	23	39	51	69	85
Показания второго датчика	65	54	46	29	42	55	73	89

Считывание показаний датчиков происходило через каждые 0,5 с.

Для каждого из датчиков в качестве порогового значения Саша взял среднее арифметическое между показаниями на чёрном и на белом.

Определите, сколько всего чёрных полос было на штрихкоде. В ответ запишите целое число.

Решение

Посчитаем границу серого для каждого из датчиков:

для первого датчика $\frac{91+6}{2} = 48,5$;

для второго датчика $\frac{94+8}{2} = 51$.

Определим, в каких измерениях показания датчиков будут ниже границы серого:

	1	2	3	4	5	6	7	8
Показания первого датчика	86	67	50	35	21	46	77	55
Показания второго датчика	89	70	55	39	27	49	82	59

	9	10	11	12	13	14	15	16
Показания первого датчика	31	11	29	51	78	63	47	31
Показания второго датчика	35	14	33	55	81	59	49	34

	17	18	19	20	21	22	23	24
Показания первого датчика	44	57	72	54	34	12	27	45
Показания второго датчика	48	61	75	58	37	16	31	49

	25	26	27	28	29	30	31	32
Показания первого датчика	61	55	42	23	39	51	69	85
Показания второго датчика	65	54	46	29	42	55	73	89

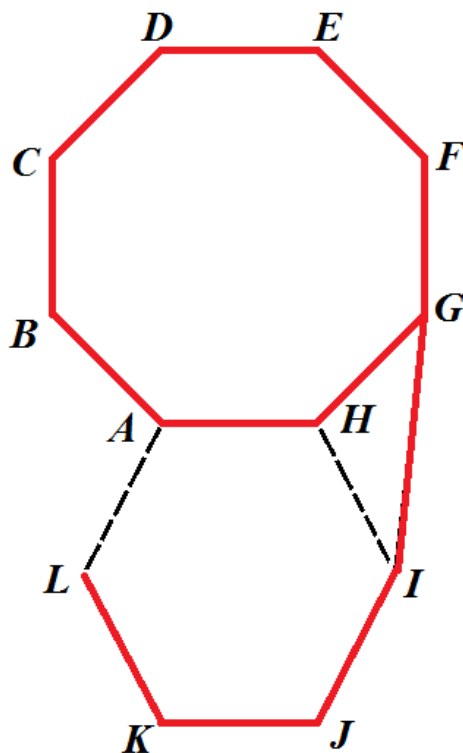
Определим, сколько раз датчики переходят с белого (показания выше границы серого) в чёрный (показания ниже границы серого).

Получается, что это происходило 5 раз. Значит, робот проехал на штрихкоде 5 чёрный полос.

Ответ: 5

Задача № 2 (15 баллов)

Робот-чертёжник движется по ровной горизонтальной поверхности и наносит на неё изображение (см. *траекторию*) при помощи кисти, закреплённой посередине между колёс.



Траектория

Траектория представляет собой ломаную линию $LKJIGFEDCBAHG$, которая включает в себя отрезки, являющиеся сторонами правильного восьмиугольника $ABCDEFGH$ и правильного шестиугольника $AHIJKL$, а также отрезка GI . $AH = 3$ м.

Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, расстояние между центрами колёс составляет 25 см, диаметр колеса робота 5 см.

Все повороты робот должен совершать на месте, вращая колёса с одинаковой скоростью в противоположных направлениях. Из-за крепления кисти робот не может ехать назад.

Определите, на какой минимальный суммарный угол должен повернуться робот, чтобы начертить данную фигуру. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$.

Ответ дайте в градусах, при необходимости округлив результат до целых. В ответ запишите только число.

