

ЭФФЕКТИВНАЯ
ПОДГОТОВКА
К ОГЭ

ОГЭ 2021

В. В. Кочагин, М. Н. Кочагина

МАТЕМАТИКА

ТЕМАТИЧЕСКИЕ
ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ

- Тематические задания
- Тренировочные варианты ОГЭ
- Ответы и критерии оценивания

**НОВЫЕ
ТИПЫ
ЗАДАНИЙ**

**ЭФФЕКТИВНАЯ
ПОДГОТОВКА
К ОГЭ**

ОГЭ

2021

В. В. Кочагин, М. Н. Кочагина

МАТЕМАТИКА

**ТЕМАТИЧЕСКИЕ
ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ**

**МОСКВА
2020**



100balnik.ru.com

О б а в т о р а х :

В.В. Кочагин — кандидат педагогических наук,
учитель математики ГБОУ «Школа № 1568 им. Пабло Неруды»
г. Москвы

М.Н. Кочагина — кандидат педагогических наук, доцент кафедры
высшей математики и методики преподавания математики
ИЦО ГАОУ ВО МГПУ

Кочагин, Вадим Витальевич.

Книга предназначена для подготовки учащихся к ОГЭ по математике.

Пособие содержит:

- задания по основным темам курса;
- тренировочные варианты ОГЭ;
- задания для уроков обобщения и повторения;
- ответы и критерии оценивания.

Издание будет полезно учителям математики, так как даёт возможность эффективно организовать учебный процесс и подготовку к экзамену.

ВВЕДЕНИЕ

Существующая в настоящее время в России новая система итоговой аттестации по математике за курс основной школы предполагает изменение методики подготовки к аттестации. В экзаменационной работе по математике представлен ряд заданий в тестовой форме, поэтому появляется необходимость знакомить учащихся с такими заданиями. Желательно это делать задолго до самого экзамена, для того чтобы ученики привыкли не только к формулировкам заданий в новой форме, но и к уровню таких заданий, к их содержанию. Такая подготовка формирует у учеников готовность к итоговой аттестации, чувство уверенности в своих силах, создает психологический комфорт.

Данное пособие представляет учащимся возможность, изучая математику в 9-м классе, постепенно знакомиться с требованиями итоговой аттестации, а также предлагает материал для итогового повторения в конце 9-го класса.

Издание содержит тематические тренировочные задания для изучения алгебры в течение всего учебного года в 9-м классе. Учащимся предлагается решать задания параллельно с темой по алгебре, изучаемой на уроках. Ученики смогут постепенно знакомиться с формой заданий, характерных для итоговой аттестации, а также с уровнем этих заданий. Параграфы соответствуют темам, изучаемым учащимися на уроках алгебры. Каждый параграф состоит из двух частей, как и экзаменационная работа. Первая из этих частей

содержит задания разных типов: задания с выбором ответа, задания с кратким ответом, задания на соответствие. Вторая часть параграфа содержит 10 более сложных заданий, для которых необходимо привести развернутое решение.

В приложении книги приводятся ценные материалы, предназначенные для использования при обобщающем повторении математики в конце 9-го класса и подготовке к итоговой аттестации. Здесь приведены задания, которые можно предложить учащимся на уроках повторения. В содержание каждого из 15 уроков включены основные теоретические вопросы, задания для решения в классе и для самостоятельного решения дома. Для контроля знаний предложены два варианта контрольной работы по математике в форме ОГЭ.

В конце пособия приведены указания к решению более сложных заданий и ответы ко всем заданиям.

Для самостоятельной подготовки к экзамену ученикам может также помочь книга «ОГЭ. Математика. Сборник заданий: 9-й класс» (авторы: В.В. Кочагин, М.Н. Кочагина).

Надеемся, что данное пособие поможет девятиклассникам систематизировать свои знания по математике, узнать особенности заданий, предлагающихся на экзамене по математике, а также самостоятельно подготовиться к экзамену и успешно его сдать.

Авторы

ТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ

Часть 1

1. Установите соответствие между функциями и их графиками. Функции заданы формулами:

$$A. y = \frac{-4}{x}$$

$$B. y = -4x - 1$$

$$B. y = -4x^2 - x$$

$$Г. y = 4\sqrt{x}$$

- 1) парабола 2) гиперболола 3) прямая

2. Установите соответствие между функциями и их графиками. Функции заданы формулами:

$$A. y = \frac{6}{x}$$

$$B. y = \frac{x}{6}$$

$$B. y = 6x^2 + 4$$

$$Г. y = \sqrt{x}$$

- 1) прямая 2) гиперболола 3) парабола

3. Графику функции $y = x^2 - 3x - 1$ принадлежит точка с координатами

1) (0; 1)

3) (2; -3)

2) (1; 0)

4) (-1; -3)

4. Графику функции $y = x^2 - x - 5$ принадлежит точка с координатами

1) (0; 1)

3) (3; -3)

2) (1; 0)

4) (-1; -3)

5. Укажите координаты вершины параболы $y = x^2 - 4x - 5$.

1) (2; -5)

3) (2; -9)

2) (-2; 7)

4) (-4; 27)

6. Укажите координаты вершины параболы $y = x^2 + 6x + 5$.

Ответ: _____.

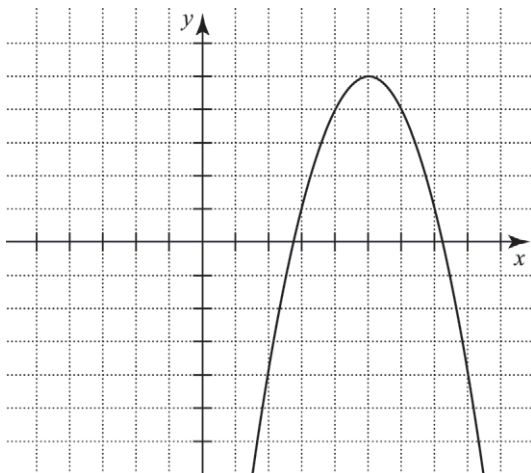
7. По графику квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ определите знаки коэффициентов a и c .

1) $a < 0$ и $c < 0$

2) $a < 0$ и $c > 0$

3) $a > 0$ и $c < 0$

4) $a > 0$ и $c > 0$



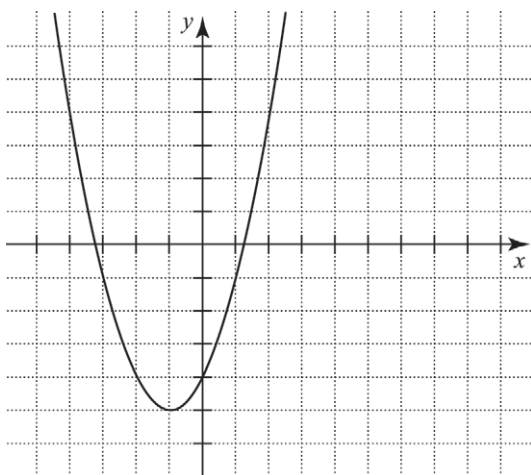
8. По графику квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ определите знаки коэффициентов a и c .

1) $a < 0$ и $c < 0$

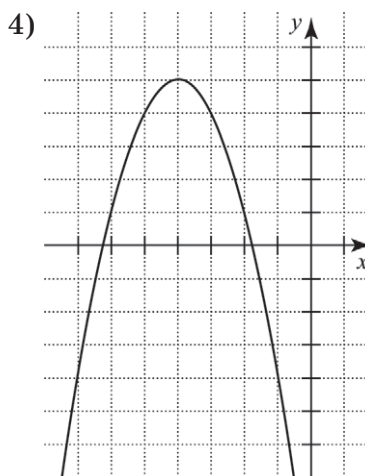
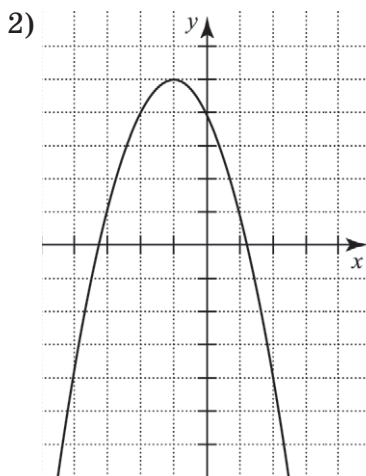
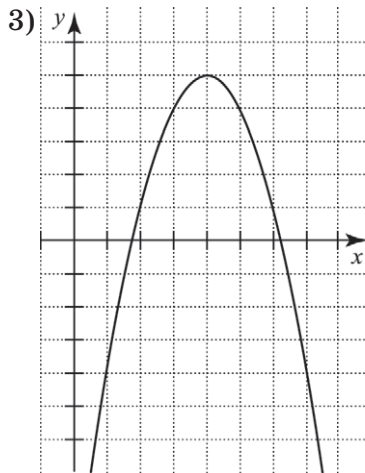
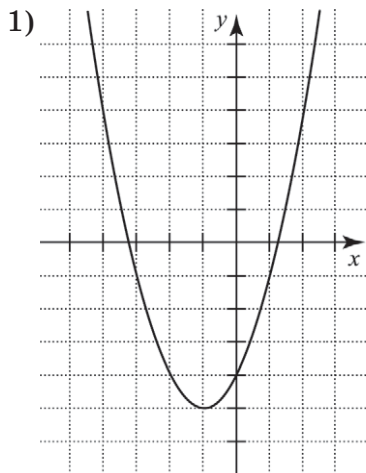
2) $a < 0$ и $c > 0$

3) $a > 0$ и $c < 0$

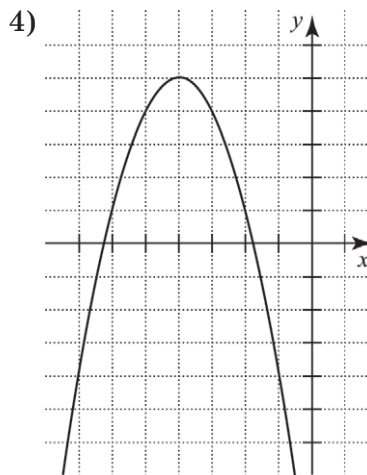
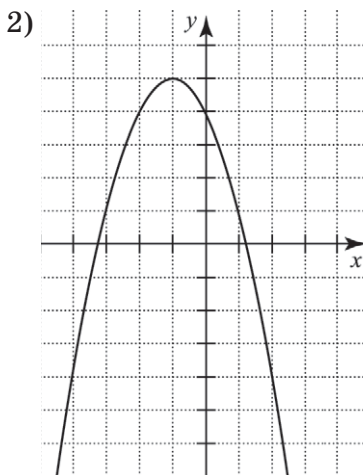
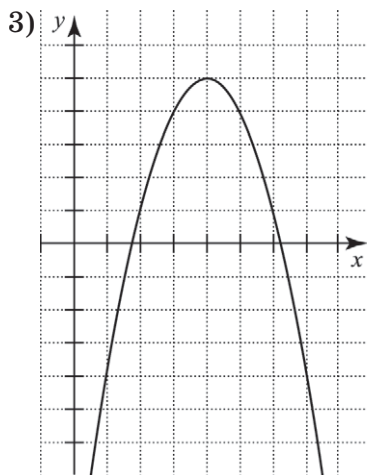
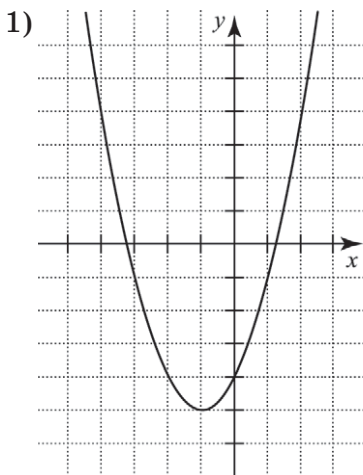
4) $a > 0$ и $c > 0$



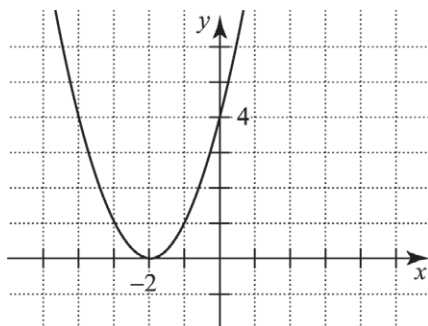
9. На каком из рисунков изображен график квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$, если известно, что $a < 0$ и квадратный трехчлен имеет корни разных знаков?



