

При проверке олимпиадной работы руководствуйтесь критериями оценивания, приведёнными ниже после решения каждой из задач. Если какие-то пункты критериев в явном виде отсутствуют, но в дальнейшем решении используются, то они должны быть засчитаны. При этом проверяющий имеет право ставить неполный балл за действие, обозначенное в критериях, если оно выполнено учащимся частично.

Каждая задача (независимо от уровня сложности) оценивается из 10 баллов.

Предложенные учениками решения задач могут быть правильными, даже если эти решения кардинально отличаются от авторских! В этом случае рекомендуется придерживаться следующих критериев оценивания:

0 баллов – если ученик не приступал к решению задачи или приступил, но никаких разумных соображений не привёл;

1 - 5 баллов – если ученик написал разумные соображения, уравнения и рисунки, но полную систему уравнений для решения задачи составить не смог;

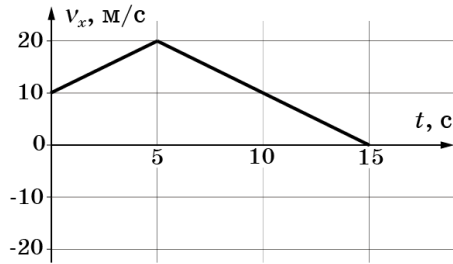
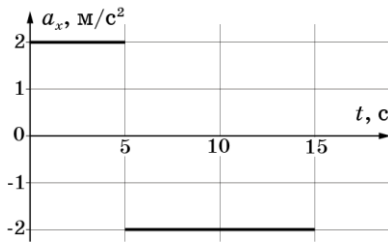
6 - 8 баллов – ученик понял физику решения, составил полную систему уравнений, необходимую для решения задачи, но довести решение системы до конца не смог;

9 баллов – ученик решил правильно задачу в общем виде (получил буквенный ответ), но сделал математические ошибки в окончательных вычислениях;

10 баллов – задача решена полностью (при этом способ решения, предложенный учеником, может кардинально отличаться от авторского).

9 класс

Задача 1. Частичный график. На рисунке приведён график зависимости проекции ускорения a_x от времени t для частицы с момента начала наблюдения до момента её остановки. Определите максимальную скорость v_{\max} частицы и путь S пройденный ей за 15 с.



Возможное решение. В момент $t = 15$ с частица должна остановиться. К этому моменту её скорость изменится на $\Delta v = -10 \text{ м/с}$ (можно найти как площадь под графиком $a(t)$). Значит начальная скорость $v_0 = 10 \text{ м/с}$. Теперь можно построить полноценный график $v(t)$.

Максимальная скорость будет в момент $t = 5$ с:

$$v_{\max} = 20 \text{ м/с.}$$

Путь пройденный частицей посчитаем как площадь под

графиком $v(t)$: $S = 175 \text{ м}$.

Критерии оценивания

1) Найдено изменение скорости за всё время движения (2 балла)

2) Найдена начальная скорость (1 балл)

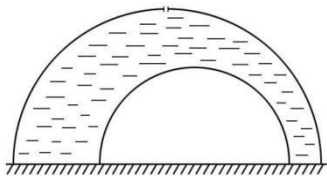
3) Построен правильный, «культурный» график $v(t)$ (4 балла)

i. Вместо графика может быть использованы уравнения движения и скорости для двух участков равноускоренного движения (по 1 баллу за каждое правильное уравнение).

4) Найдена v_{\max} (1 балл)

5) Найден путь S (2 балла)

Задача 2. Купол под куполом. На гладкой горизонтальной поверхности, плотно прилегая к ней, лежат два тонкостенных полусферических колокола радиусов R_1 и R_2 ($R_1 > R_2$) (см. рис.). Известно, что масса внешнего колокола в 2 раза больше массы внутреннего. В верхней части внешнего колокола проделано небольшое отверстие, через которое наливается жидкость плотностью ρ . В момент, когда заполняется всё пространство между колоколами, начинается подтекание под один из них. Определите под какой из колоколов начнётся подтекание и найдите его массу.



Примечание: объем шара радиуса R равен $V = 4\pi R^3 / 3$.

Возможное решение.

Результирующая сил давления со стороны жидкости на внутренний колокол направлена вниз, а на внешний – вверх. Поэтому подтекание произойдёт под внешний колокол (жидкость его приподнимет). **(2 балла)**

Обозначим через m – массу меньшего колокола. Тогда $2m$ – масса большего колокола.