Решение

Угол правильного восьмиугольника равен:

$$(8 - 2) \times 180^\circ : 8 = 135^\circ$$

Угол поворота при проезде по одному углу восьмиугольника равен:

$$180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

Робот совершит 7 поворотов по восьмиугольнику:

$$7 \times 45^\circ = 315^\circ$$

Угол правильного шестиугольника равен:

$$(6 - 2) \times 180^\circ : 6 = 120^\circ$$

Угол поворота при проезде по одному углу шестиугольника равен:

$$180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

Робот совершит 2 поворота при проезде через вершины K и J :

$$2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

Вычислим угол GHI :

$$\angle GHI = 360^\circ - (135^\circ + 120^\circ) = 105^\circ$$

Вычислим два острых угла треугольника GHI :

$$\angle HGI = \angle GIH = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 105^\circ) = 37,5^\circ$$

Вычислим два оставшихся угла:

$$\angle IGF = 135^\circ + 37,5^\circ = 172,5^\circ$$

$$\angle GIJ = 120^\circ + 37,5^\circ = 157,5^\circ$$

Определим углы поворота в этих вершинах:

$$180^\circ - \angle IGF = 180^\circ - 172,5^\circ = 7,5^\circ$$

$$180^\circ - \angle GIJ = 180^\circ - 157,5^\circ = 22,5^\circ$$

Таким образом, суммарный угол поворота будет равен:

$$315^\circ + 120^\circ + 22,5^\circ + 7,5^\circ = 465^\circ$$

Ответ: 465

Задача № 3 (10 баллов)

Роботы соревнуются в гонках по линии. Трасса имеет вид эллипса (см. *Схему трассы*).

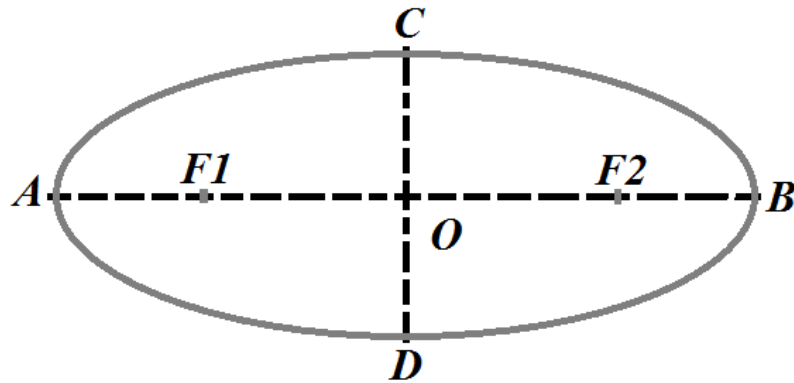


Схема трассы

По регламенту роботы должны стартовать в точке C , проехать всю трассу 3 раза, после чего доехать до точки D и финишировать в ней.

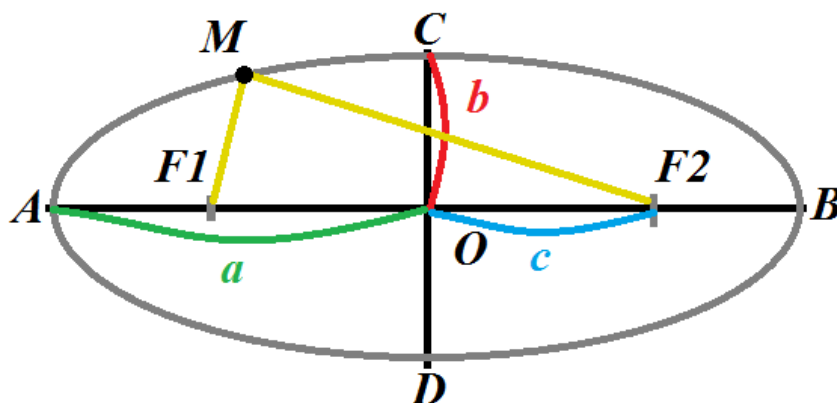
Известно, что $F_1F_2 = 2\sqrt{2}$ м, коэффициент сжатия эллипса равен $\frac{1}{3}$.

Определите длину пути, который должен преодолеть робот по трассе. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Ответ дайте в сантиметрах, округлив результат до целых. В ответ запишите только число.

