

**Система оценивания экзаменационной работы по математике
(профильный уровень)**

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ
1	35
2	10400
3	18
4	0,06
5	10
6	4,5
7	-4
8	14
9	-6
10	60
11	8
12	6
13	а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; n \in Z$ б) $\frac{7\pi}{3}$
14	$5\sqrt{3}$
15	$(0; 1) \cup \{9\} \cup (27; +\infty)$
16	5
17	1066,5 тыс.
18	$(-\infty; -2\sqrt{10} - 5) \cup \{-1\} \cup (2\sqrt{10} - 5; \frac{8}{3}) \cup (\frac{8}{3}; +\infty)$
19	а) да б) нет в) 39



Решения и критерии оценивания заданий 13–19

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными.** За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

13 а) Решите уравнение

$$\frac{4}{\sin^2\left(\frac{7\pi}{2} - x\right)} - \frac{11}{\cos x} + 6 = 0$$

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$

а) $\frac{4}{\cos^2 x} - \frac{11}{\cos x} + 6 = 0$

Пусть $\frac{1}{\cos x} = t$

$$4 \cdot t^2 - 11 \cdot t + 6 = 0$$

$$D = 121 - 4 \cdot 4 \cdot 6 = 25$$

$$t = \frac{11 \pm 5}{8}$$

$$t_1 = 2$$

$$\frac{1}{\cos x} = 2$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$t_2 = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{\cos x} = \frac{3}{4}$$

$$\cos x = \frac{4}{3}$$

нет решений, т.к. $|\cos x| \leq 1$

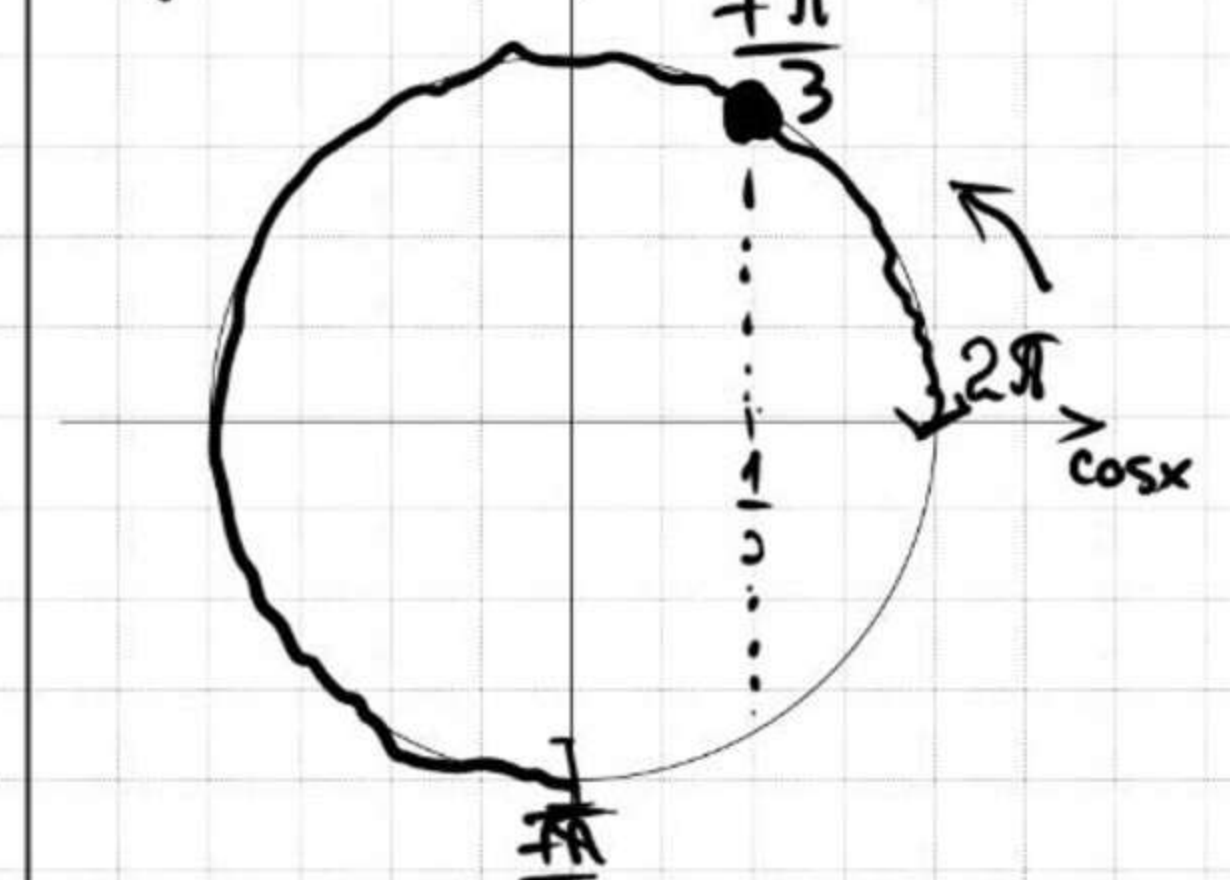
ОТВЕТ: а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б) $\frac{7\pi}{3}$

