

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

К И М  
Ответ: -0,8

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

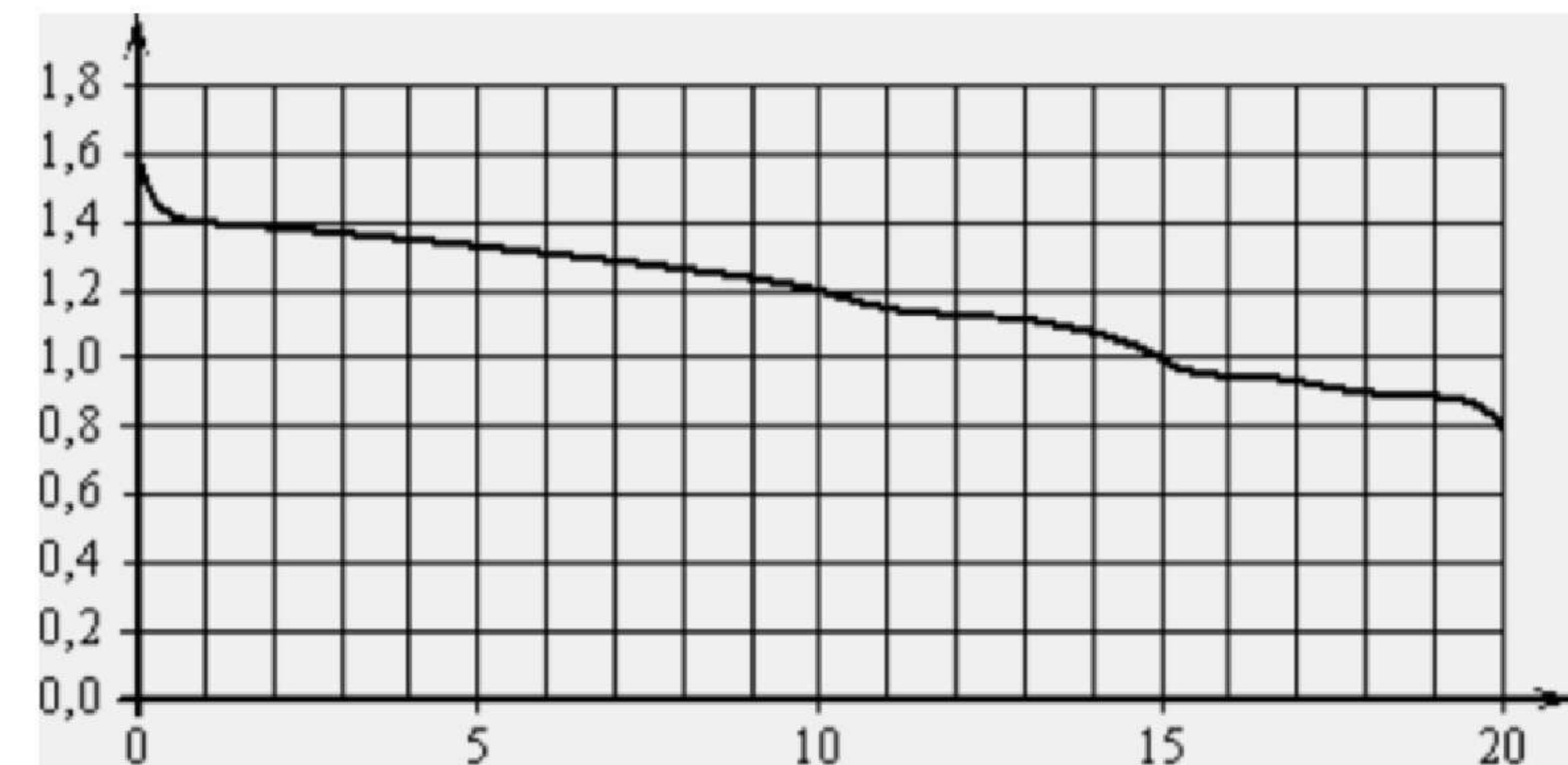
*Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

**Часть 1**

- 1** В школе 400 учеников, из них 30% – ученики начальной школы. Среди учеников средней и старшей школы 15% изучают французский язык. Сколько учеников в школе изучает французский язык, если в начальной школе французский язык не изучается?

Ответ: \_\_\_\_\_.