Справочная информация

Эллипс — это геометрическое место точек плоскости, для которых сумма расстояний до двух данных точек F_1 и F_2 (называемых фокусами) постоянна и больше расстояния между фокусами, т. е.

$$|MF_1| + |MF_2| = 2a, \text{ причём } |F_1F_2| < 2a.$$



Проходящий через фокусы эллипса отрезок AB , концы которого лежат на эллипсе, называется большой осью эллипса.

Отрезок CD , перпендикулярный большой оси эллипса, проходящий через центральную точку большой оси, концы которого лежат на эллипсе, называется малой осью эллипса.

Точка пересечения большой и малой осей эллипса называется его центром.

Отрезки, проведённые из центра эллипса к вершинам на большой и малой осях, называются, соответственно, большой полуосью и малой полуосью эллипса и обозначаются a и b .

Расстояние $c = \frac{|F_1F_2|}{2}$ называется фокальным расстоянием.

Величина $e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$ называется эксцентриситетом.

Отношение длин малой и большой полуосей называется коэффициентом сжатия эллипса или эллиптичностью $k = \frac{b}{a}$.

Периметр эллипса можно приближённо вычислить по следующей формуле:

$$L \approx 4 \times \frac{\pi ab + (a - b)^2}{a + b}$$

Решение

Определим параметры эллипса – длины полуосей:

$$c = \frac{F_1F_2}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \text{ (м)}$$

$$\frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - k^2}$$

$$a = \frac{c}{\sqrt{1 - k^2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1 - \frac{1}{9}}} = \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 1,5 \text{ (м)}$$

$$b = a \times k = \frac{3}{2} \times \frac{1}{3} = 0,5 \text{ (м)}$$

Посчитаем длину пути, который проехал робот:

$$L = 4 \times \frac{\pi ab + (a - b)^2}{a + b} = 4 \times \frac{\pi \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} + (1,5 - 0,5)^2}{1,5 + 0,5} = 4 \times \frac{\frac{3}{4}\pi + 1}{2} = 1,5\pi + 2$$

$$S = 3,5 \times (1,5\pi + 2) = 3,5 \times 1,5 \times \pi + 7 = 5,25\pi + 7 = 23,485 \text{ (м)}$$
$$23,485 \text{ м} \approx 2349 \text{ см}$$

Ответ: 2349

Задача № 4 (10 баллов)

Робот поднимается по наклонной плоскости и «спрыгивает» с неё в верхней точке (см. схему полигона).

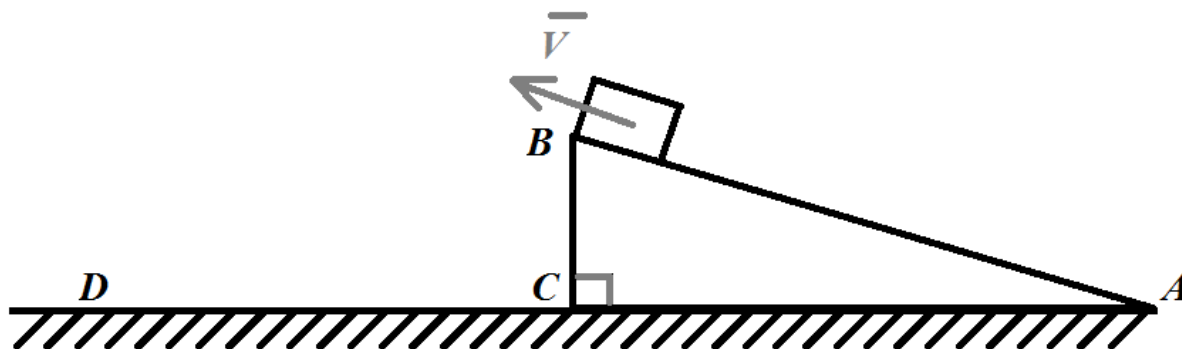


Схема полигона

Скорость робота в момент отрыва от наклонной плоскости равна 5 дм/с. Угол наклона плоскости к горизонту $\angle BAC = 30^\circ$, длина основания наклонной плоскости $CA = 2\sqrt{3}$ м. Определите, как далеко от наклонной плоскости приземлится робот (CD). Сопротивлением воздуха пренебрегите. Масса робота равна 1,5 кг. Ускорение свободного падения примите равным 10 м/с^2 . Ответ дайте в сантиметрах, при необходимости округлив результат до целых. В ответ запишите только число.