Далее решать можно двумя способами.

1 способ

Заметим, что давление на внешний колокол со стороны жидкости в каждой точке (а значит и сила давления со стороны жидкости, которая в конечном счёте его поднимает) будет таким же, как в случае, когда под ним нет второго колокола и вся полость заполнена жидкостью. **(1 балл).**

Теперь задача сводится к более простой. Колокол приподнимется, когда все его внутреннее пространство будет заполнено жидкостью плотности ρ .

Представим, что колокол вместе с его содержимым находится на чаше весов, которые показывают не массу, а вес груза. **(1 балл).**

Тогда на весах должен отображаться суммарный вес жидкости и колокола:

$$\left(2m + \frac{2}{3}\pi\rho R_1^3\right)g. \quad \text{(2 балла).}$$

С другой стороны, в момент начала подтекания, колокол отрывается от чаши, поэтому весы показывают силу давления жидкости на чашу весов. Тогда:

$$\left(2m + \frac{2}{3}\pi\rho R_1^3\right)g = (\pi R_1^2)\rho g R. \quad \text{(2 балла)}$$

Откуда: $m = \pi\rho R_1^3/6$.

И массы колоколов, соответственно, равны:

$$m = \frac{1}{6}\pi\rho R_1^3 \quad \text{и} \quad 2m = \frac{1}{3}\pi\rho R_1^3. \quad \text{(2 балла)}$$

2 способ

Представим, что вся наша конструкция находится на чаше весов, которые показывают суммарный вес жидкости и колоколов

$$\left(3m + \frac{2}{3}\pi\rho(R_1^3 - R_2^3)\right)g. \quad \text{(2 балла)}$$

В момент начала подтекания, внешний колокол оторвется от чаши, поэтому весы покажут вес малого колокола и силу давления жидкости на чашу весов. **(2 балл)**

Заметим, что вес малого колокола не будет равен mg , ведь жидкость оказывает на него дополнительное давление. Силу давления (F) жидкости на малый колокол можно найти, воспользовавшись таким рассуждением:

Мысленно заменим колокол на половинку шара того же радиуса. Если бы жидкость подтекала под полусфера, на него бы действовала сила Архимеда, равная с одной стороны весу жидкости в объёме полусферы, с другой – суммарной силе давления со стороны жидкости на полусферу. **(0,5 балла)**

Силу давления можно посчитать, как сумму силы давления на верхнюю часть (та самая сила F , которую мы ищем, направлена вниз) и силы давления на основание полусферы (направлена вверх). Тогда:

$$\frac{2}{3}\pi\rho R_2^3 g = \rho g R_1 \pi R_2^2 - F. \quad (0,5 \text{ балла})$$

Откуда:

$$F = \rho g R_1 \pi R_2^2 - \frac{2}{3}\pi\rho R_2^3 g. \quad (0,5 \text{ балла})$$

Теперь, зная F , запишем уравнение для показания весов:

$$\begin{aligned} & \left(3m + \frac{2}{3}\pi\rho(R_1^3 - R_2^3) \right) g = \\ & = \rho g R_1 \pi (R_1^2 - R_2^2) + mg + \rho g R_1 \pi R_2^2 - \frac{2}{3}\pi\rho R_2^3 g. \end{aligned} \quad (0,5 \text{ балла})$$

Раскрывая скобки и упрощая выражение, получим:

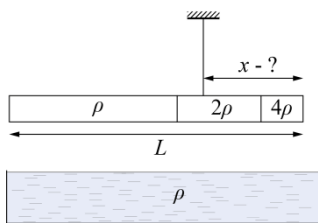
$$m = \pi\rho R_1^3 / 6.$$

Массы колоколов, соответственно, равны:

$$m = \frac{1}{6}\pi\rho R_1^3 \quad \text{и} \quad 2m = \frac{1}{3}\pi\rho R_1^3. \quad (2 \text{ балла})$$

3 способ

В предыдущих рассуждениях показания весов можно заменить суммарной силой реакции опоры на систему «колокола и вода» и приравнять её до и после начала подтекания. Эти рассуждения должны оцениваться по тем же шаблонам.



Задача 3. Тонкий баланс. Стержень длиной L , состоящий из трёх частей одного диаметра, висит на нити горизонтально. Каждая следующая его часть, по сравнению с предыдущей, в 2 раза короче, а её плотность в 2 раза больше. Плотность самой длинной части ρ .