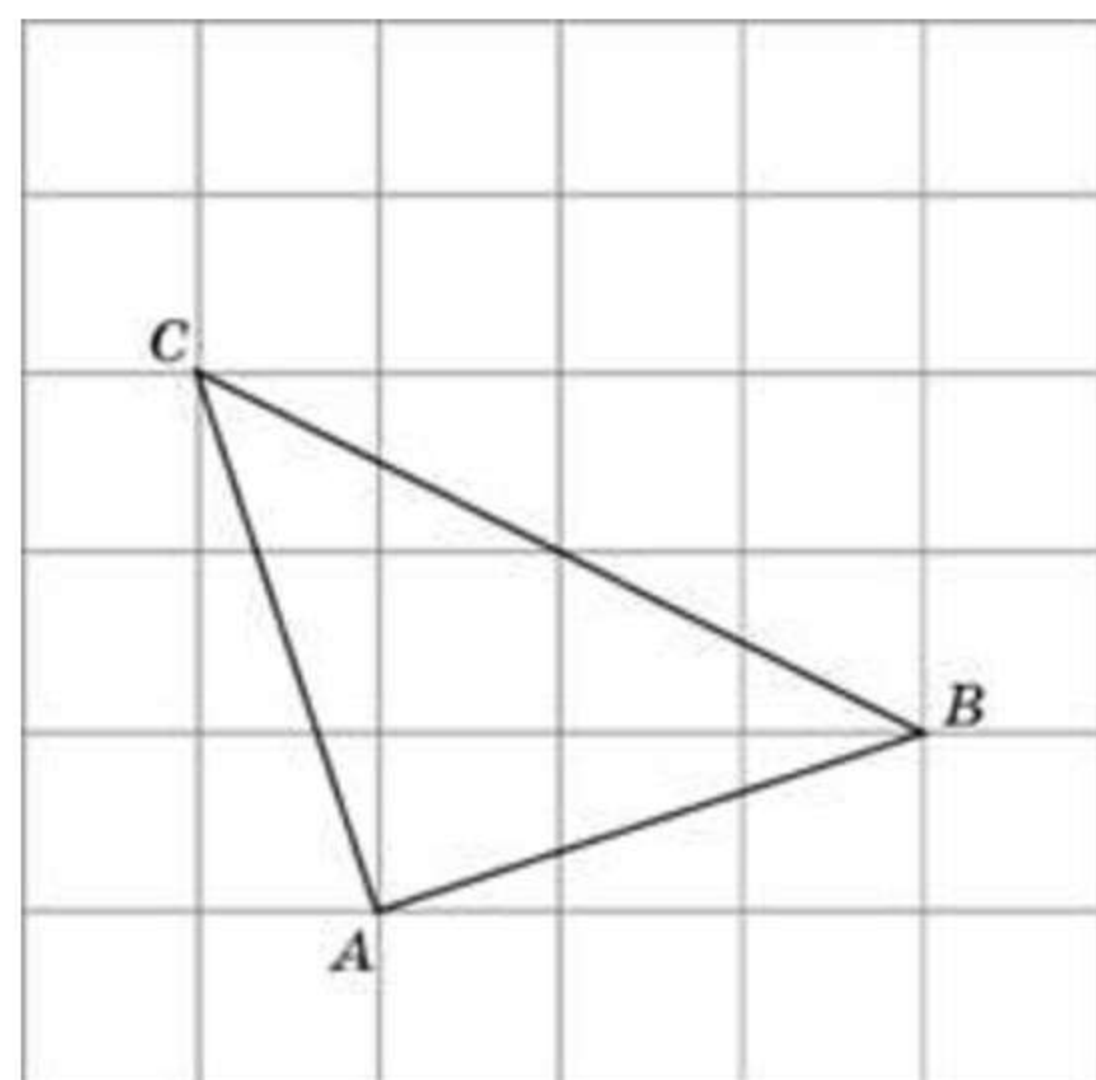
- 2** При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси – напряжение в вольтах. Определите по рисунку, на сколько вольт упадёт напряжение за первые 10 часов работы фонарика.



Ответ: \_\_\_\_\_.



3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $\sqrt{5} \times \sqrt{5}$  изображён треугольник  $ABC$ . Найдите длину его высоты, опущенной на сторону  $BC$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

4 В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что количество выпавших орлов меньше 2.

Ответ: \_\_\_\_\_.