10. На каком из рисунков изображен график квадратичной функции $y=ax^2+bx+c$, если известно, что $a < 0$ и квадратный трехчлен имеет отрицательные корни?

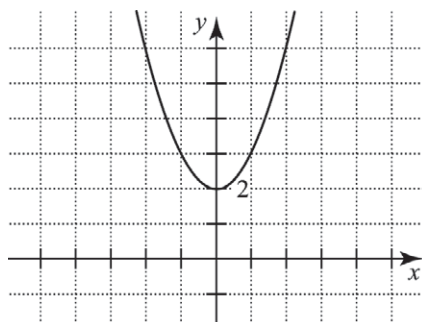


11. На рисунке изображена парабола. Графиком какой функции она является?



- 1) $y = (x + 2)^2$
- 2) $y = x^2 - 2$
- 3) $y = (x - 2)^2$
- 4) $y = (x + 2)^2 + 2$

12. На рисунке изображена парабола. Графиком какой функции она является?



- 1) $y = (x + 2)^2$
- 2) $y = (x - 2)^2$
- 3) $y = x^2 - 2$
- 4) $y = x^2 + 2$

13. Установите соответствие между функциями и их графиками.

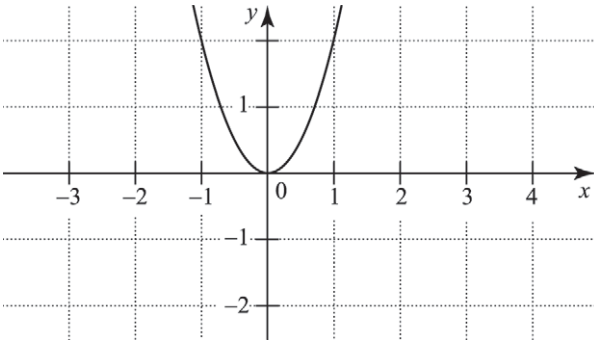
1) $y = \frac{2}{x}$

2) $y = 2x^2$

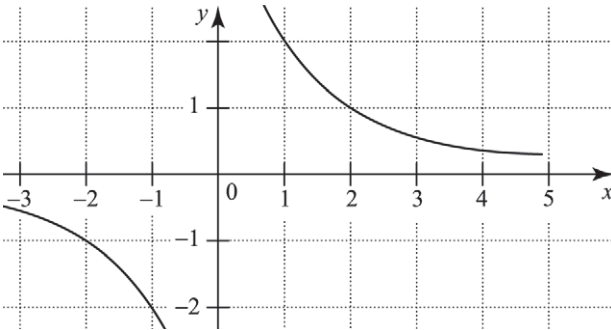
3) $y = x - 2$

4) $y = 2x$

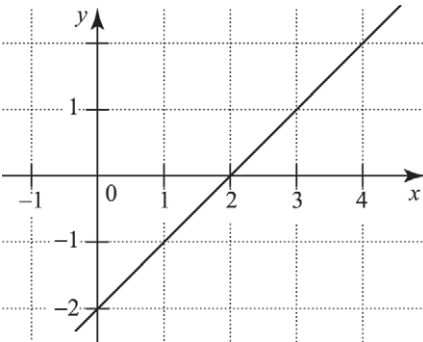
А.



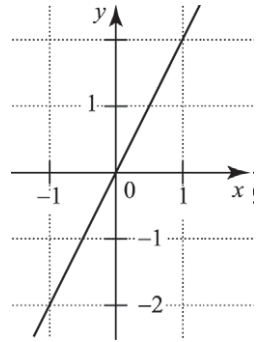
Б.



В.



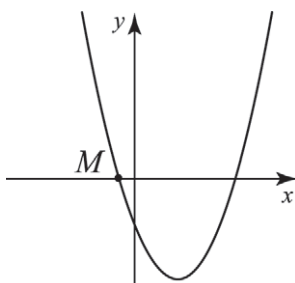
Г.



Ответ: _____.

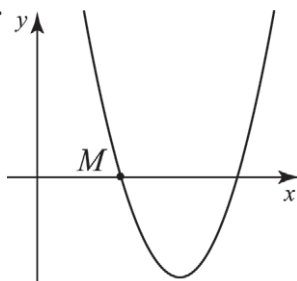
14. На рисунке изображен график функции $y = x^2 - 3x - 4$.
Укажите координаты точки M .

- 1) $(0; -1)$
- 2) $(0; 1)$
- 3) $(1; 0)$
- 4) $(-1; 0)$



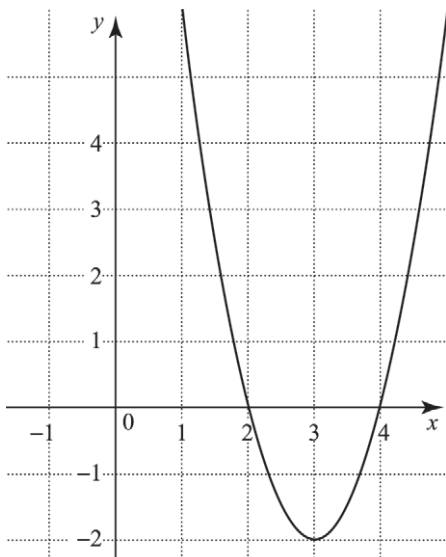
15. На рисунке изображен график функции $y = 4x^2 - 11x + 6$.
Укажите координаты точки M .

- 1) $(0,75; 0)$
- 2) $(4; 0)$
- 3) $(2; 0)$
- 4) $(0; 2)$



16. Функция задана графиком. Укажите область значений этой функции.

- 1) $(-\infty; +\infty)$
- 2) $[2; 4]$
- 3) $[-2; +\infty)$
- 4) $(-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$



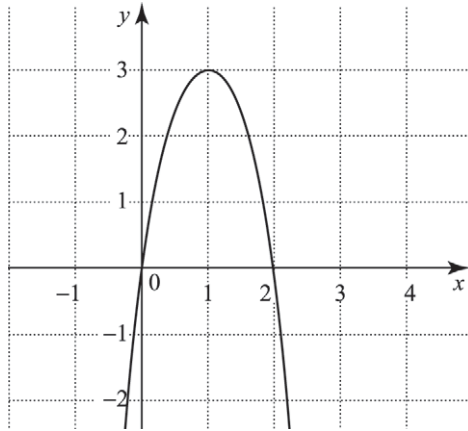
17. Найдите область значений функции $y = x^2 - 4x + 6$.

Ответ: _____.

18. Найдите область значений функции $y = x^2 + 6x + 12$.

Ответ: _____.

19. Используя график функции $y = f(x)$, определите, какое утверждение верно.



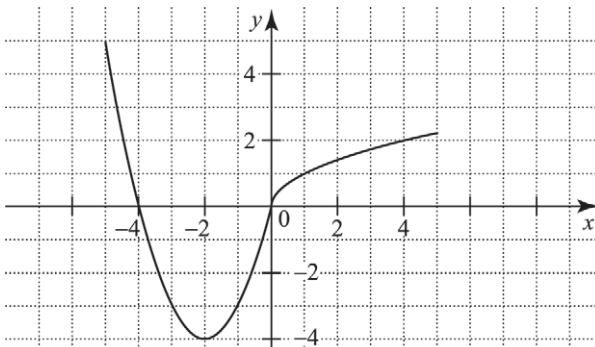
1) $f(3) > f(0)$.

2) Функция убывает на промежутке $(0; +\infty)$.

3) Наибольшее значение функция принимает при $x = 1$.

4) $f(0) = 2$.

20. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Из приведенных утверждений выберите верное.

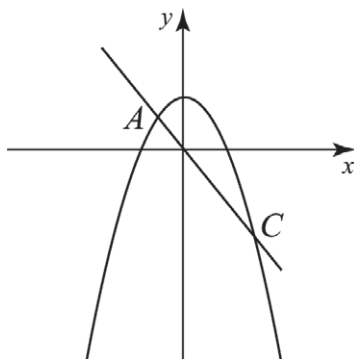


- 1) Наименьшее значение функции $y=f(x)$ равно -2 .
- 2) Функция возрастает на промежутке $[-2; +\infty)$.
- 3) $f(-1) > f(-3)$.
- 4) $f(x) < 0$ при $x < 0$.

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

21. На рисунке изображены графики функций $y=5-x^2$ и $y=-4x$. Вычислите ординату точки C .

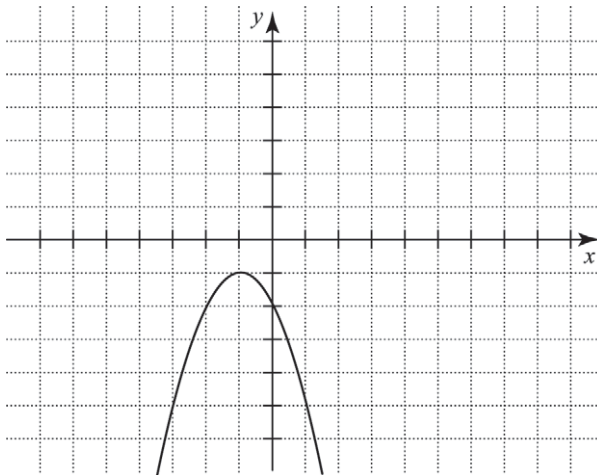


22. Постройте график функции $y=x^2-6x+5$.
- а) При каких значениях аргумента функция принимает положительные значения?
 - б) Укажите наименьшее значение функции.
 - в) Найдите область значений функции.
 - г) Найдите координаты точек пересечения графика с осью Ox .
 - д) Укажите промежутки возрастания и убывания функции.
 - е) Какие значения принимает функция, если $0 \leq x \leq 4$?

23. Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 + 2x - 15, & |x| \leq 3 \\ -x + 3, & x > 3 \\ -4x - 24, & x < -3 \end{cases}$

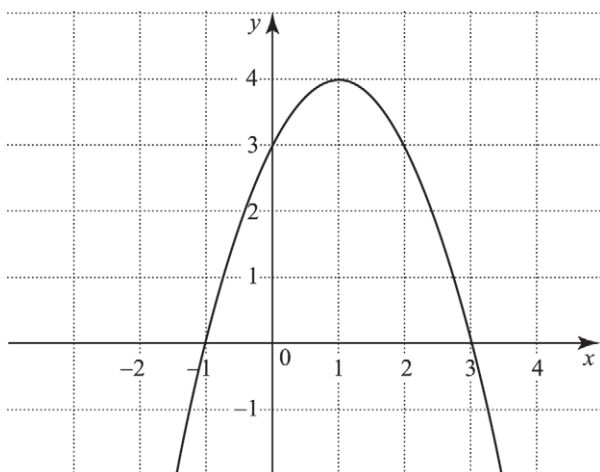
- При каких значениях аргумента функция принимает положительные значения?
- Какова область ее значений? Найдите значение функции при $x=5$.
- Найдите координаты точек пересечения графика с осями координат.
- Укажите промежутки возрастания и убывания функции.

24. По графику квадратичной функции $y=ax^2+bx+c$ определите знаки коэффициентов a, b, c .



25. Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 16}{x^2 - 4}$. При каких значениях аргумента функция принимает положительные значения?

26. Задайте аналитически функцию, график которой изображен на рисунке.



27. Постройте график функции $y = |x^2 - 4x|$. При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции *четыре* общие точки?
28. Постройте график функции $y = x^2 - 8|x|$. Сколько общих точек с графиком функции может иметь прямая $y = m$?
29. Прямая $x = 1$ — ось симметрии параболы
$$y = ax^2 + (a^2 - 8)x + 2,$$
ветви которой направлены вверх. Найдите координаты вершины параболы.
30. Прямая $x = 2$ — ось симметрии параболы
$$y = ax^2 + (a^2 + 4)x + 2,$$
ветви которой направлены вниз. Найдите координаты вершины параболы.