Определите:

- 1) расстояние x от края стержня (со стороны короткой части) до точки крепления нити;
- 2) расстояние Δx , на которое нужно сместить точку крепления нити для достижения нового равновесия после погружения стержня в жидкость плотностью ρ .

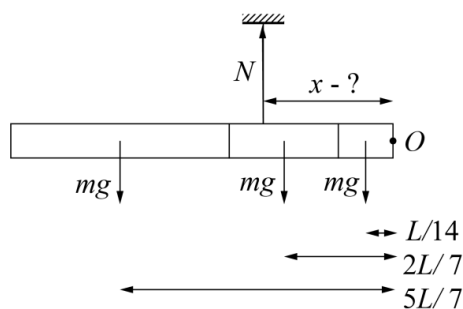
Возможное решение.

Массы m каждой из трёх частей одинаковы ($m = 4\rho SL/7$).

Сила натяжения по модулю равна $N = 3mg$.

(1 балл)

Расставим на рисунке все силы.



(3

балла)

(по 1 баллу за каждое верное плечо сил тяжести. Или 3 балла за нахождение центра масс системы).

Запишем правило моментов относительно оси O :

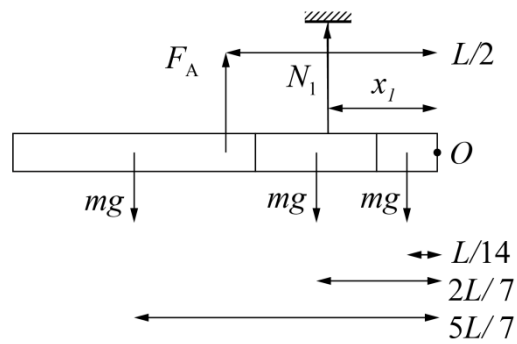
$$mg \frac{L}{14} + mg \frac{2L}{7} + mg \frac{5L}{7} = 3mgx \quad (1 \text{ балл})$$

$$x = \frac{5}{14} L \quad (0,5 \text{ балла})$$

При погружении стержня в воду на него станет действовать сила Архимеда. Она будет приложена к геометрическому центру **(1 балл)**

и равна по модулю $F_A = \rho g SL = \frac{7}{4} mg$ **(1 балл)**

Новое значение силы натяжения



$$N_1 = 3mg - F_A = \frac{5}{4}mg .$$

(0,5 балла)

Запишем применительно к этому случаю правило моментов относительно оси O :

$$mg \frac{L}{14} + mg \frac{2L}{7} + mg \frac{5L}{7} = \frac{5}{4}mgx_1 + \frac{7}{4}mg \frac{L}{2} .$$

(1 балл)

$$x_1 = \frac{11}{70}L .$$

(0,5 балла)

$$\Delta x = \frac{1}{5}L .$$

(0,5 балла)

Задача 4. Мощный нагрев. В два калориметра положили по куску льда и с одинаковой постоянной мощностью начали подводить тепло. В первом калориметре за $\tau_1 = 370$ с удалось поднять температуру содержимого с $t_{10} = -50^\circ\text{C}$ до $t_{11} = 30^\circ\text{C}$. Во втором через $\tau_2 = 580$ с от начала нагрева температура достигла $t_{21} = 40^\circ\text{C}$. Определите массы m_1 и m_2 кусков льда, начальную температуру второго куска (t_{20}) и мощность P нагревательного элемента. Известно, что куски льда отличались по массе на $\Delta m = 210$ г, а вода во втором калориметре появилась через $\tau_0 = 80$ с после начала нагрева. Удельная теплоёмкость льда $c_{\text{л}} = 2100$ Дж/кг $^\circ\text{C}$, удельная теплоёмкость воды $c_{\text{в}} = 4200$ Дж/кг $^\circ\text{C}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг.

Возможное решение.

В каждом из калориметров лёд сначала нагревался до 0°C , затем плавился, а потом шёл нагрев воды. Каждый из этих трёх участков занимал какое-то время. Введём обозначения:

$\tau_{11}, \tau_{12}, \tau_{13}$ – время нагрева льда, плавления льда и нагрева воды в первом калориметре.

$\tau_{21}, \tau_{22}, \tau_{23}$ – время нагрева льда, плавления льда и нагрева воды в первом калориметре.