Источники:

Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2018 (10 вар)
Ященко 2018 (30 вар)
Ященко 2018 (36 вар)
Семёнов 2015

б) Отберём корни с помощью оц-ти: $\sin x$

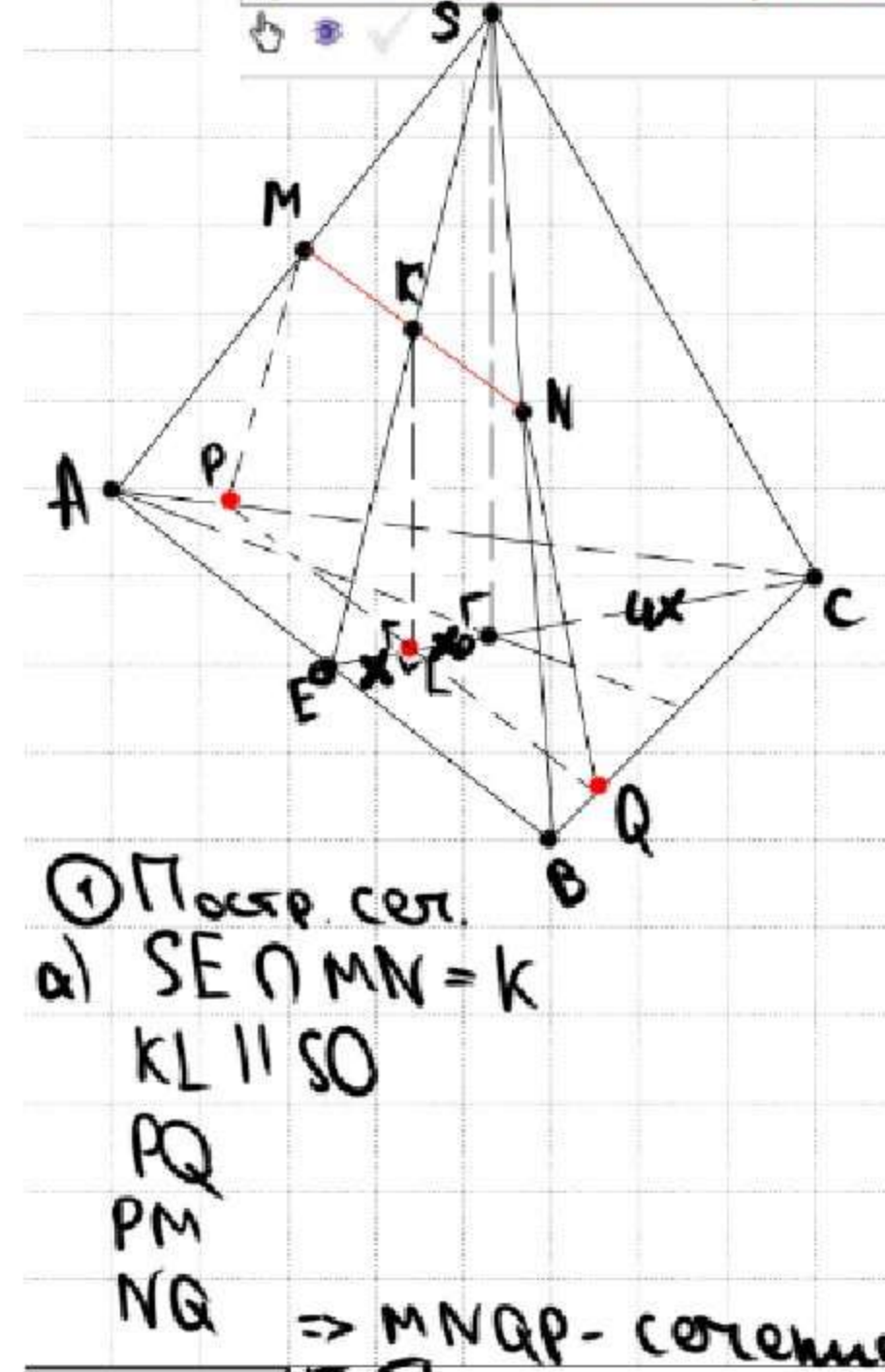


Получим: $x = \frac{2\pi}{1} + \frac{\pi}{3} = \frac{7\pi}{3}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	2



14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 60, а боковое ребро SA равно 37. Точки M и N — середины ребер SA и SB соответственно. Плоскость α содержит прямую MN и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.
а) Докажите, что плоскость α делит медиану CE основания в отношении 5 : 1, считая от точки C .
б) Найдите расстояние от вершины A до плоскости α .