2. НЕРАВЕНСТВА

2.1. Квадратные неравенства

Часть 1

1. Решите неравенство $x^2 > 4$.
Ответ: _____.
2. Решите неравенство $x^2 > 4x$.
Ответ: _____.
3. Решите неравенство $x^2 - 9x - 10 \leq 0$.
Ответ: _____.
4. Решите неравенство $-x^2 - x + 6 \leq 0$.
Ответ: _____.
5. Решите неравенство $x^2 - 2x + 1 < 0$.
Ответ: _____.
6. Решите неравенство $x^2 - 2x + 1 \geq 0$.
Ответ: _____.
7. Решите неравенство $x^2 - 2x + 1 \leq 0$.
Ответ: _____.
8. Решите неравенство $x^2 - 2x + 1 > 0$.
Ответ: _____.
9. Решите неравенство $x^2 + 3x + 7 < 0$.
Ответ: _____.
10. Решите неравенство $x^2 - 4x + 7 > 0$.
Ответ: _____.
11. Решите неравенство $0,5a^2 \leq 32$.
Ответ: _____.

12. Решите неравенство $0,5a^2 \leq -32$.

Ответ: _____.

13. При каких значениях x функция $f(x) = x^2 - 100x$ принимает неотрицательные значения?

Ответ: _____.

14. При каких значениях x функция $f(x) = x^2 + x - 2$ принимает положительные значения?

Ответ: _____.

15. При каких значениях x функция $f(x) = 0,5x^2 - 8$ принимает неположительные значения?

Ответ: _____.

16. При каких значениях x функция $f(x) = 2x^2 + 5x + 2$ принимает отрицательные значения?

Ответ: _____.

17. Решите неравенство $(x+5)^2 \leq 25$.

Ответ: _____.

18. Решите неравенство $(x+5)^2 \leq 25 - x^2$.

Ответ: _____.

19. Для любого значения x верно неравенство

1) $x^2 - 1 > 0$

2) $x^2 + 1 \geq 0$

3) $x^2 - 1 < 0$

4) $x^2 + 1 \leq 0$

20. Для любого значения x верно неравенство

1) $x^2 + 16x + 64 > 0$

2) $x^2 + 16x + 64 \leq 0$

3) $x^2 + 16x + 64 < 0$

4) $x^2 + 16x + 64 \geq 0$

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

21. Решите неравенство $3x^2 + 10x < -3$. В ответе укажите множество решений неравенства, принадлежащих отрезку $[-4; -2]$.

22. Сколько целых решений имеет система неравенств:

$$\begin{cases} \frac{x-1}{4} + \frac{x+2}{6} < 1; \\ 9 - x^2 \geq 0. \end{cases}$$

23. Решите неравенство $(\sqrt{10} - 5)\left(\frac{1}{9} - x^2\right) \geq 0$.

24. Решите систему неравенств $\begin{cases} x^2 - 2x - 3 \geq 0, \\ -2 \leq x - 1 \leq 3. \end{cases}$

25. Укажите целые решения системы неравенств

$$\begin{cases} x^2 > 7, \\ 16 - x^2 \geq 0. \end{cases}$$

26. При каких натуральных значениях x не имеет смысл выражение $\sqrt{x^2 - 17}$?

27. Найдите область определения выражения $\frac{\sqrt{-x^2 + 25}}{x + 1}$.

28. Решите систему неравенств $\begin{cases} (x^2 + 5x + 6)^2 \leq 0, \\ (x^2 - 3x)^2 \geq 225. \end{cases}$

29. Даны три неравенства $x^2 < 9$, $x^2 + 4x \geq 0$, $x^2 + 2x - 3 < 0$.
При каких целых значениях x выполняются только два неравенства?

30. Решите неравенство $x + \sqrt{x} - 20 \geq 0$.

2.2. Метод интервалов

Часть 1

1. Решите неравенство $\frac{1}{x} > 0$.

Ответ: _____.

2. Решите неравенство $\frac{1}{x} > 1$.

Ответ: _____.

3. Решите неравенство $\frac{2}{x} \leq 1$.

Ответ: _____.

4. Решите неравенство $x(3+x) \geq 0$.

Ответ: _____.

5. Решите неравенство $\frac{3+x}{x} \geq 0$.

Ответ: _____.

6. Решите неравенство $x(3-x) \geq 0$.

Ответ: _____.

7. Решите неравенство $\frac{x}{3-x} \leq 0$.

Ответ: _____.

8. Решите неравенство $a(a+1)(a-1) \leq 0$.

Ответ: _____.

9. Решите неравенство $\frac{a(a+1)}{a-3} \leq 0$.

Ответ: _____.

10. Решите неравенство $\frac{a}{(a-3)(a+1)} \leq 0$.

Ответ: _____.

11. При каких значениях x произведение $(x+3)(x+5)(x+12)$ положительно?

Ответ: _____.

12. При каких значениях x произведение $(x-3)(x-5)(x-12)$ отрицательно?

Ответ: _____.

13. При каких значениях x произведение $(x-3)(x+5)(x+12)$ неположительно?

Ответ: _____.

14. При каких значениях x произведение $(x-3)(x-5)(x+12)$ неотрицательно?

Ответ: _____.

15. Промежуток $(5; +\infty)$ является областью определения функции:

1) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-5}}$

3) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-5}}$

2) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-5}$

4) $f(x) = \frac{x}{x-5}$

16. Промежуток $[0; +\infty)$ является областью определения функции:

1) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x+5}}$

3) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+5}}$

2) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+5}$

4) $f(x) = \frac{x}{x+5}$

17. Множество $[-7; 0) \cup (0; +\infty)$ является областью определения функции:

1) $f(x) = \sqrt{\frac{x+7}{x}}$

3) $f(x) = \frac{x+7}{\sqrt{x}}$

2) $f(x) = \frac{\sqrt{x+7}}{x}$

4) $f(x) = \frac{x+7}{x}$

18. Множество $[0; 7) \cup (7; +\infty)$ является областью определения функции:

1) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-7}}$

3) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-7}}$

2) $f(x) = \frac{x}{x-7}$

4) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-7}$

19. Для любого значения x верно неравенство.

1) $(x-7)^2 < 0$

2) $(x-7)^2 > 0$

3) $(x-7)^2 \leq 0$

4) $(x-7)^2 \geq 0$

20. Для любого значения x верно неравенство.

1) $(x-7)^2 < -1$

2) $(x-7)^2 > 0$

3) $(x-7)^2 \leq -1$

4) $(x-7)^2 \geq 0$

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

21. Решите неравенство $x^3 \leq 4x$.

22. Решите неравенство $\frac{9-x^2}{3x^2-2x-1} \geq 0$.

23. Решите неравенство $\frac{(7-x)(x+5)}{(x-2)^2} \geq 0$.

24. Укажите наибольшее целое решение неравенства

$$\frac{(x-5)^2(2-x)}{x+3} \geq 0.$$

25. Решите неравенство $\frac{x^2-12}{x^2+4x} \geq 0$.

26. Решите неравенство $(x-1)(4x^2+4x+1) > 0$.

27. Решите неравенство $\frac{x^2+6x-7}{x-1} > 0$.

28. Решите неравенство $2x-1 \leq (\sqrt{x+3})^2$.

29. Решите неравенство $2x-1 \leq (\sqrt[3]{x+3})^3$.

30. Решите неравенство $x^4+x^2-20 \geq 0$.

2.3. Неравенства с параметром

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

1. Укажите наибольшее целое значение a , при котором неравенство $x^2 > a - 5$ выполняется при любых значениях x .
2. Укажите наименьшее целое значение a , при котором неравенство $-x^2 - 4x + 3 - a < 0$ выполняется при любых значениях x .
3. Укажите наименьшее целое значение a , при котором неравенство $x^2 + 2ax + 16 < 0$ не имеет решений.
4. Найдите такие значения параметра a , при которых множество решений неравенства $(x + 1)(a - x) \geq 0$ содержит ровно два целых числа.
5. Найдите такие значения параметра a , при которых множество решений неравенства $(x + 1)(a - x) \geq 0$ содержит ровно одно целое число.
6. Найдите такие значения параметра a , при которых множество решений неравенства $(x + 1)(a - x) > 0$ не содержит ни одного целого числа.
7. Найдите такие значения параметра a , при которых множество решений неравенства $(x + 1)(a - x) > 0$ содержит ровно два целых числа.
8. Найдите такие значения параметра a , при которых множество решений неравенства $(x + 1)(a - x) > 0$ содержит только одно целое число.

9. Найдите такие значения параметра a , при которых множество решений неравенства $x^2(x+1)(a-x) \geq 0$ содержит ровно два натуральных числа.
10. Найдите такие значения параметра a , при которых множество решений неравенства $x^2(x+1)(a-x) \geq 0$ не содержит ни одного натурального числа.

3. УРАВНЕНИЯ

3.1. Целые уравнения

Часть 1

1. Решите уравнение $x^3 - 9x = 0$.
Ответ: _____.
2. Решите уравнение $x^3 + 9x = 0$.
Ответ: _____.
3. Решите уравнение $x^4 - 27x = 0$.
Ответ: _____.
4. Решите уравнение $x^4 + 27x = 0$.
Ответ: _____.
5. Решите уравнение $x^5 - 32 = 0$.
Ответ: _____.
6. Решите уравнение $x^6 - 64 = 0$.
Ответ: _____.
7. Решите уравнение $x^5 + 32 = 0$.
Ответ: _____.
8. Решите уравнение $x^6 + 64 = 0$.
Ответ: _____.

9. Сколько корней имеет уравнение $x^3 = 4x$?
1) 0 2) 1 3) 2 4) 3
10. Сколько корней имеет уравнение $x^3 = -4x$?
1) 0 2) 1 3) 2 4) 3
11. Решите уравнение $x^3 = 0,04x$?
Ответ: _____.
12. Решите уравнение $x^3 = -0,04x$?
Ответ: _____.
13. Решите уравнение $x^3 = 0,008$?
Ответ: _____.
14. Решите уравнение $x^3 = -0,008$?
Ответ: _____.
15. Укажите число корней уравнения $0,5a^4 = 32$.
Ответ: _____.
16. Укажите число корней уравнения $0,5a^4 = -32$.
Ответ: _____.
17. Укажите число корней уравнения $0,5a^4 = 32a$.
Ответ: _____.
18. Укажите число корней уравнения $0,5a^4 = -32a$.
Ответ: _____.
19. К каждому уравнению (левый столбец) поставьте в соответствии верное утверждение (правый столбец).
А) $x^3 + 1 = 0$ 1) Уравнение имеет один корень: 1.
Б) $x^3 - 1 = 0$ 2) Уравнение имеет один корень: 0.
В) $x^3 + x = 0$ 3) Уравнение имеет один корень: -1.
Ответ: _____.

20. К каждому уравнению (левый столбец) поставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

А) $x^4 - x = 0$ 1) Уравнение имеет два корня: 0; -1.

Б) $x^4 - 1 = 0$ 2) Уравнение имеет два корня: 0; 1.

В) $x^4 + x = 0$ 3) Уравнение имеет два корня: -1; 1.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

21. Решите уравнение $4a^2 + 3a = 3a^3 + 4$.

22. Решите уравнение $x^3 + 2x^2 - 18x - 36 = 0$.

23. Решите уравнение $(x^2 + 2)(x^2 - 8) = 11$.

24. Найдите меньший корень уравнения $(x^2 + 3x)^2 - x^2 - 3x = 12$.

25. Решите уравнение $(x - 1)(x + 1)x(x + 2) = 24$.

26. Решите уравнение $(x - 3)(x + 4)(x + 6)(x - 2) = 10x^2$.

27. Решите уравнение $4x^4 - 8x^3 + 3x^2 - 8x + 4 = 0$.

28. Числа 13 и -24 являются корнями уравнения $x^4 - 475x^2 + 97\,344 = 0$. Укажите наибольший корень уравнения.

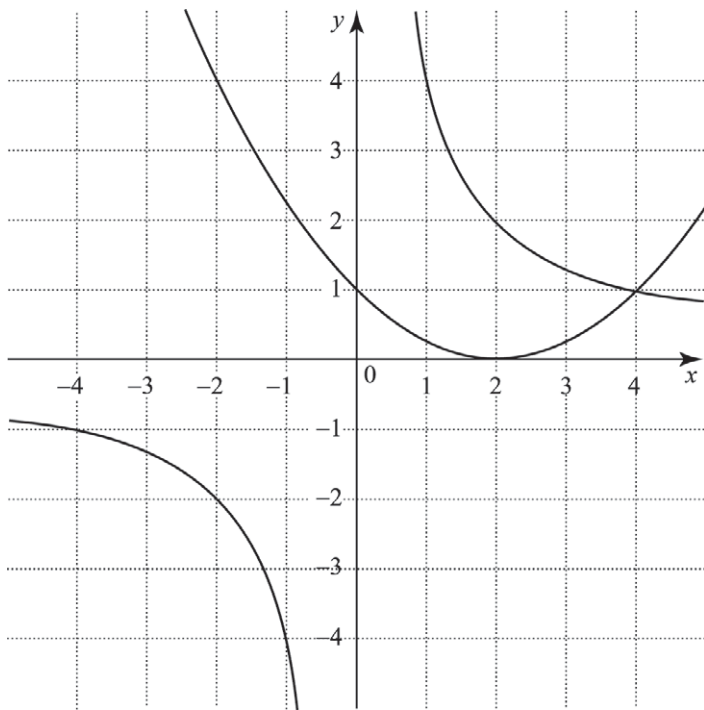
29. Докажите, что уравнение $(x^2 - 4x + 7)(x^2 - 6x + 14) = 14$ не имеет корней.

