

1

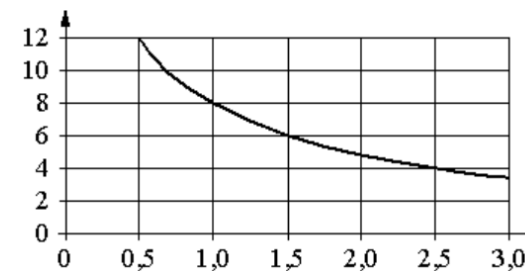
20

(2021)

1 На день рождения полагается дарить букет из нечетного числа цветов. Тюльпаны стоят 55 рублей за штуку. У Вани есть 400 рублей. Из какого наибольшего числа тюльпанов он может купить букет Маше на день рождения?

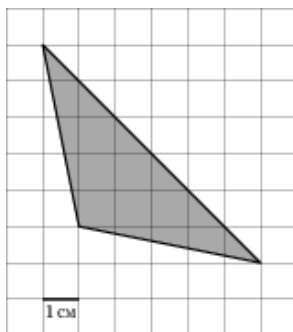
Ответ: _____.

2 Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя: чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На графике показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На горизонтальной оси отмечено сопротивление в омах, на вертикальной оси – сила тока в амперах. Определите по графику, сколько ампер составляет сила тока в цепи при сопротивлении 0,5 Ом.



Ответ: _____.

- 3 Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

- 4 Биатлонист 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна $0,7$. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 2 раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения

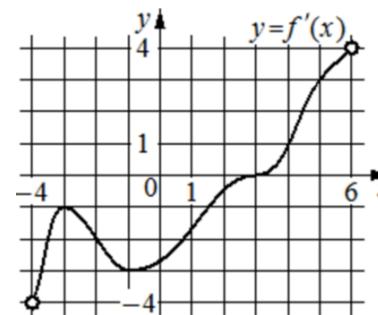
$$\log_5(7 - x) = \log_5(3 - x) + 1.$$

Ответ: _____.

- 6 Один угол равнобедренного треугольника на 90° больше другого. Найдите меньший угол. Ответ дайте в градусах.

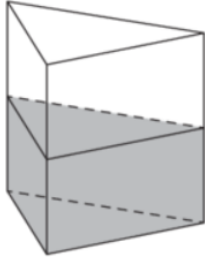
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 6)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 3x$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

- 8 В сосуде, имеющем форму правильной треугольной призмы, уровень жидкости достигает 80 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить в другой сосуд такой же формы, сторона основания которого в 4 раза больше, чем у первого? Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: _____.

2

- 9 Найдите значение выражения $10p(a) - 60a - 4$, если $p(a) = 6a - 2$.
Ответ: _____.

- 10 При нормальном падении света с длиной волны $\lambda = 450$ нм на дифракционную решётку с периодом d нм наблюдают серию дифракционных максимумов. При этом угол φ (отсчитываемый от перпендикуляра к решётке), под которым наблюдается максимум, и номер максимума k связаны соотношением $d \sin \varphi = k\lambda$. Под каким минимальным углом φ (в градусах) можно наблюдать второй максимум на решётке с периодом, не превосходящим 1800 нм?

Ответ: _____.

- 11 Плиточник должен уложить 240 м^2 плитки. Если он будет укладывать на 6 м^2 в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 9 дней раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

Ответ: _____.

- 12 Найдите наименьшее значение функции $y = (3x^2 + 21x - 21)e^x$ на отрезке $[-5; 3]$.

Ответ: _____.

13 а) Решите уравнение

$$\cos x + \sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{2}} \cdot (\sin x + 1) = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[-\frac{11\pi}{2}; -4\pi\right].$$

14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания AB равна боковому ребру SA . Медианы треугольника SBC пересекаются в точке M .

а) Докажите, что $AM = AD$.

б) Точка N — середина AM . Найдите SN , если $AD = 6$.

15 Решите неравенство

$$\frac{1}{\log_{(x-1)} \frac{x}{6}} \geq -1.$$

16 Биссектриса угла ADC параллелограмма $ABCD$ пересекает прямую AB в точке E . В треугольник ADE вписана окружность, касающаяся стороны AE в точке K и стороны AD в точке T .

а) Докажите, что $KT \parallel DE$.

б) Найдите угол BAD , если сторона $AD = 6$ и $KT = 3$.

17 Вклад в размере 10 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего года и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на одну и ту же фиксированную сумму, равную целому числу миллионов рублей. Найдите наименьший возможный размер такой суммы, при котором через четыре года вклад станет не меньше 30 млн рублей.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(x^2 + x + 2a^2 + 1)^2 = 8a^2(x^2 + x + 1)$$

имеет ровно один корень.

19 Последовательность a_1, a_2, \dots, a_n ($n \geq 3$) состоит из натуральных чисел, причём каждый член последовательности больше среднего арифметического соседних (стоящих рядом с ним) членов.

а) Приведите пример такой последовательности, состоящей из четырёх членов, сумма которых равна 50.

б) Может ли такая последовательность состоять из шести членов и содержать два одинаковых числа?

в) Какое наименьшее значение может принимать сумма членов такой последовательности при $n = 10$?