$\frac{CL}{LE} = \frac{5}{1}$?
 ② $\triangle SEO$:
 KL — ср. линия
 $\Rightarrow \triangle KLE \sim \triangle OSE$
 $EL = x$
 $LO = x$
 Тогда $CO = 4x$
 (по св-ву мед. CE)
 $CL = 5x$
 $LE = x$
 $\frac{CL}{LE} = \frac{5}{1}$

б) $AB \parallel \alpha$
 (т.к. $AB \parallel MN$)
 $\Rightarrow \rho(A; \alpha) = \rho(E; \alpha)$
 EL — искомого
 расстояние
 $CE = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 60 = 30\sqrt{3}$
 $EL = \frac{1}{6} \cdot 30\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

Источники:

ЕГЭ
 osfiri
 Ященко 2019 (36 вар)
 Основная волна (Резерв) 2015

СВОЙСТВО МЕДИАНЫ



Медианы треугольника пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся в отношении 2:1 считая от вершины

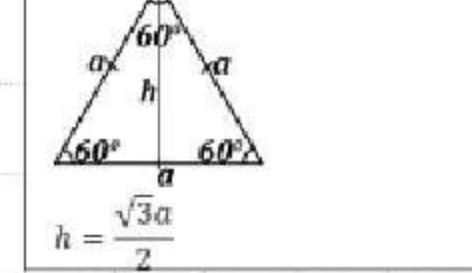
ПРИЗНАК ПАРALLELЛЬНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ



Прямая параллельна плоскости, если она параллельна какой-либо прямой, лежащей в этой плоскости

Если $\begin{cases} m \parallel c \\ c \in \alpha \end{cases}$, то $m \parallel \alpha$

ВЫСОТА РАВНОСТОРОННЕГО ТРЕУГОЛЬНИКА



$h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$

15 Решите неравенство
 $\frac{\log_3 x}{\log_3 \left(\frac{x}{27}\right)} \geq \frac{4}{\log_3 x} + \frac{8}{\log_3^2 x - \log_3 x^3}$

$\frac{\log_3 x}{\log_3 x - \log_3 27} \geq \frac{4}{\log_3 x} + \frac{8}{\log_3^2 x - 3\log_3 x}$
 Пусть $\log_3 x = t$
 $\frac{t}{t-3} - \frac{4}{t} - \frac{8}{t^2-3t} \geq 0$
 $\frac{t^2-4t+12-8}{t^2-3t} \geq 0$
 $\frac{t^2-4t+4}{t \cdot (t-3)} \geq 0$
 $\frac{(t-2)^2}{t(t-3)} \geq 0$
 $\begin{cases} t < 0 \\ t = 2 \\ t > 3 \end{cases}$

ОТВЕТ: $(0; 1) \cup \{9\} \cup (27; +\infty)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек	1
ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	0
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	<i>2</i>

При этом в первом случае выставления 1 балла допускаются только ошибки в строгости неравенства: «<» вместо «≤», или наоборот. Если в ответ включено значение переменной, при котором одна из частей неравенства не имеет смысла, то следует выставлять оценку «0 баллов».

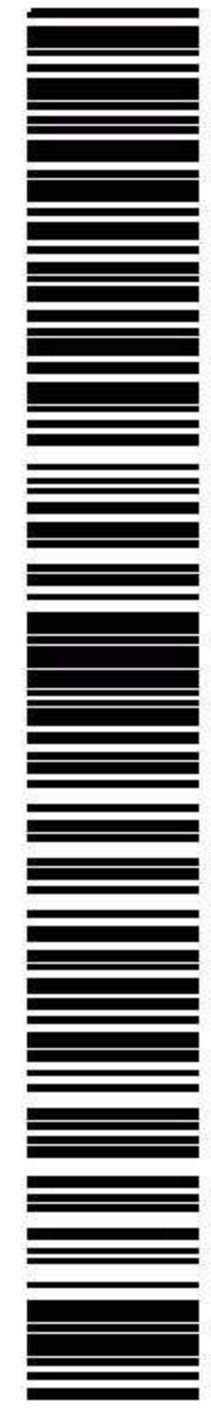
Источники:

ЕГЭ
 osfiri
 Ященко 2020 (36 вар)
 Ященко 2019 (36 вар)
 Ященко 2018 (36 вар)
 Основная волна 2017

$t < 0$
 $\log_3 x < \log_3 1$
 $t = 2$
 $\log_3 x = \log_3 9$
 $x = 9$
 $t > 3$
 $\log_3 x > \log_3 27$
 $x > 27$
 Обьединим:
 $(0; 1) \cup \{9\} \cup (27; +\infty)$

ОТВЕТ: $5\sqrt{3}$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	<i>2</i>



18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $|x^2 - 2ax + 7| = |6a - x^2 - 2x - 1|$ имеет более двух различных корней.