Решение

Определим высоту, с которой робот будет «спрыгивать»:

$$BC = 2\sqrt{3} \div \operatorname{ctg}(30^\circ) = 2 \text{ м}$$

Введем систему координат. В качестве начала координат выберем точку C . Ось Ox направим вдоль CD , от C к D . Ось Oy направим вертикально вверх.

Составим уравнение движения робота вдоль оси Oy после отрыва от наклонной плоскости:

$$Y(t) = 2 + 0,5 \sin(30^\circ) t - \frac{10}{2} t^2$$

Узнаем, через сколько секунд после отрыва робота от наклонной плоскости он коснется пола:

$$\begin{aligned} Y(t) &= 2 + 0,5 \sin(30^\circ) t - \frac{10}{2} t^2 = 0 \\ 10t^2 - 0,5t - 4 &= 0 \\ D &= \frac{1}{4} + 160 = \frac{641}{4} \end{aligned}$$

$$t_1 = \frac{0,5 - \frac{\sqrt{641}}{2}}{2 \times 10} < 0$$

$$t_2 = \frac{0,5 + \frac{\sqrt{641}}{2}}{20} = \frac{1 + \sqrt{641}}{40} \approx 0,6579 \text{ с}$$

Составим уравнение движения робота вдоль оси OX после отрыва от наклонной плоскости:

$$X(t) = 0 + 0,5t \cos(30^\circ) + 0$$

Определим, на каком расстоянии от наклонной плоскости робот окажется после приземления:

$$X(t_2) = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{1 + \sqrt{641}}{40} \approx 0,2849 \text{ (м)} \approx 28 \text{ см}$$

Ответ: 28

Задача № 5 (15 баллов)

Упростите логическое выражение:

$$(\overline{\overline{A} \cdot \overline{B}} + B \cdot \overline{C}) \cdot (\overline{\overline{A} \cdot C} + B \cdot \overline{C})$$

Условные обозначения для логических операций (логических связок):

1. Отрицание (инверсия, логическое НЕ) обозначено как чёрточка над выражением. Например, выражение \overline{A} означает «НЕ А».
2. Конъюнкция (логическое умножение, логическое И) обозначено точкой (\cdot). Например, выражение $B \cdot C$ означает B И C .
3. Дизъюнкция (логическое сложение, логическое ИЛИ) обозначено знаком плюс ($+$). Например, выражение $B + C$ означает B ИЛИ C .

В качестве ответа укажите один из приведённых вариантов ответов.

- А) 0
- Б) 1
- В) \overline{A}
- Г) $\overline{B} \cdot C$
- Д) $B \cdot \overline{C}$
- Е) $\overline{A} + \overline{C}$
- Ж) $\overline{A} + B$
- З) $B + \overline{C}$
- И) $\overline{A} \cdot C + B$
- К) $B \cdot \overline{C} + A$
- Л) $A \cdot B + \overline{C}$
- М) $A \cdot \overline{B} + C$

Решение:

$$(\overline{\overline{A} \cdot \overline{B}} + B \cdot \overline{C}) \cdot (\overline{\overline{A} \cdot C} + B \cdot \overline{C})$$