30. Решите уравнение $(x^4 - 2x^2 + 3)(x^2 - 2x + 4) = 6$.

3.2. Графический способ решения уравнений

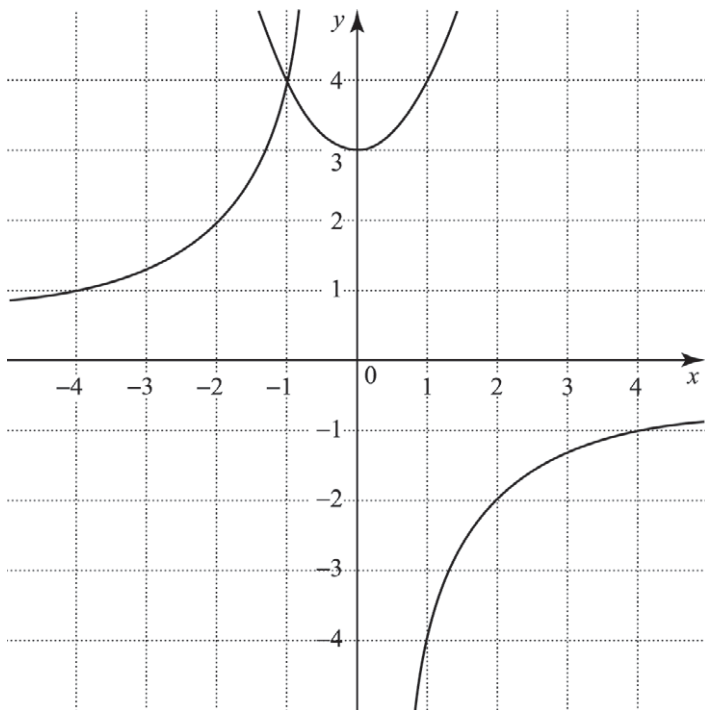
Часть 1

1. На рисунке изображены графики функций $y = \frac{4}{x}$ и $y = 0,25(x-2)^2$. Используя графики, решите уравнение $\frac{4}{x} = 0,25(x-2)^2$.



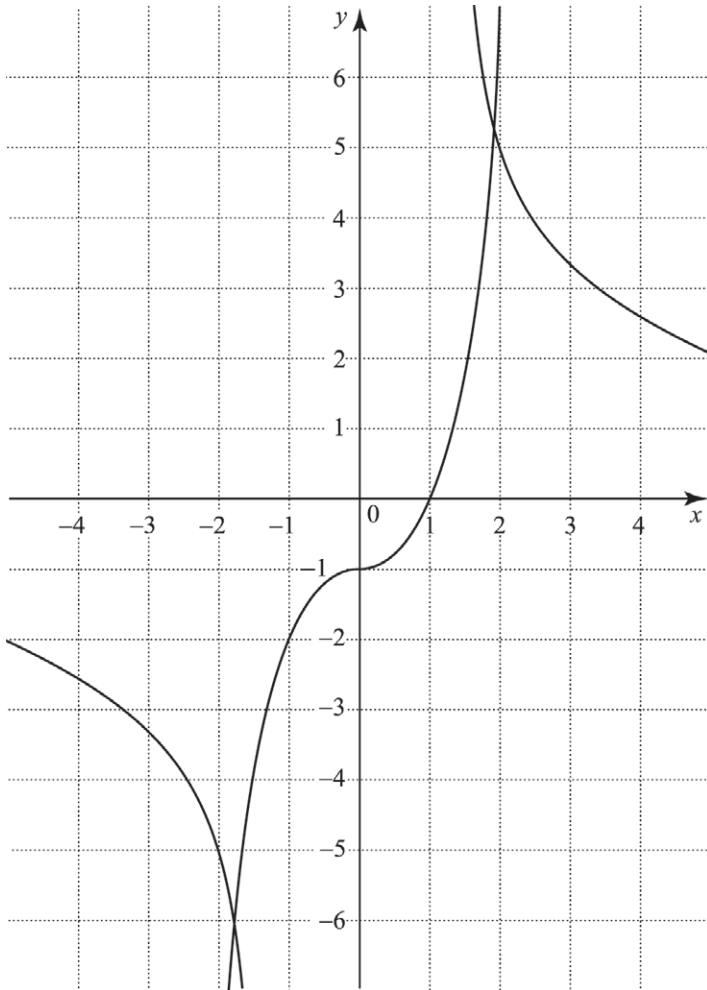
Ответ: _____.

2. На рисунке изображены графики функций $y = -\frac{4}{x}$ и $y = x^2 + 3$. Используя графики, решите уравнение $-\frac{4}{x} = x^2 + 3$.



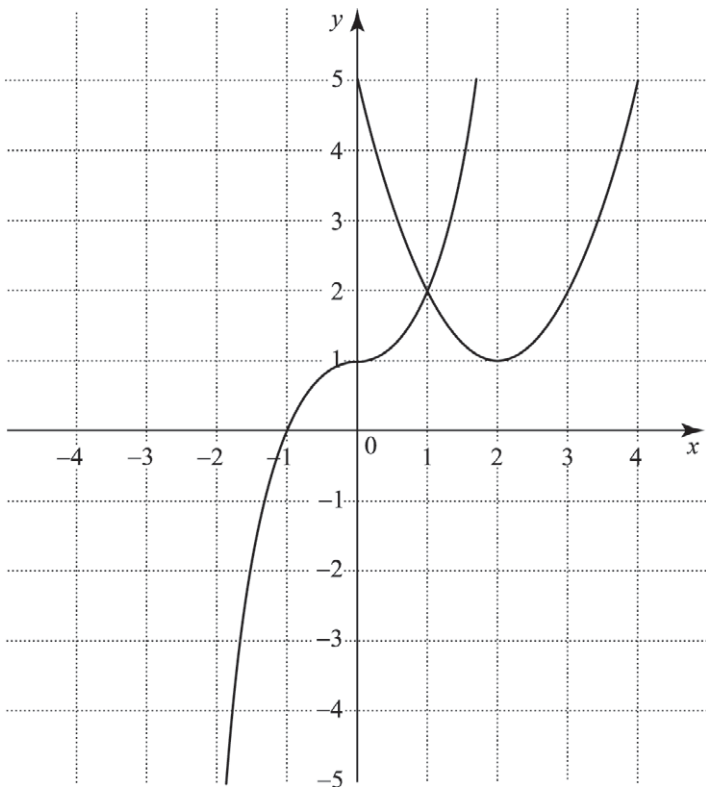
Ответ: _____.

3. На рисунке изображены графики функций $y = x^3 - 1$ и $y = \frac{10}{x}$. Используя графики, укажите число корней уравнения $x^3 - \frac{10}{x} - 1 = 0$.



Ответ: _____.

4. На рисунке изображены графики функций $y=(x-2)^2+1$ и $y=x^3+1$. Используя графики, решите уравнение $(x-2)^2=x^3$.



Ответ: _____.

5. Построив схематически графики функций $y = \frac{6}{x}$ и $y = \sqrt{x}$, определите число корней уравнения $\sqrt{x} = \frac{6}{x}$.

Ответ: _____.

6. Построив схематически графики функций $y = -\frac{6}{x}$ и $y = \sqrt{x}$, определите число корней уравнения $\sqrt{x} = -\frac{6}{x}$.
Ответ: _____.
7. Построив схематически графики функций $y = \frac{8}{x}$ и $y = x^2$, определите число корней уравнения $x^2 = \frac{8}{x}$.
Ответ: _____.
8. Построив схематически графики функций $y = -\frac{8}{x}$ и $y = x^2$, определите число корней уравнения $x^2 = -\frac{8}{x}$.
Ответ: _____.
9. Построив схематически графики функций $y = \frac{10}{x}$ и $y = x^3$, определите число корней уравнения $x^3 = \frac{10}{x}$.
Ответ: _____.
10. Построив схематически графики функций $y = -\frac{10}{x}$ и $y = x^3$, определите число корней уравнения $x^3 = -\frac{10}{x}$.
Ответ: _____.
11. Построив схематически графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = x^2$, решите уравнение $\sqrt{x} = x^2$.
Ответ: _____.

12. Построив схематически графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = -x^2$, решите уравнение $\sqrt{x} = -x^2$.

Ответ: _____.

13. Построив схематически графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = x^3$, решите уравнение $\sqrt{x} = x^3$.

Ответ: _____.

14. Построив схематически графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = -x^3$, решите уравнение $\sqrt{x} = -x^3$.

Ответ: _____.

15. Построив схематически графики функций и $y = 10 - x$ и $y = x^3$, решите уравнение $10 - x = x^3$.

Ответ: _____.

16. Построив схематически графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = 6 - x$, решите уравнение $\sqrt{x} = 6 - x$.

Ответ: _____.

17. Построив схематически графики функций $y = \frac{2}{x}$ и $y = |x|$, определите число корней уравнения $|x| = \frac{2}{x}$.

Ответ: _____.

18. Построив схематически графики функций $y = -\frac{4}{x}$ и $y = |x|$, определите число корней уравнения $|x| = -\frac{4}{x}$.

Ответ: _____.

19. Построив схематически графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = |x|$, решите уравнение $|x| = \sqrt{x}$.

Ответ: _____.

20. Построив схематически графики функций $y = x^3$ и $y = |x|$, решите уравнение $x^3 = \sqrt{x}$.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

21. Используя графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = x^3 - 1$, определите число корней уравнения $\sqrt{x} = x^3 - 1$.

22. Используя графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = x^3 + 1$, определите число корней уравнения $\sqrt{x} = x^3 + 1$.

23. Используя графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = (x - 3)^2$, определите число корней уравнения $\sqrt{x} = (x - 3)^2$.

24. Используя графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = -(x - 3)^2 + 1$, определите число корней уравнения $\sqrt{x} + (x - 3)^2 = 1$.

25. Используя графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = -(x + 1)^2 + 5$, решите уравнение $\sqrt{x} + (x + 1)^2 = 5$.

26. Используя графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = \sqrt{6 - x}$, решите уравнение $\sqrt{x} = \sqrt{6 - x}$.

27. Используя графики функций $y=(x-3)^2+1$ и $y=(x-2)^3+2$, решите уравнение $(x-3)^2=(x-2)^3+1$.
28. Используя графики функций $y=|x|$ и $y=(x+1)^2+4$, определите число корней уравнения $|x|=(x+1)^2+4$.
29. Используя графики функций $y=|x|$ и $y=(x-2)^3+2$, решите уравнение $|x|=(x-2)^3+2$.
30. Используя графики функций $y=\sqrt{1-x^2}$ и $y=-x^2+1$, решите уравнение $\sqrt{1-x^2}=-x^2+1$.

3.3. Уравнения с параметром

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

1. При каких значениях a уравнение $x^2+2x+a=0$ имеет корень, равный 4?
2. Один из корней уравнения $x^2+px-18=0$ равен 3. Найдите сумму корней этого уравнения.
3. При каких значениях параметра b уравнение $\frac{x^2-b}{x+10}=0$ имеет единственное решение?
4. При каких значениях параметра b уравнение $\frac{x+10}{x^2-b}=0$ имеет единственное решение?
5. При каком значении b уравнение $x^2+x+b=0$ имеет единственное решение?