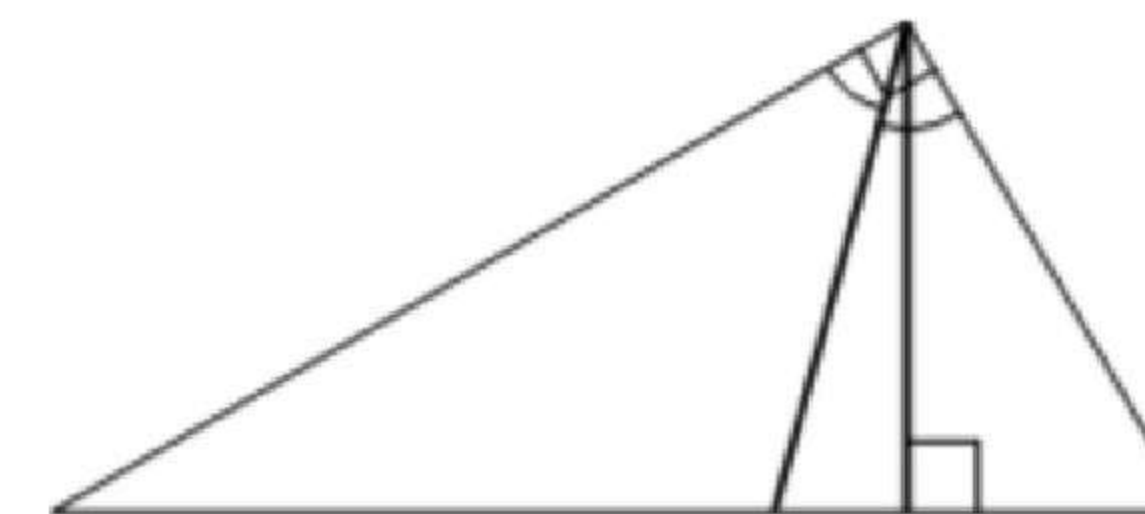
5 Решите уравнение

$$\sqrt{40 + 3x} = x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

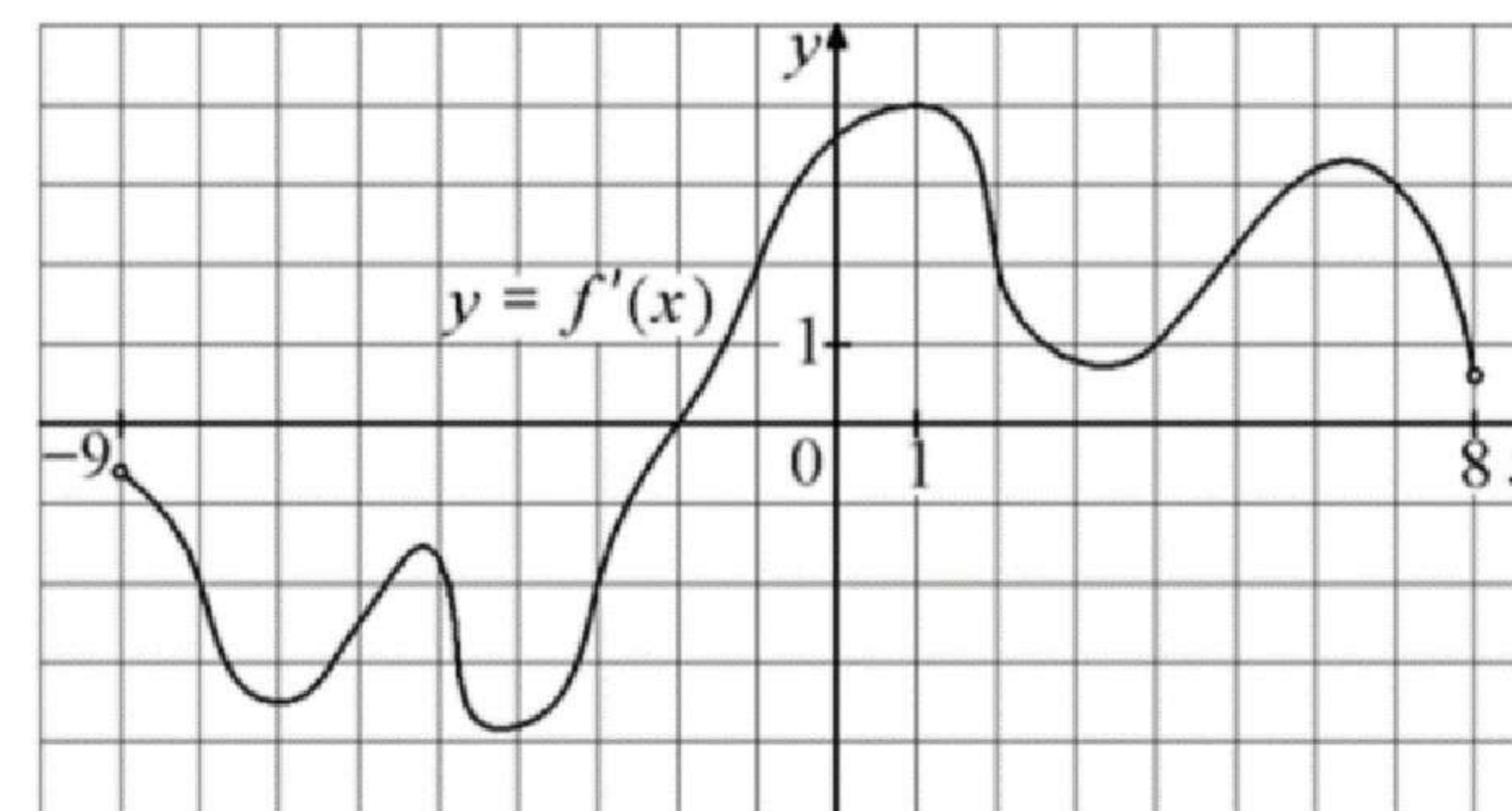
Ответ: \_\_\_\_\_.