Поскольку мощность нагрева на протяжении эксперимента была постоянной, общее время нагрева распределялось между участками пропорционально теплоте, полученной на каждом из них. То есть:

$$\tau_{11}/\tau_{12}/\tau_{13} = c_{\text{л}}m_1(0 - t_{10})/\lambda m_1/cm_1(t_{11} - 0) = c_{\text{л}}(0 - t_{10})/\lambda/c(t_{11} - 0). \quad (1,5 \text{ балла})$$

$$\tau_{21}/\tau_{22}/\tau_{23} = c_{\text{л}}m_2(0 - t_{20})/\lambda m_2/cm_2(t_{21} - 0) = c_{\text{л}}(0 - t_{20})/\lambda/c(t_{21} - 0). \quad (1,5 \text{ балла})$$

Кроме того, нам известно, что во втором калориметре вода появилась через 80 секунд, значит $\tau_{21} = 80$ с.

Учитывая, что $\tau_{11} + \tau_{12} + \tau_{13} = \tau_1$, и решая пропорцию, находим:

$$\tau_{11} \approx 70 \text{ с}; \tau_{12} \approx 217 \text{ с}; \tau_{13} \approx 83 \text{ с}. \quad (1,5 \text{ балла})$$

Для второго калориметра имеем:

$$\tau_{22}/\tau_{23} = \lambda/c(t_{21} - 0)$$

$$\tau_{22} + \tau_{23} = \tau_1 - \tau_{21} = 500 \text{ с}. \quad (0,5 \text{ балла})$$

$$\text{Откуда } \tau_{22} = 331 \text{ с}; \tau_{23} = 169 \text{ с}. \quad (1 \text{ балл})$$

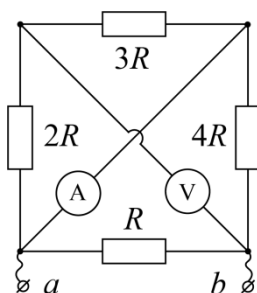
Поскольку $\tau_{22} > \tau_{12}$, $m_2 > m_1$.

$$\text{Мощности нагревателей одинаковы, значит } P(\tau_{22} - \tau_{12}) = \lambda \Delta m. \quad (1 \text{ балл})$$

$$\text{Отсюда находим мощность: } P = \lambda \Delta m / (\tau_{22} - \tau_{12}) \approx 608 \text{ Вт}. \quad (1 \text{ балл})$$

$$\text{Тогда } m_1 = P\tau_{12}/\lambda = 0,40 \text{ кг}, m_2 = m_1 + \Delta m = 0,61 \text{ кг}. \quad (1 \text{ балл})$$

$$\text{Далее: } c_{\text{л}}m_2(0 - t_{20}) = P\tau_{21}. \text{ Откуда: } t_{20} = -P\tau_{21}/c_{\text{л}}m_2 = -38^\circ\text{C}. \quad (1 \text{ балл})$$



Задача 5. Электрический квадрат. Из четырёх резисторов с сопротивлениями R , $2R$, $3R$ и $4R$ ($R = 15$ Ом) спаян квадрат, в одну диагональ которого включён идеальный амперметр, а в другую – идеальный вольтметр (см. рис.). Найдите эквивалентное сопротивление R_0 цепи между узлами a и b . Какими будут показания амперметра и вольтметра если к узлам a и b подключить источник с напряжением $U = 12$ В?

Возможное решение

Так как внутреннее сопротивление идеального вольтметра бесконечно большое, а внутреннее сопротивление идеального амперметра равно нулю, то можно сделать вывод, что через резисторы $3R$ и $2R$ ток практически не течёт, **(1 балл)**

следовательно, падения напряжений на этих резисторах пренебрежимо мало и вольтметр будет показывать напряжение источника: $U_V = U = 12$ В. **(2 балла)**

Учитывая также, что падение напряжения на идеальном амперметре равно нулю, приходим к выводу, что падение напряжения на резисторе $4R$ равно падению напряжения на резисторе R **(1 балл)**

и равно напряжению источника U **(1 балл)**

Ток, текущий при этом через амперметр равен току, текущему через резистор $4R$ (ток через резистор $3R$ отсутствует). **(1**

балл)

На основании закона Ома находим показания амперметра:

$$I_A = \frac{U}{4R} = 0,2 \text{ А} . \quad \textbf{(2 балл)}$$

Сопротивление цепи будет равно сопротивлению параллельно подключённых резисторов R и $4R$:

$$R_0 = \frac{4R^2}{4R + R} = \frac{4}{5} R = 12 \text{ Ом} . \quad \textbf{(2 балл)}$$