6. При каких значениях b уравнение $(b-2)x^2+x+1=0$ имеет единственное решение?
7. При каких значениях параметра один корень уравнения $x^2+(2a-1)x+a^2+2=0$ вдвое больше другого?
8. При каких значениях параметра b разность корней уравнения $2x^2-bx+1=0$ равна 1?
9. Укажите наибольшее целое значение a , при котором уравнение $x^2-2ax+2a+24=0$ имеет различные отрицательные корни.
10. Укажите все значения a , при которых уравнение $x^3-2ax^2-(2a-3)x=0$ имеет три различных корня.

4. СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

4.1. Способы решения систем уравнений

Часть 1

1. Решите способом подстановки систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y = 0, \\ y = x - 2. \end{cases}$$

Ответ: _____.

2. Решите способом подстановки систему уравнений

$$\begin{cases} y^2 - x = 0, \\ x = y + 6. \end{cases}$$

Ответ: _____.

3. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2, \\ 2x - y^2 = 1, \end{cases}$ используя способ сложения.

Ответ: _____.

4. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 - y = 6, \\ x + y = 6, \end{cases}$ используя способ сложения.

Ответ: _____.

5. Решите систему уравнений $\begin{cases} xy = 10, \\ x - 2y = 1. \end{cases}$

Ответ: _____.

6. Решите систему уравнений $\begin{cases} xy = -6, \\ x + 2y = 1. \end{cases}$

Ответ: _____.

7. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 - y^2 = 16, \\ x + y = 2. \end{cases}$

Ответ: _____.

8. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 - y^2 = 16, \\ x - y = 2. \end{cases}$

Ответ: _____.

9. Укажите число решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 2y = 2, \\ x + y = 3. \end{cases}$

Ответ: _____.

10. Укажите число решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 2y = -1, \\ 4x + 2y = -3. \end{cases}$

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

11. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x - y = 7, \\ x^2 + y^2 = 25 - 2xy. \end{cases}$$

12. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x + y = 8, \\ \frac{x}{y} + 4 \cdot \frac{y}{x} = 5. \end{cases}$$

13. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} (x - 1)(y + 2) = 0, \\ x^2 - 4xy = 13. \end{cases}$$

14. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^8 y^4 = 16 \\ x^6 y^2 = 4. \end{cases}$$

15. Имеют ли общие точки графики функций $y - x = 4$, $y + x = 8$, $xy - x^2 = 8$?

16. Имеют ли общие точки графики функций $y - 24x = 1$, $y + x = 4$, $x^2 - 2xy = 5$?

17. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 - 2y + y^2 - 4x + 5 = 0, \\ x^2 - 4xy + 4 = 0. \end{cases}$$

18. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x + y = 4, \\ y + z = 5, \\ x + z = 3. \end{cases}$$

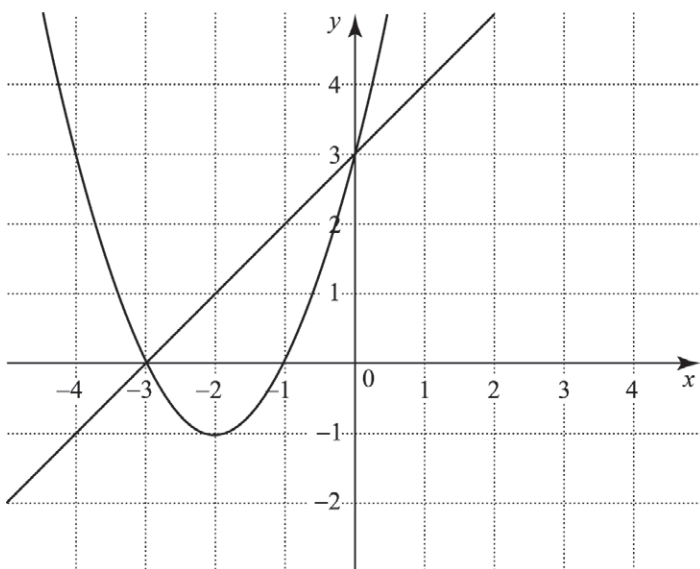
19. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x \cdot y = 2, \\ y \cdot z = 3, \\ x \cdot z = 6. \end{cases}$$

20. Сколько различных решений имеет уравнение $(x^2 + 2xy + y^2)^2 + (x^2 - 5y - 1)^2 = 0$?

4.2. Графический способ решения систем уравнений

Часть 1

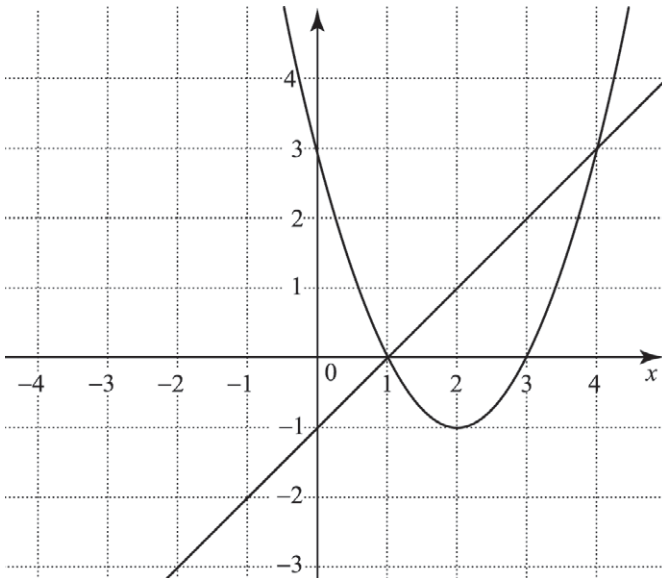
1. На рисунке изображены графики функций $y = x^2 + 4x + 3$ и $y = x + 3$. Используя графики, решите систему уравнений $\begin{cases} y = x^2 + 4x + 3, \\ y = x + 3. \end{cases}$.



Ответ: _____.

2. На рисунке изображены графики функций $y = x^2 - 4x + 3$ и $y = x - 3$. Используя графики, решите систему уравнений

$$\begin{cases} y = x^2 - 4x + 3, \\ y = x - 1. \end{cases}$$



Ответ: _____.

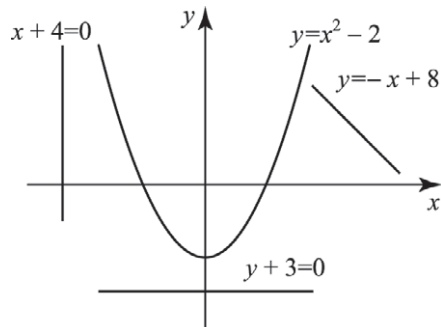
3. На рисунке изображены парабола и три прямые. Укажите систему уравнений, которая имеет два решения.

1) $\begin{cases} y = x^2 - 2, \\ y = -x + 8. \end{cases}$

2) $\begin{cases} y = x^2 - 2, \\ x + 4 = 0. \end{cases}$

3) $\begin{cases} y = x^2 - 2, \\ y + 3 = 0. \end{cases}$

4) все три указанные системы

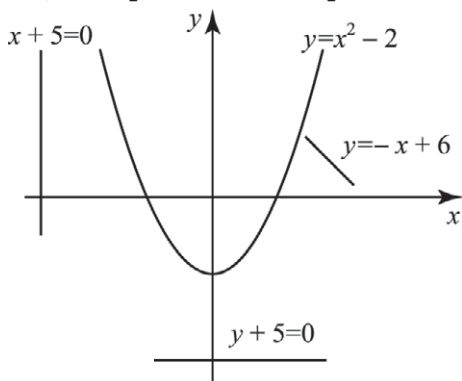


4. На рисунке изображены парабола и три прямые. Укажите систему уравнений, которая не имеет решения.

1) $\begin{cases} y = x^2 - 2, \\ y = -x + 6. \end{cases}$

2) $\begin{cases} y = x^2 - 2, \\ y + 5 = 0. \end{cases}$

3) $\begin{cases} y = x^2 - 2, \\ x + 5 = 0. \end{cases}$



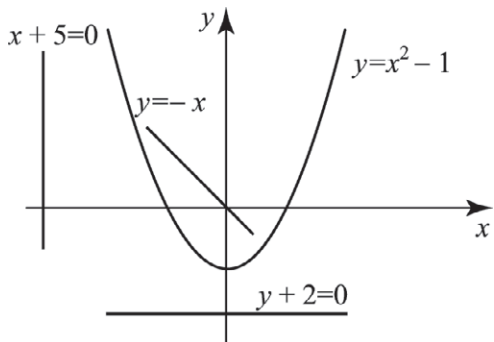
- 4) все три указанные системы

5. На рисунке изображены парабола и три прямые. Укажите систему уравнений, которая имеет одно решение.

1) $\begin{cases} y = x^2 - 1, \\ y = -x + 10. \end{cases}$

2) $\begin{cases} y = x^2 - 1, \\ x + 5 = 0. \end{cases}$

3) $\begin{cases} y = x^2 - 1, \\ y + 2 = 0. \end{cases}$



- 4) все три указанные системы

6. Из данных уравнений выберите второе уравнение системы

$\begin{cases} y = \frac{2}{x}, \\ \dots \end{cases}$ так, чтобы система имела два решения

(используйте графические представления).

1) $y = -x$

2) $y = -x^2$

3) $y = x$

4) $y = x^2$

7. Из данных уравнений выберите второе уравнение

системы $\begin{cases} y = \frac{4}{x}, \\ \dots \end{cases}$ так, чтобы система имела един-

ственное решение (используйте графические пред-
ставления).

1) $y = -x + 4$

3) $y = x + 4$

2) $y = -x - 5$

4) $y = x - 4$

8. Из данных уравнений выберите второе уравнение

системы $\begin{cases} y = -\frac{4}{x}, \\ \dots \end{cases}$ так, чтобы система имела един-

ственное решение (используйте графические пред-
ставления).

1) $y = -x + 4$

3) $y = x + 4$

2) $y = -x - 4$

4) $y = x - 3$

9. Из данных уравнений выберите второе уравнение

системы $\begin{cases} y = \frac{6}{x}, \\ \dots \end{cases}$ так, чтобы система не имела ре-

шений (используйте графические представления).

1) $y = x$

3) $y = -x^2$

2) $y = -x$

4) $y = x^2$

10. Из данных уравнений выберите второе уравнение

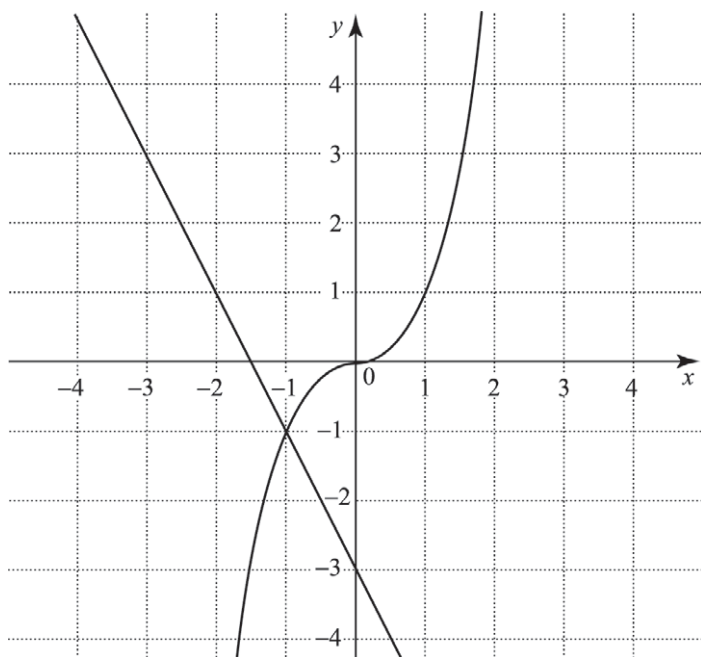
системы $\begin{cases} y = -\frac{6}{x}, \\ \dots \end{cases}$ так, чтобы система имела реше-

ния (используйте графические представления).