Упростим данное логическое выражение:

$$\begin{aligned} \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}} + B \cdot \overline{C} &= A + B + B \cdot \overline{C} = A + B \cdot (1 + \overline{C}) = A + B \\ \overline{\overline{A} \cdot C} + B \cdot \overline{C} &= A + \overline{C} + B \cdot \overline{C} = A + \overline{C} \cdot (1 + B) = A + \overline{C} \\ (\overline{\overline{A} \cdot \overline{B}} + B \cdot \overline{C}) \cdot (\overline{\overline{A} \cdot C} + B \cdot \overline{C}) &= (A + B) \cdot (A + \overline{C}) = \\ &= A \cdot A + A \cdot \overline{C} + A \cdot B + B \cdot \overline{C} = A \cdot (1 + \overline{C} + B) + B \cdot \overline{C} = \\ &= A + B \cdot \overline{C} \end{aligned}$$

Ответ: К

Задача № 6 (15 баллов)

Робота с выключенными двигателями и зафиксированными колёсами поставили на верх наклонной плоскости в точку D (см. схему наклонной плоскости).

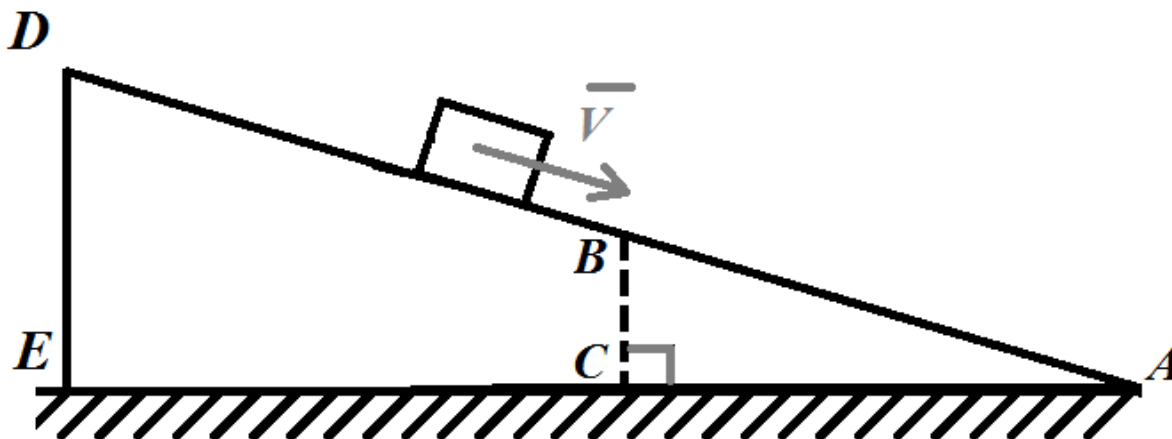


Схема наклонной плоскости

Робот с нулевой начальной скоростью начинает соскальзывать по наклонной плоскости с постоянным ускорением. Угол наклона плоскости к горизонту $\angle EAD = 30^\circ$. Коэффициент трения скольжения колёс робота по поверхности наклонной плоскости равен 0,1. Ускорение свободного падения примите $g \approx 9,8 \text{ м/с}^2$.

Определите, какая будет скорость у робота, когда он достигнет точки B , если $EC = 3\sqrt{3}$ м. Ответ дайте в метрах в секунду, округлив результат до целых. В ответ запишите только число.

Решение

Составим уравнение движения робота:

$$\overline{F_{\text{тр.}}} + m\overline{g} + \overline{N} = m\overline{a}$$

Спроецируем это уравнение на две оси. Ось OX направим из точки D вдоль поверхности наклонной плоскости вниз, к точке A . Ось OY направим перпендикулярно наклонной плоскости вверх из точки D .

$$\text{На ось } OX: -F_{\text{тр.}} + mg \sin(30^\circ) + 0 = ma \quad (1)$$

$$\text{На ось } OY: 0 - mg \cos(30^\circ) + N = 0 \quad (2)$$

Из уравнения (2) получаем $N = mg \cos(30^\circ)$ (2').