6 В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла, равен  $14^\circ$ . Найдите меньший угол прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

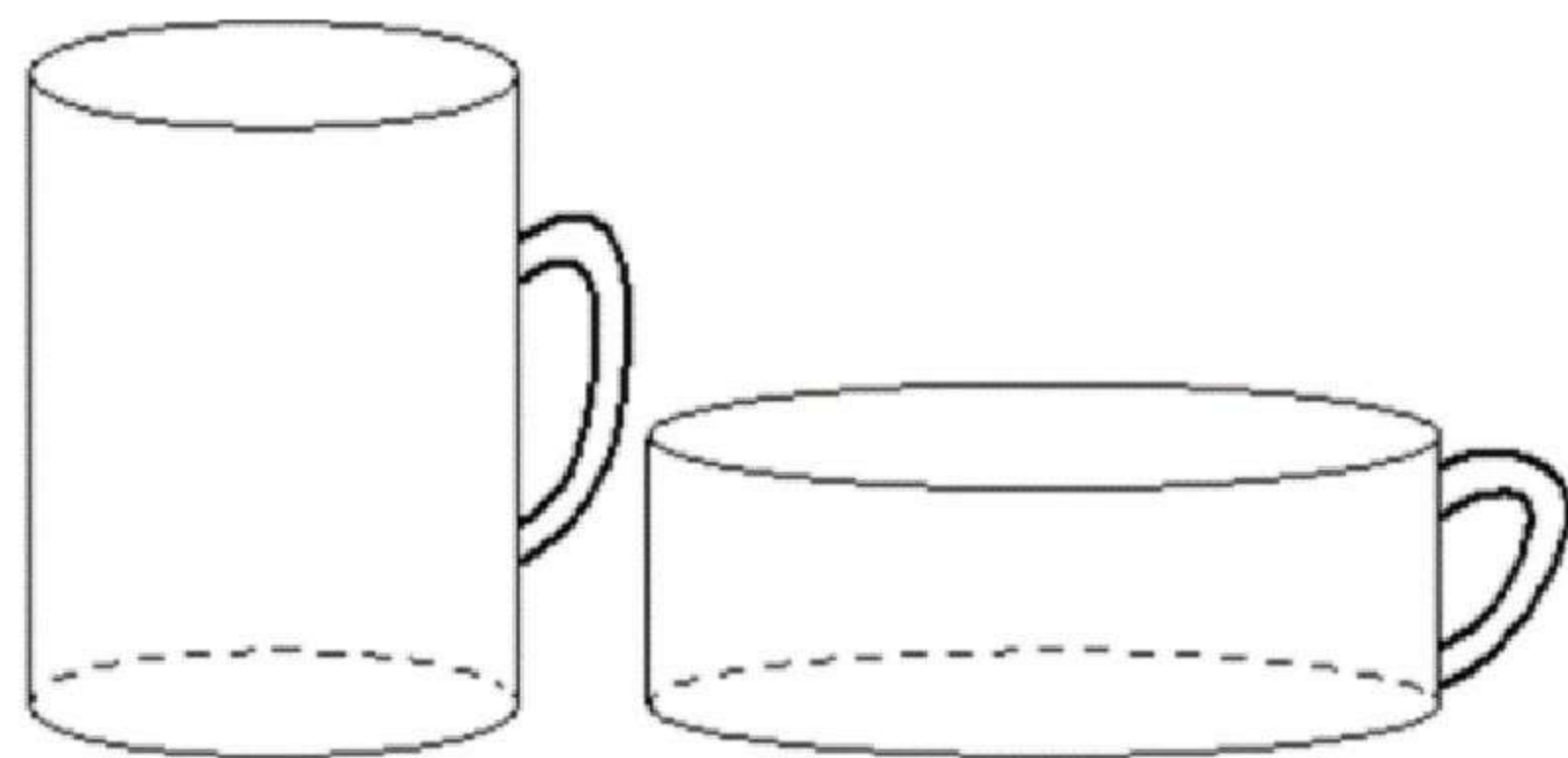
7 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  – производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-9; 8)$ . Найдите точку экстремума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-3; 3]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.