1) $y = x$ 2) $y = \sqrt{x}$ 3) $y = x^3$ 4) $y = x^2$

11. На рисунке изображены графики функций $y = x^3$ и $y = -2x - 3$. Используя графики, решите систему

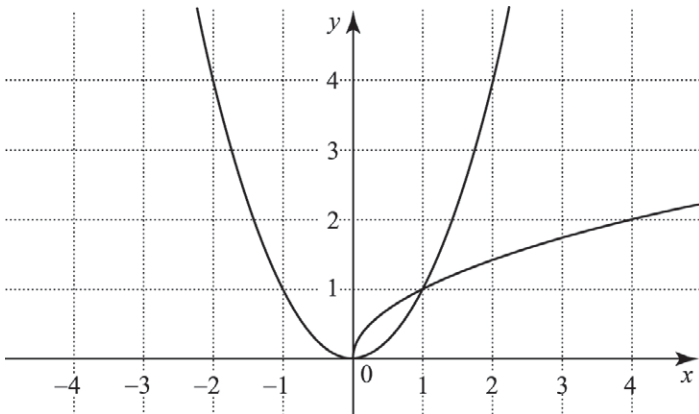
уравнений $\begin{cases} y - x^3 = 0, \\ y + 2x + 3 = 0. \end{cases}$



Ответ: _____.

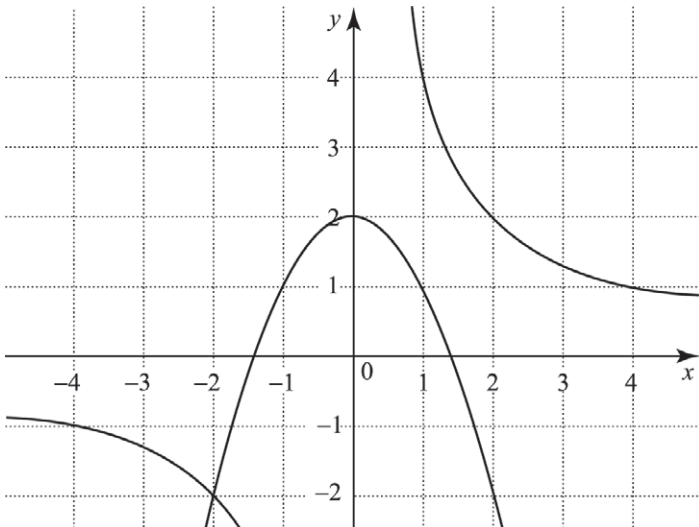
12. На рисунке изображены графики функций $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$. Используя графики, решите систему урав-

нений $\begin{cases} y - x^2 = 0, \\ y - \sqrt{x} = 0. \end{cases}$



Ответ: _____.

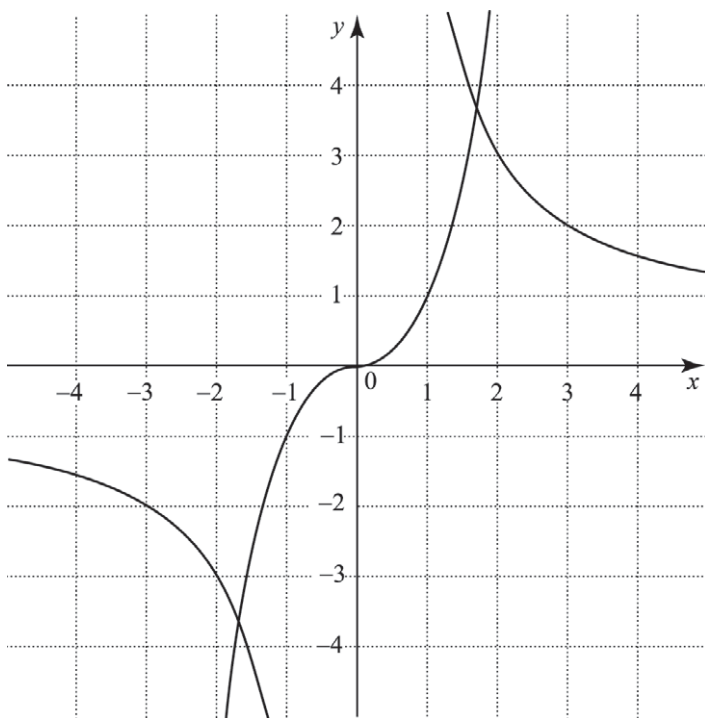
13. На рисунке изображены графики функций $y = -x^2 + 2$ и $y = \frac{4}{x}$. Используя графики, решите систему уравнений
- $$\begin{cases} y + x^2 = 2, \\ y - \frac{4}{x} = 0. \end{cases}$$



Ответ: _____.

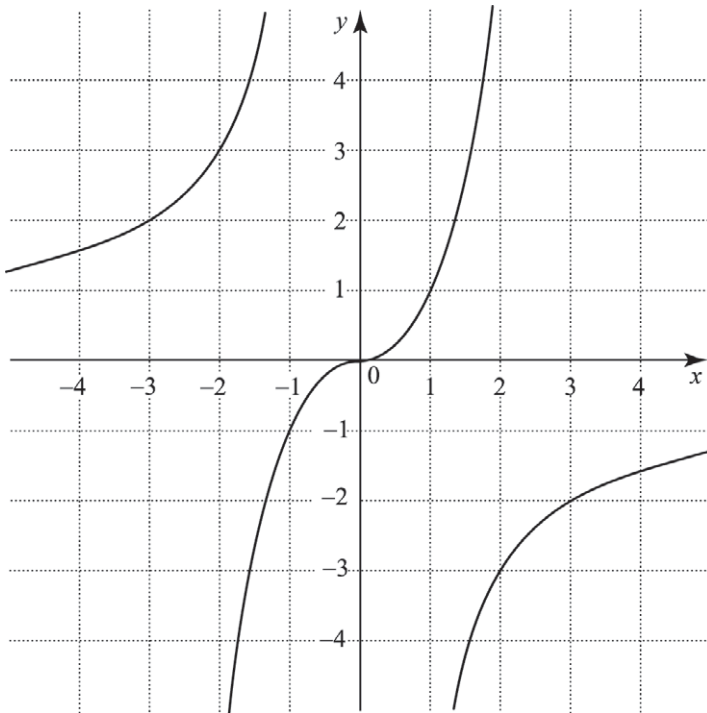
14. На рисунке изображены графики функций $y = x^3$ и $y = \frac{6}{x}$. Используя графики, укажите число решений системы уравнений

$$\begin{cases} y = \frac{6}{x}, \\ y - x^3 = 0. \end{cases}$$



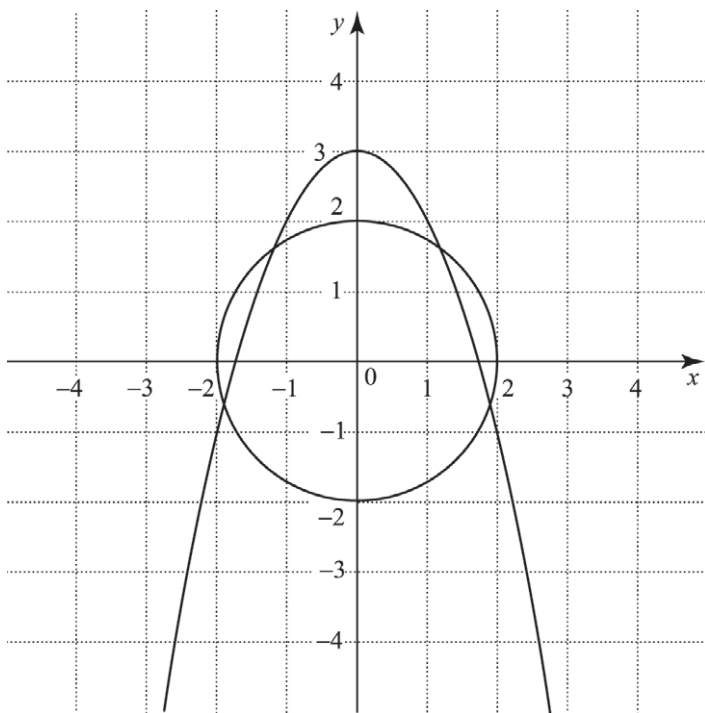
Ответ: _____.

15. На рисунке изображены графики функций $y=x^3$ и $y=-\frac{6}{x}$. Используя графики, укажите число решений системы уравнений $\begin{cases} y + \frac{6}{x} = 0, \\ y - x^3 = 0. \end{cases}$



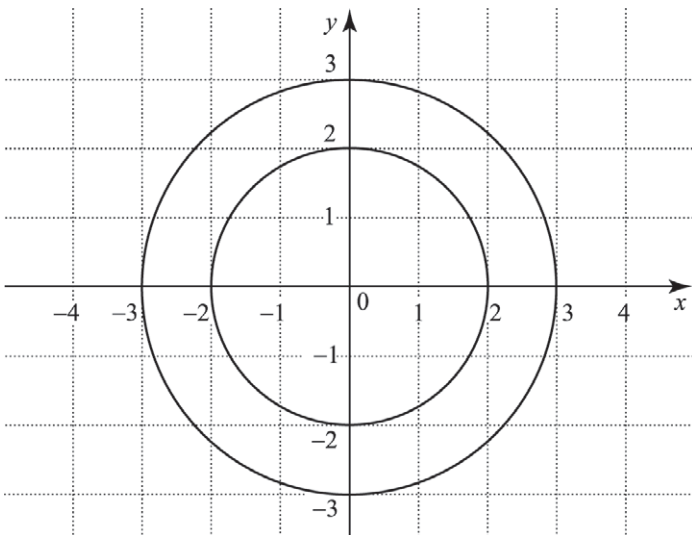
Ответ: _____.

16. На рисунке изображены графики уравнений $y = -x^2 + 3$ и $x^2 + y^2 = 4$. Используя графики, укажите число решений системы уравнений $\begin{cases} y = -x^2 + 3, \\ x^2 + y^2 = 4. \end{cases}$



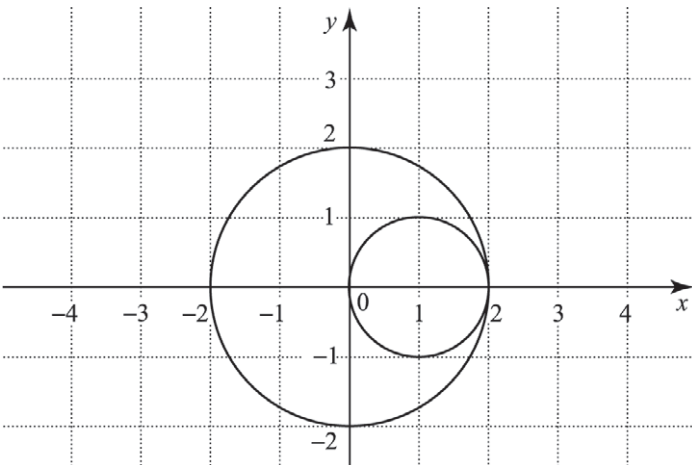
Ответ: _____.

17. На рисунке изображены графики уравнений $x^2 + y^2 = 9$ и $x^2 + y^2 = 4$. Используя графики, укажите число решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ x^2 + y^2 = 4. \end{cases}$



Ответ: _____.

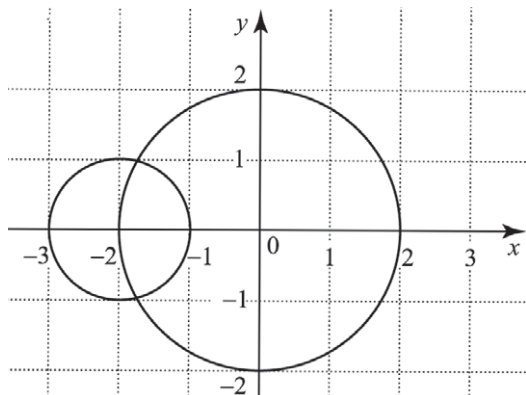
18. На рисунке изображены графики уравнений $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ и $x^2 + y^2 = 4$. Используя графики, решите систему уравнений $\begin{cases} (x - 1)^2 + y^2 = 1, \\ x^2 + y^2 = 4. \end{cases}$



Ответ: _____.

19. На рисунке изображены графики уравнений $(x+2)^2+y^2=1$ и $x^2+y^2=4$. Используя графики, укажите число решений системы уравнений

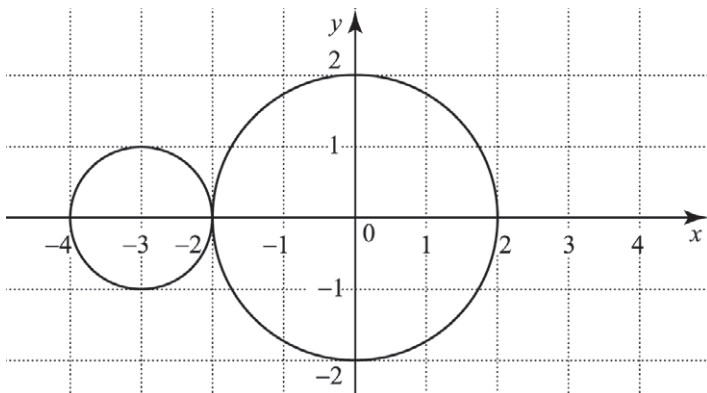
$$\begin{cases} (x+2)^2+y^2=1, \\ x^2+y^2=4. \end{cases}$$



Ответ: _____.