Мы знаем, что силу трения скольжения можно найти из соотношения:

$$F_{\text{тр.}} = \mu N = \mu mg \cos(30^\circ) \quad (3')$$

Подставим (3') в (1) и получим:

$$-\mu mg \cos(30^\circ) + mg \sin(30^\circ) = ma$$
$$a = g(\sin(30^\circ) - \mu \cos(30^\circ)) = g \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{20} \right) = \frac{g(10 - \sqrt{3})}{20} \quad (3'')$$

Скорость робота можно вычислить следующим образом:

$$V(t) = V_0 + at = 0 + at = at \quad (4)$$

Нам нужно определить момент времени, в который робот окажется в точке B .

Вычислим путь, который робот преодолет от точки D до точки B :

$$L = DB = \frac{EC}{\cos(30^\circ)} = \frac{3\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 6(\text{м})$$

Вычислить пройденный путь робота можно по формуле:

$$x(t) = x_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2} = 0 + 0 + \frac{at^2}{2} = \frac{at^2}{2}$$
$$L = \frac{at^2}{2} \quad (5)$$

Из (5) определим момент времени, когда робот окажется в точке B :

$$t = \sqrt{\frac{2L}{a}}$$

Тогда искомая скорость будет равна:

$$V_B = at = a \times \sqrt{\frac{2L}{a}} = \sqrt{2La}$$
$$V_B = \sqrt{2 \times 6 \times 9,8 \times \frac{10 - \sqrt{3}}{20}} = \sqrt{0,6 \times 9,8 \times (10 - \sqrt{3})} \approx 7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: 7

Задача № 7 (15 баллов)

Миша собрал из одинаковых резисторов номиналом 2 Ом следующую схему (см. схему цепи).