Источники:
 ФИПИ
 Основная волна 2014
СВОЙСТВА КОРНЕЙ
 1 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$
 2 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
 3 $(\sqrt{a})^2 = a$
 4 $\sqrt{a^2} = |a|$
 5 $\sqrt{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

$(x^2 - 2ax + 7)^2 - (6a - x^2 - 2x - 1)^2 = 0$
 $(x^2 - 2ax + 7 - 6a + x^2 + 2x + 1)(x^2 - 2ax + 7 + 6a - x^2 - 2x - 1) = 0$
 $(2x^2 - 2ax - 6a + 2x + 8)(6a - 2ax + 6 - 2x) = 0$
 $(x^2 - ax - 3a + x + 4)(3a - ax + 3 - x) = 0$
 $(x^2 - a \cdot x - 3a + x + 4) \cdot (a \cdot (3-x) + (3-x)) = 0$
 $(x^2 - a \cdot x - 3a + x + 4) \cdot (3-x) \cdot (a+1) = 0$
 При $a = -1$ будет бесконечн. кол-во реш.
 При $a \neq -1$
 $x_1 = 3$
 $x^2 - ax - 3a + x + 4 = 0$
 должно иметь 2 реш и $x \neq 3$
 $D > 0$
 $3^2 - a \cdot 3 - 3a + 3 + 4 \neq 0$

$x^2 + (1-a) \cdot x + 4 - 3a = 0$
 $D = (1-a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (4-3a)$
 $1 - 2a + a^2 - 16 + 12a > 0$
 $9 - 6a + 7 \neq 0$
 $a^2 + 10a - 15 > 0$
 $16 \neq 6a$

 Объединим $a = -1$

ОТВЕТ: $(-\infty, -2\sqrt{10}-5) \cup \{-1\} \cup (2\sqrt{10}-5, \frac{8}{3}) \cup (\frac{8}{3}, +\infty)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	4

19 Имеются каменные глыбы: 50 штук по 800 кг, 60 штук по 1 000 кг и 60 штук по 1 500 кг (раскалывать глыбы нельзя).
 а) Можно ли увезти все эти глыбы одновременно на 60 грузовиках, грузоподъемностью 5 тонн каждый, предполагая, что в грузовик выбранные глыбы поместятся?
 б) Можно ли увезти все эти глыбы одновременно на 38 грузовиках, грузоподъемностью 5 тонн каждый, предполагая, что в грузовик выбранные глыбы поместятся?
 в) Какое наименьшее количество грузовиков, грузоподъемностью 5 тонн каждый, понадобится, чтобы вывезти все эти глыбы одновременно, предполагая, что в грузовик выбранные глыбы поместятся?

Источники:
 ФИПИ
 Досрочная волна 2013

а) **Пример:**
 1) $\frac{5000}{800} = 6,25$ (800кг) ≈ 6 машин
 2) $\frac{50}{6} = 8\frac{1}{3} \approx 9$ (грузовиков) \Rightarrow нужно заполнить все грузовики полностью
 3) $\frac{5000}{1000} = 5$ (1000кг) ≈ 5 машин
 4) $\frac{50}{5} = 10$ (1 т грузовиков)
 5) $\frac{5000}{1500} \approx 3$ (1500кг) ≈ 3 машины
 6) $\frac{60}{3} = 20$ (грузовиков)
38.5 тонн = 190 (тонн) - суммарная грузоподъемность
 $50 \cdot 800 + 60 \cdot 1000 + 60 \cdot 1500 = 190000$ тонн
 \Rightarrow нужно заполнить все грузовики полностью
 Единственный вариант размещения 1500кг глыб, помещаясь равно по 2 тонны глыбы в каждый грузовик $\Rightarrow 30$ грузовиков

Остаток 50 800 и их расфасовать не получится \Rightarrow нельзя.
 б) **Коллекто грузовиков ≥ 39**
 30 грузовиков заполнено всеми 1000кг и 1500кг
 Остаток заполнить 9 грузовиков:
 1) $\frac{5000}{800} \approx 6$ машин
 2) $\frac{50}{6} \approx 9$ (машин) $\Rightarrow 39$ грузовиков можно заполнить машин.

ОТВЕТ:
 а) Да, пример привел
 б) Нет
 в) 39.

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта а; – обоснованное решение пункта б; – искомая оценка в пункте в;	1
– пример в пункте в, обеспечивающий точность предыдущей оценки	
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 13–19. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