20. На рисунке изображены графики уравнений $(x+3)^2+y^2=1$ и $x^2+y^2=4$. Используя графики, решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x+3)^2+y^2=1, \\ x^2+y^2=4. \end{cases}$$



Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

21. Используя графики функций $y=x^3$ и $y=-x^2-2$, укажите число решений системы уравнений

$$\begin{cases} y - x^3 = 0, \\ y + x^2 + 2 = 0. \end{cases}$$

22. Используя графики уравнений $x^2 + y^2 = 4$ и $y = x$, ука-

жите число решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y - x = 0. \end{cases}$

23. Используя графики уравнений $x^2 + y^2 = 4$ и $y = -x^2 + 2$, укажите число решений системы урав-

нений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y + x^2 = 2. \end{cases}$

24. Используя графики уравнений, решите систему

уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4. \end{cases}$

25. Используя графики уравнений, решите систему

уравнений $\begin{cases} y - \sqrt{x} = 0, \\ y - (x-4)^3 - 2 = 0. \end{cases}$

26. Используя графики уравнений, решите систему

уравнений $\begin{cases} y = |x|, \\ y = -x^2 + 2. \end{cases}$

27. Используя графики, определите число решений си-

стемы $\begin{cases} xy = 4, \\ y = -|x|. \end{cases}$

28. Используя графики, определите число решений системы $\begin{cases} x = y^2, \\ y = x^2. \end{cases}$

29. Используя графики, определите число решений системы $\begin{cases} |x| - |y| = 0, \\ x^2 + y^2 = 9. \end{cases}$

30. Используя графики, определите число решений системы $\begin{cases} |x| + |y| = 4, \\ x^2 + y^2 = 4. \end{cases}$

4.3. Системы уравнений с параметром

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

1. При каких значениях t система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y = 4, \\ y = t \end{cases} \text{ имеет единственное решение?}$$

2. При каких значениях t система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = t \end{cases} \text{ имеет единственное решение?}$$

3. При каких значениях t система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = t + x \end{cases} \text{ имеет единственное решение?}$$

4. При каких значениях t система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y = 4, \\ y = x^2 - t \end{cases} \text{ имеет единственное решение?}$$

5. При каких значениях m система уравнений
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ x^2 + (y-4)^2 = m^2 \end{cases}$$
 имеет единственное решение?
6. При каких значениях b система
$$\begin{cases} x^2 - y = 1, \\ x + y = b \end{cases}$$
 имеет единственное решение?
7. При каких значениях b система
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ x = b + 4 \end{cases}$$
 не имеет решения?
8. При каких значениях b система
$$\begin{cases} y = |x| + 2, \\ y = bx \end{cases}$$
 не имеет решения?
9. При каких значениях b система
$$\begin{cases} y = |x| + 2, \\ y = b|x| \end{cases}$$
 не имеет решения?
10. При каких значениях b система
$$\begin{cases} |x| + |y| = 4, \\ y = x^2 - b \end{cases}$$
 не имеет решения?

4.4. Текстовые задачи

Часть 1

1. Произведение двух положительных чисел равно 72. Найдите эти числа, если одно из них на 6 больше другого.
2. Произведение двух положительных чисел равно 60. Найдите эти числа, если разность их равна 4.
3. Сумма двух положительных чисел в 5 раз больше их разности. Найдите эти числа, если разность их квадратов равна 20.

4. Разность квадратов двух чисел равна 119. Если из удвоенного первого числа вычесть второе число, то получится 19. Найдите эти числа.
5. Если числитель обыкновенной дроби увеличить на 3, а знаменатель увеличить на 2, то получится дробь, равная 1. Если знаменатель оставить без изменений, а числитель возвести в квадрат, то получится дробь, равная $2,25$. Найдите эту дробь.
6. Если числитель обыкновенной дроби увеличить на 4, а знаменатель увеличить на 1, то получится дробь, равная 1. Если знаменатель оставить без изменений, а числитель возвести в квадрат, то получится дробь, равная $0,8$. Найдите эту дробь.
7. На турбазе имеются палатки и домики; всего их 25. В каждом домике живут 4 человека, а в палатке 2 человека. Сколько на турбазе палаток и сколько домиков, если там отдыхают 70 человек?
8. На одно платье и 3 сарафана пошло 9 м ткани, а на 3 таких же платья и 5 таких же сарафанов — 19 м ткани. Сколько ткани потребуется на одно платье и сколько на сарафан?
9. В зале расставили одинаковыми рядами 48 стульев. Рядов оказалось на 8 больше, чем стульев в каждом ряду. Сколько стульев в каждом ряду и сколько всего рядов?
10. Периметр прямоугольника равен 46 см, а его диагональ равна 17 см. Найдите стороны прямоугольника.
11. Периметр прямоугольного треугольника равен 30 см, а его гипотенуза равна 13 см. Найдите катеты треугольника.

12. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 17 см. Если один из катетов уменьшить на 9 см, то гипотенуза уменьшится на 7 см. Найдите меньший катет исходного треугольника.
13. Для распечатки 302 страниц были использованы две копировальные машины. Первая машина работала 8 минут, вторая — 10 минут. Сколько страниц в минуту печатает первая машина, если первая печатает в минуту на 4 страницы больше, чем вторая?
14. Двое рабочих изготавливают по одинаковому количеству деталей. Первый выполнил эту работу за 6 ч, второй за 4 ч, так как изготавливал в час на 14 деталей больше первого. Сколько деталей изготовил второй рабочий за 1 ч?
15. Два велосипедиста отправляются навстречу друг другу одновременно из двух пунктов, расстояние между которыми равно 54 км, и встречаются через 2 ч. Определите скорость каждого велосипедиста, если скорость первого на 3 км/ч больше, чем второго.
16. Два пешехода отправляются навстречу друг другу одновременно из двух пунктов, расстояние между которыми равно 50 км, и встречаются через 5 ч. Определите скорость каждого пешехода, если скорость первого на 2 км/ч больше, чем скорость второго.
17. Из города А вышли одновременно два туриста. Один направился на юг, а другой на запад. Через час расстояние между ними стало равно 5 км, причем первый турист прошел на 1 км больше, чем второй. С какой скоростью шел второй турист?

18. Из города В вышли одновременно два лыжника. Один направился на север, а другой на восток. Через 2 часа расстояние между ними стало равно 20 км, причем первый лыжник прошел на 4 км больше, чем второй. С какой скоростью шел первый лыжник?
19. Вкладчик положил в сбербанк 10 000 рублей из расчета 1% годовых. Каким будет его вклад через 1 год?
20. Вкладчик положил в сбербанк 5000 рублей из расчета 3% годовых. Каким будет его вклад через 1 год?

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

21. Вкладчик положил в сбербанк 10 000 рублей из расчета 1% годовых. Каким будет его вклад через 2 года?
22. Вкладчик положил в сбербанк 1000 рублей из расчета 5% годовых. Каким будет его вклад через 2 года?
23. Из городов А и В, расстояние между которыми равно 700 км, выехали одновременно навстречу друг другу два автомобиля, скорость одного из них была на 4 км/ч больше скорости другого. Через 5 часов автомобили оказались на расстоянии 50 км друг от друга. С какой скоростью ехал каждый автомобиль?
24. Из городов С и В, расстояние между которыми равно 320 км, выехали одновременно навстречу друг другу два мотоциклиста, скорость одного из них была на 5 км/ч больше скорости другого. Через 4 часа мотоциклисты оказались на расстоянии 20 км друг от друга. С какой скоростью ехал каждый мотоциклист?

25. Две трубы при совместном действии могут наполнить бассейн за 4 часа. Если бы сначала первая труба наполнила половину бассейна, а затем ее перекрыли и открыли вторую, то наполнение бассейна было бы закончено за 9 часов. За сколько часов может наполнить бассейн каждая труба в отдельности?
26. Две машины, работая вместе, могут очистить от снега улицу за 12 ч. Если сначала первая машина выполнила половину работы, а затем вторая закончила бы уборку снега, то на всю работу ушло бы 25 ч. За сколько часов может очистить улицу каждая машина, работая отдельно?
27. На строительстве стены первый каменщик работал 5 дней один. Затем к нему присоединился второй каменщик, и они вместе закончили работу через 4 дня. Известно, что первому каменщику потребовалось бы на выполнение этой работы на 5 дней больше, чем второму. За сколько дней может построить эту стену каждый каменщик в отдельности?
28. Чтобы перепечатать рукопись, первая машинистка сначала работала 3 дня одна. Затем к ней присоединилась вторая машинистка, и они вместе работали еще 5 дней. Известно, что первой машинистке на выполнение всей работы потребовалось бы на 3 дня меньше, чем второй. За какое время могла бы перепечатать эту рукопись каждая машинистка, работая отдельно?
29. Найдите двузначное число, если это число на 81 больше суммы своих цифр, а цифра его десятков на 5 больше цифры единиц.
30. Найдите двузначное число, если это число на 54 больше суммы своих цифр, а цифра его единиц на 2 меньше цифры десятков.

5. ПРОГРЕССИИ

5.1. Арифметическая прогрессия

Часть 1

1. Найдите первый член арифметической прогрессии a_1 ; 2; -3; ...
Ответ: _____.
2. Найдите первый член арифметической прогрессии a_1 ; 3; -2; ...
Ответ: _____.
3. Найдите разность арифметической прогрессии $0,2; \frac{3}{5}; \dots$
Ответ: _____.
4. Найдите разность арифметической прогрессии $0,3; \frac{4}{5}; \dots$
Ответ: _____.
5. Найдите восьмой член арифметической прогрессии $a_n = 5 - 0,5n$.
Ответ: _____.
6. Найдите десятый член арифметической прогрессии $a_n = 3 - 0,2n$.
Ответ: _____.
7. В арифметической прогрессии (a_n) $a_1 = 1$, $a_2 = 2,5$. Найдите девятый член этой прогрессии.
Ответ: _____.
8. В арифметической прогрессии (a_n) $a_1 = 2$, $a_2 = 4,5$. Найдите седьмой член этой прогрессии.
Ответ: _____.

9. В арифметической прогрессии (a_n) $a_1=1$, $a_3=7$. Найдите девятый член этой прогрессии.
Ответ: _____.
10. В арифметической прогрессии (a_n) $a_1=2$, $a_3=10$. Найдите восьмой член этой прогрессии.
Ответ: _____.
11. Какое число не является членом арифметической прогрессии 5; 8; ...?
1) 53
2) 62
3) 74
4) 82
12. Какое число не является членом арифметической прогрессии 6; 10; ...?
1) 54
2) 62
3) 76
4) 86
13. Найдите сумму десяти первых членов арифметической прогрессии 4; 1; ...
Ответ: _____.
14. Найдите сумму девяти первых членов арифметической прогрессии 5; 1; ...
Ответ: _____.
15. Ракета за первую секунду пролетела 300 метров. За каждую следующую секунду ракета пролетала на 200 м больше, чем за предыдущую. Какое расстояние (в километрах) пролетела ракета за шестую секунду?
Ответ: _____.

16. Ракета за первую секунду пролетела 300 м. За каждую следующую секунду ракета пролетала на 200 м больше, чем за предыдущую. Какое расстояние (в метрах) пролетела ракета за шесть секунд?

Ответ: _____.

17. Поезд за первую минуту прошел 200 м. За каждую следующую минуту поезд проходил на 100 м больше, чем за предыдущую. Какое расстояние (в метрах) прошел поезд за n -ю минуту?

- 1) $1500n + 200$
- 2) $100n + 100$
- 3) $200n + 100$
- 4) $200n + 200$

18. Поезд за первую минуту прошел 200 м. За каждую следующую минуту поезд проходил на 100 метров больше, чем за предыдущую. Какое расстояние (в километрах) прошел поезд за седьмую минуту?

Ответ: _____.