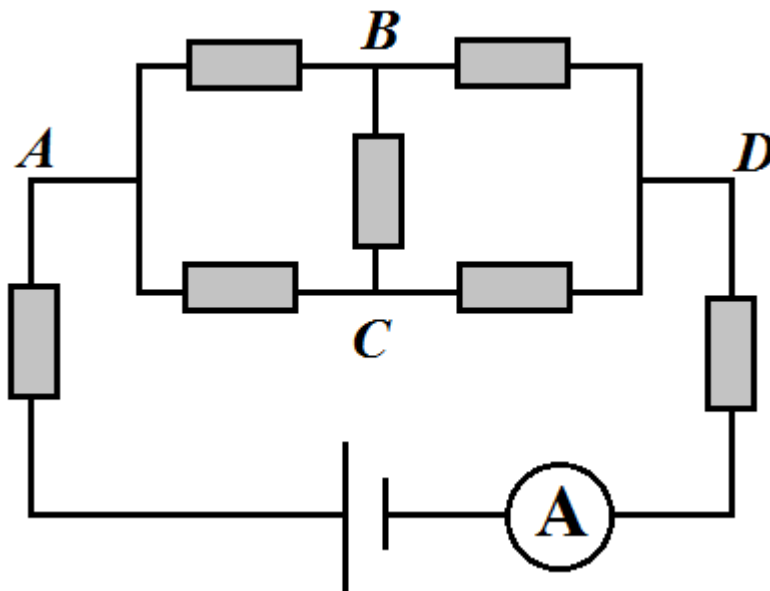


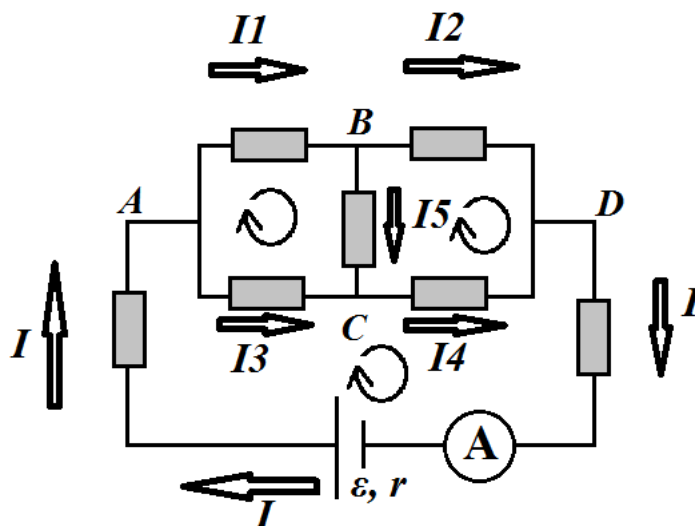
Схема цепи

Амперметр зафиксировал ток номиналом 0,5 А. ЭДС источника равна 9 В. Определите, чему равно внутреннее сопротивление источника тока, если измерения показали, что сила тока на участках цепи AC и BD одинаковая.

Ответ дайте в омах, округлив результат при необходимости до целых. В ответ запишите только число.

Решение

Введём следующие обозначения для токов, текущих в цепи на различных участках:



В схеме используется элемент питания батарейка. Приведём её к схеме с идеальным источником напряжения и внутренним сопротивлением батарейки.

Воспользуемся первым правилом Кирхгофа, чтобы записать вспомогательные уравнения для узлов A , B , C :

$$\begin{aligned}I &= I_1 + I_3 \\I_1 &= I_2 + I_5 \\I_4 &= I_3 + I_5\end{aligned}$$

Воспользуемся вторым правилом Кирхгофа, чтобы записать вспомогательные уравнения для трёх контуров, выбрав за положительное направление обхода направление по ходу часовой стрелки:

$$\begin{aligned}I_1R + I_5R - I_3R &= 0 \\I_2R - I_4R - I_5R &= 0 \\IR + I_3R + I_4R + IR + Ir &= \varepsilon\end{aligned}$$

Добавим к этому условие:

$$I_2 = I_3$$

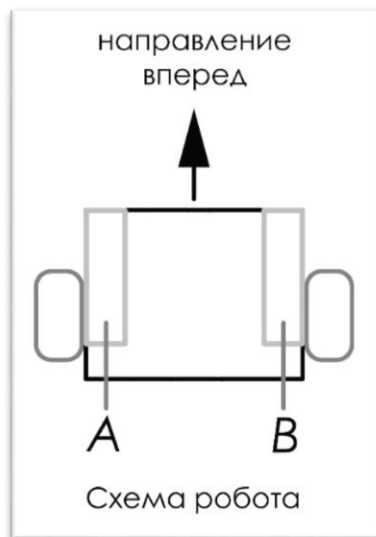
Решим полученную систему из семи линейных уравнений и получим:

$$r = \frac{\varepsilon}{I} - 3R = \frac{9}{0,5} - 3 \times 2 = 12 \text{ (Ом)}$$

Ответ: 12

Задача № 8 (10 баллов)

Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, радиус каждого из колёс робота равен 6 см. Левым колесом управляет мотор *A*, правым колесом управляет мотор *B*. Колёса напрямую подсоединены к моторам (см. *схему робота*).



Робот подъехал к перекрёстку и повернулся на месте. Известно, что ось мотора *A* повернулась на 540° , а ось мотора *B* повернулась на -540° .

Расстояние между центрами колёс робота равно 15 см. Масса робота равна 1 кг. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$.

Определите, градусную меру угла, на который повернулся робот. Ответ дайте в градусах, при необходимости округлив ответ до целых. В ответ запишите только число.

Решение

Определим количество оборотов, которое сделало каждое из колёс робота за время поворота:

$$540^\circ : \frac{360^\circ}{1 \text{ об}} = 1,5 \text{ (об)}$$

Определим, чему равна длина дуги, по которой проехал робот:

$$1,5 \times 2 \times \pi \times 6 = 18\pi \text{ (см)}$$

Определим, какова градусная мера дуги, по которой поворачивался робот:

$$\frac{18\pi}{\pi \times 15} \times 360^\circ = \frac{6}{5} \times 360^\circ = 432^\circ$$

Ответ: 432