

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

К И М
Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

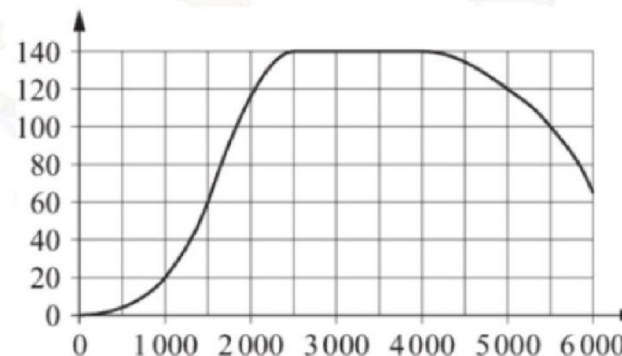
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

- 1** Оптовая цена учебника 130 рублей. Розничная цена на 15% выше оптовой. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по розничной цене на 4600 рублей?

Ответ: _____.

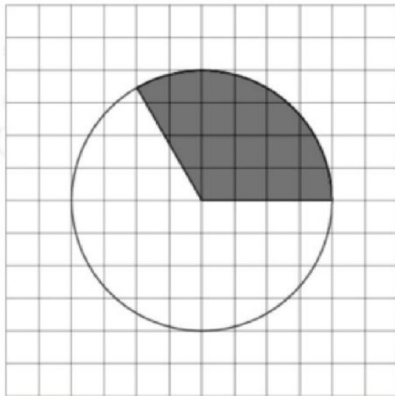
- 2** На графике изображена зависимость крутящего момента автомобильного двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту. На оси ординат – крутящий момент в Н·м. Скорость автомобиля (в км/ч) приближенно выражается формулой $v = 0,036n$, где n – число оборотов двигателя в минуту. С какой наименьшей скоростью должен двигаться автомобиль, чтобы крутящий момент был не меньше 120 Н·м? Ответ дайте в километрах в час.



Ответ: _____.



- 3 На клетчатой бумаге изображён круг. Какова площадь круга, если площадь закрашенного сектора равна 32?



Ответ: _____.

- 4 Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,8, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 2 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

Ответ: _____.

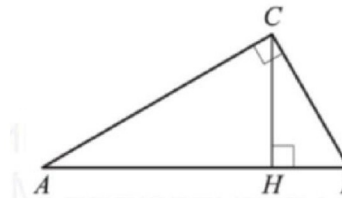
- 5 Найдите корень уравнения

$$\sin \frac{\pi(4x - 3)}{4} = 1.$$

В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

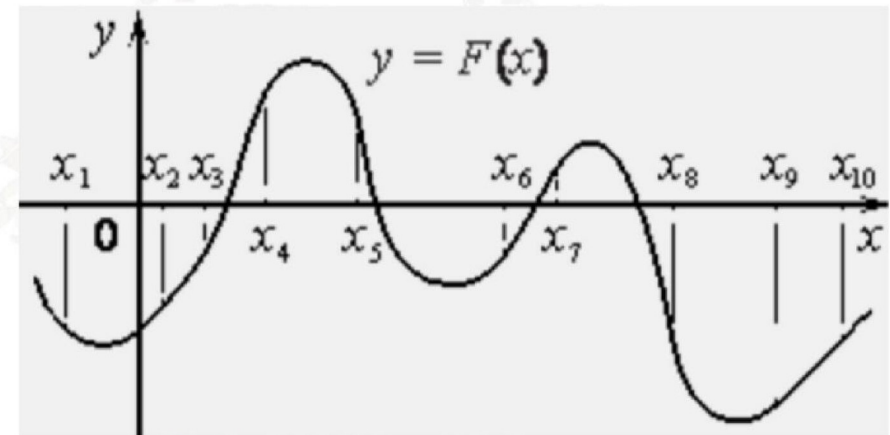
Ответ: _____.

- 6 В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH – высота, $AB = 13$, $\operatorname{tg} A = 5$. Найдите BH .



Ответ: _____.

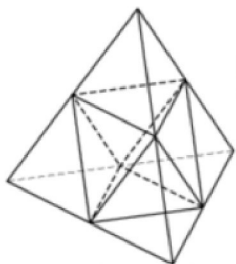
- 7 На рисунке изображён график $y = F(x)$ одной из первообразных некоторой функции $f(x)$ и отмечены десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ положительна?



Ответ: _____.



- 8 Площадь поверхности тетраэдра равна 12. Найдите площадь поверхности многогранника, вершинами которого являются середины ребер данного тетраэдра.



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $5(p(2x) - 2p(x + 5))$, если $p(x) = x - 10$.
- Ответ: _____.

- 10 Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1 — температура нагревателя (в кельвинах), T_2 — температура холодильника (в кельвинах). При какой температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет 25%, если температура холодильника $T_2 = 276$ К? Ответ дайте в градусах Кельвина.

Ответ: _____.

- 11 Первый садовый насос перекачивает 8 литров воды за 2 минуты, второй насос перекачивает тот же объём воды за 7 минут. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 36 литров воды?

Ответ: _____.

- 12 Найдите точку минимума функции $y = (x^2 - 17x + 17) \cdot e^{7-x}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.



Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$\log_4(2^{2x} - \sqrt{3} \cos x - 6\sin^2 x) = x.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right].$$

- 14 Дана треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$. Плоскость α проходит через прямую BC_1 параллельно прямой AB_1 .

- а) Докажите, что плоскость α проходит через середину ребра AC .
 б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью α , если призма правильная, сторона её основания равна $2\sqrt{3}$, а боковое ребро равно 1.

- 15 Решите неравенство

$$\log_{|x|}^2 x^2 + \log_2 x^2 \leq 8.$$

- 16 В равнобедренную трапецию $ABCD$ с основаниями AD и BC вписана окружность, CH – высота трапеции.

- а) Докажите, что центр окружности, вписанной в трапецию, лежит на отрезке BH .
 б) Найдите диагональ AC , если средняя линия трапеции равна $2\sqrt{7}$, а $\angle AOD = 120^\circ$, где O – центр окружности, вписанной в трапецию, а AD – большее основание.

- 17 Григорий является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $3t$ единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $5t$ единиц товара.

За каждый час работы (на каждом из заводов) Григорий платит рабочему 500 рублей.

Григорий готов выделять 6 800 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

- 18 Найдите наименьшее значение параметра a , для которого существует хотя бы одна пара $(x; y)$ таких чисел x и y , что

$$x^2 + 2y^2 - xy - ax + ay + a^2 \leq 1.$$

- 19 а) Приведите пример четырёхзначного числа, произведение цифр которого в 10 раз больше суммы цифр этого числа.

б) Существует ли такое четырёхзначное число, произведение цифр которого в 175 раз больше суммы цифр этого числа?

в) Найдите все четырёхзначные числа, произведение цифр которых в 50 раз больше суммы цифр этого числа.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