- 8 Первая цилиндрическая кружка вдвое выше второй, зато вторая в три раза шире. Найдите отношение объёма второй кружки к объёму первой.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.**

### Часть 2

- 9 Найдите  $16 \cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = 0,5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Наблюдатель находится на высоте  $h$  (в км). Расстояние  $l$  (в км) от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{2Rh}$ , где  $R = 6400$  км – радиус Земли. На какой высоте находится наблюдатель, если он видит линию горизонта на расстоянии 96 км? Ответ дайте в км.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Имеется два сосуда. Первый содержит 60 кг, а второй – 20 кг растворов кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 30% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 45% кислоты. Сколько процентов кислоты содержится в первом сосуде?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наибольшее значение функции

$$y = 20 \operatorname{tg} x - 20x + 5\pi - 6 \text{ на отрезке } \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right].$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**



Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение

$$2\sin^2 x + 4 = 3\sqrt{3} \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right).$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right].$$

14 В пирамиде  $SABC$  известны длины рёбер:  $AB = AC = \sqrt{29}$ ,  $BC = SA = 2\sqrt{5}$ ,  $SB = SC = \sqrt{13}$ .

а) Докажите, что прямая  $SA$  перпендикулярна прямой  $BC$ .

б) Найдите угол между прямой  $SA$  и плоскостью  $SBC$ .

15 Решите неравенство

$$15^x - 9 \cdot 5^x - 3^x + 9 \leq 0.$$

16 В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $BC$  и  $AD$  углы  $ABD$  и  $ACD$  прямые.

а) Докажите, что  $AB = CD$ .

б) Найдите  $AD$ , если  $AB = 2$ ,  $BC = 7$ .

17 В июле 2017 года планируется взять кредит в банке на три года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Месяц и год	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020
Долг (в млн рублей)	$S$	$0,7S$	$0,4S$	$0$

Найдите наибольшее значение  $S$ , при котором разница между наибольшей и наименьшей выплатами будет меньше 2 млн рублей.

18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(4 \cos x - 3 - a) \cdot \cos x - 2,5 \cos 2x + 1,5 = 0$$

имеет хотя бы один корень.

19 Готовясь к экзамену, Вася и Петя решали задачи из сборника, и каждый из них решил все задачи этого сборника. Каждый день Вася решал на одну задачу больше, чем в предыдущий день, а Петя решал на две задачи больше, чем в предыдущий день. Они начали решать задачи в один день, при этом в первый день каждый из них решил хотя бы одну задачу.

а) Могло ли получиться так, что каждый из них решил все задачи сборника ровно за 5 дней?

б) Могло ли получиться так, что каждый из них решил все задачи сборника ровно за 10 дней?

в) Какое наименьшее число задач могло быть в сборнике, если известно, что каждый из них решал задачи более 6 дней, в первый день Вася решил больше задач, чем Петя, а за семь дней Петя решил больше задач, чем Вася.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