19. Поезд за первую минуту прошел 200 м. За каждую следующую минуту поезд проходил на 100 м больше, чем за предыдущую. Какое расстояние (в метрах) прошел поезд за семь минут?

Ответ: _____.

20. Бригада в январе изготовила 8 деталей, а в каждый следующий месяц изготавливала на 2 детали больше, чем в предыдущий. Сколько деталей бригада изготовила за год?

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

21. Длины сторон треугольника образуют арифметическую прогрессию ($AB < AC < BC$). Периметр треугольника ABC равен 36 см. Найдите длину стороны AC .
22. Длины сторон треугольника ABC образуют арифметическую прогрессию ($AB < AC < BC$). Периметр треугольника ABC равен 48 см. Найдите длину стороны AC .
23. Сколько отрицательных членов содержит арифметическая прогрессия (a_n) : $-16; -15,7; \dots$?
24. Дана арифметическая прогрессия: $13,3; 12,9\dots$ Сколько положительных членов она содержит?
25. Между числами 3 и 47 вставьте такие три числа, которые вместе с данными числами образуют арифметическую прогрессию. В ответе запишите найденные три числа.
26. Между числами 58 и 10 вставьте такие три числа, которые вместе с данными числами образуют арифметическую прогрессию. В ответе запишите найденные три числа.
27. Сумма второго, восьмого и одиннадцатого членов арифметической прогрессии равна 69. Найдите седьмой член этой прогрессии.
28. Найдите десятый член арифметической прогрессии, если сумма третьего, восьмого и девятнадцатого членов прогрессии равна 72.

29. Найдите сумму всех четных двузначных чисел, кратных 3, но не кратных 7.
30. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 150, которые при делении на 4 дают остаток 1.

5.2. Геометрическая прогрессия

Часть 1

1. Найдите первый член геометрической прогрессии a_1 ; 2; 8; ...
Ответ: _____.
2. Найдите первый член геометрической прогрессии a_1 ; 2; 10; ...
Ответ: _____.
3. Найдите знаменатель геометрической прогрессии 0,02; 0,2; ...
Ответ: _____.
4. Найдите знаменатель геометрической прогрессии 0,03; 0,3; ...
Ответ: _____.
5. Найдите четвертый член геометрической прогрессии 128; 64; ...
Ответ: _____.
6. Найдите пятый член геометрической прогрессии 81; 27; ...
Ответ: _____.

7. Найдите шестой член геометрической прогрессии
96; -48; ...

Ответ: _____.

8. Найдите четвертый член геометрической прогрессии
81; -27; ...

Ответ: _____.

9. Найдите третий член геометрической прогрессии
 $b_n = 2 \cdot 3^{n-1}$.

Ответ: _____.

10. Найдите четвертый член геометрической прогрессии
 $b_n = 3 \cdot 2^{n-1}$.

Ответ: _____.

11. Найдите пятый член геометрической прогрессии

$$b_n = 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n.$$

Ответ: _____.

12. Найдите третий член геометрической прогрессии

$$b_n = 6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n.$$

Ответ: _____.

13. Какое число не является членом геометрической прогрессии 2; 4; ...?

- 1) 8
- 2) 12
- 3) 16
- 4) 32

14. Какое число не является членом геометрической прогрессии 1; 3; ...?

- 1) 9
- 2) 27
- 3) 54
- 4) 81

15. Найдите сумму пяти первых членов геометрической прогрессии 4; 8; ...

Ответ: _____.

16. Найдите сумму шести первых членов геометрической прогрессии 3; 6; ...

Ответ: _____.

17. Найдите сумму пяти первых членов геометрической прогрессии 4; -8; ...

Ответ: _____.

18. Найдите сумму шести первых членов геометрической прогрессии 3; -6; ...

Ответ: _____.

19. В геометрической прогрессии (b_n) $b_2 = 2$, $b_4 = 6$. Найдите b_6 .

Ответ: _____.

20. В геометрической прогрессии (b_n) $b_3 = 2$, $b_5 = 8$. Найдите b_7 .

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

- 21.** Между числами 3 и 48 вставьте такие три числа, которые вместе с данными числами образовывали бы геометрическую прогрессию.
- 22.** Между числами 1 и 81 вставьте такие три числа, которые вместе с данными числами образовывали бы геометрическую прогрессию.
- 23.** Найдите первый член геометрической прогрессии, если известно, что сумма первых четырех членов прогрессии равна 75, а знаменатель прогрессии равен 2.
- 24.** Найдите первый член геометрической прогрессии, если известно, что сумма четырех первых членов прогрессии равна 90, а знаменатель прогрессии равен 2.
- 25.** Вычислите сумму геометрической прогрессии
$$S = 1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \dots$$
- 26.** Вычислите сумму геометрической прогрессии
$$S = 1 + \frac{1}{6} + \frac{1}{36} + \dots$$
- 27.** В возрастающей геометрической прогрессии (b_n) известно, что $b_1 + b_4 = 27$, $b_2 \cdot b_3 = 72$. Найдите b_4 .

28. В возрастающей геометрической прогрессии (b_n) известно, что $b_1 + b_5 = 34$, $b_2 \cdot b_4 = 64$. Найдите b_3 .
29. Четыре числа образуют геометрическую прогрессию. Если к ним прибавить соответственно 2, 5, 7 и 7, то получим четыре числа, образующих арифметическую прогрессию. Найдите числа, образующие геометрическую прогрессию.
30. Четыре числа образуют геометрическую прогрессию. Если из этих чисел вычесть соответственно 1, 2, 11, 44, то получим четыре числа, образующих арифметическую прогрессию. Найдите числа, образующие арифметическую прогрессию.

6. СТЕПЕНЬ

6.1. Корень n -й степени

Часть 1

1. Вычислите: $\sqrt[4]{16}$.
Ответ: _____.
2. Решите уравнение $x^4 = 16$.
Ответ: _____.
3. Решите уравнение $x^4 = -16$.
Ответ: _____.
4. Вычислите: $\sqrt[3]{64}$.
Ответ: _____.

5. Решите уравнение $x^3 = 64$.

Ответ: _____.

6. Решите уравнение $x^3 = -64$.

Ответ: _____.

7. Вычислите: $\sqrt[4]{81 \cdot 0,0001}$.

1) $\pm 0,3$

3) $0,3$

2) $-0,3$

4) $0,9$

8. Вычислите: $\sqrt[3]{125 \cdot 0,001}$.

Ответ: _____.

9. Вычислите: $\sqrt[3]{0,9} \cdot \sqrt[3]{-0,03}$.

1) $-0,9$

3) $0,9$

2) $-0,3$

4) $0,3$

10. Вычислите: $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{5}$.

Ответ: _____.

11. Вычислите: $\sqrt[4]{54} \cdot \sqrt[4]{24}$.

1) 2

3) 6

2) 3

4) 12

12. Вычислите: $\sqrt[4]{0,08} \cdot \sqrt[4]{0,02}$.

Ответ: _____.

13. Вычислите: $\sqrt[5]{81 \cdot 96}$.

Ответ: _____.

14. Вычислите: $\sqrt[3]{25 \cdot 135}$.

Ответ: _____.

15. Вычислите: $\sqrt[3]{-4 \frac{17}{27}}$.

1) $-\frac{5}{3}$

3) $\pm \frac{5}{3}$

2) $\frac{5}{3}$

4) $-\frac{5}{23}$

16. Вычислите: $\sqrt[4]{5 \frac{1}{16}}$.

Ответ: _____.

17. Вычислите: $(-\sqrt[6]{17})^6$.

1) -17

3) $-\sqrt{17}$

2) 17

4) $\sqrt{17}$

18. Вычислите: $(\sqrt[3]{-3})^3$.

Ответ: _____.

19. Вычислите: $\frac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{2}}$.

Ответ: _____.

20. Вычислите: $\frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{243}}$.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

21. Вычислите: $\sqrt[7]{2^4 \cdot 5^3} \cdot \sqrt[7]{2^{10} \cdot 5^4}$.

22. Вычислите: $\sqrt[5]{2^2 \cdot 3^2} \cdot \sqrt[5]{2^8 \cdot 3^3}$.

23. Найдите область определения выражения $\sqrt[6]{x^2 - 144}$.

24. Найдите область определения выражения $\sqrt[4]{196 - x^2}$.

25. Упростите выражение $\frac{4\sqrt[4]{9k} - 2\sqrt{9k}}{-2 + \sqrt[4]{9k}} : \sqrt[4]{9k}$.

26. Упростите выражение $\frac{3\sqrt[3]{8m} - 6\sqrt[6]{8m}}{2 - \sqrt[6]{8m}} : \sqrt[6]{8m}$.

27. Найдите значение выражения $\sqrt[3]{8a^3} + \sqrt[4]{a^4}$ при $a = -0,2$.

28. Найдите значение выражения $\sqrt[5]{32a^5} + \sqrt[4]{a^4}$ при $a = -0,4$.

29. Решите уравнение $(x + 1) \cdot \sqrt[4]{2x^2 + 5x + 2} = 0$.

30. Решите уравнение $(x - 1) \cdot \sqrt[4]{2x^2 - 5x + 2} = 0$.

6.2. Степень с рациональным показателем

Часть 1

1. Вычислите: $64^{\frac{1}{3}}$.

Ответ: _____.

2. Вычислите: $125^{\frac{1}{3}}$.

Ответ: _____.

3. Представьте в виде степени с рациональным показателем

$x^{\frac{2}{3}} : x^{\frac{1}{6}}$.

1) $x^{\frac{5}{6}}$

3) $x^{\frac{1}{2}}$

2) $x^{\frac{1}{3}}$

4) $x^{\frac{1}{9}}$

4. Представьте в виде степени с рациональным показателем

$a^{\frac{3}{4}} : a^{\frac{1}{8}}$.

Ответ: _____.

5. Представьте в виде степени с рациональным показателем

$m^{\frac{3}{4}} : m^{\frac{1}{2}}$.

1) $m^{\frac{3}{2}}$

3) $m^{\frac{3}{8}}$

2) $m^{\frac{1}{4}}$

4) $m^{\frac{5}{4}}$

6. Представьте в виде степени с рациональным показателем $k^{\frac{5}{6}} : k^{\frac{1}{3}}$.

Ответ: _____.

7. Представьте в виде степени с рациональным показателем $(p^{-\frac{2}{21}})^7$.

Ответ: _____.

8. Представьте в виде степени с рациональным показателем $(y^{-\frac{5}{18}})^3$.

Ответ: _____.

9. Представьте в виде степени с рациональным показателем $\frac{a^{1,4}}{a^{-0,6}}$.

Ответ: _____.

10. Представьте в виде степени с рациональным показателем $\frac{d^{2,5}}{d^{-0,5}}$.

Ответ: _____.

11. Решите уравнение $x^{\frac{1}{4}} = 2$.

1) 2^4 3) ± 16

2) $\pm 2^4$ 4) 16

12. Решите уравнение $x^{\frac{1}{4}} = 3$.

Ответ: _____.

13. Решите уравнение $x^{\frac{1}{4}} = -2$.

Ответ: _____.

14. Решите уравнение $\sqrt[4]{x} = -2$.

Ответ: _____.

15. Решите уравнение $x^{\frac{1}{3}} = -2$.

Ответ: _____.

16. Решите уравнение $\sqrt[3]{x} = -2$.

Ответ: _____.

17. Установите соответствие между уравнениями и множествами их корней.

А. $x^{0,5} = 2$

Б. $x^2 = 2$

В. $x^{\frac{1}{3}} = 2$

1) $\pm\sqrt{2}$ 3) 4

2) 8 4) 2

18. Установите соответствие между уравнениями и множествами их корней.

А. $x^{0,5} = 3$

Б. $x^2 = 3$

В. $x^{\frac{1}{3}} = 3$

1) 27 3) 3

2) 9 4) $\pm\sqrt{3}$

19. Вычислите: $(1 - 6^{0,5})(1 + 6^{0,5})$.

Ответ: _____.

20. Вычислите: $(7^{0,5} + 1)(1 - 7^{0,5})$.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

21. Вычислите $(3 + 2^{0,5})^2 - 6 \cdot 2^{0,5}$.

22. Вычислите: $(3^{0,5} - 2)^2 + 4 \cdot 3^{0,5}$.

23. Решите уравнение $x^{\frac{3}{4}} = 2$.

24. Решите уравнение $x^{\frac{3}{4}} = 3$.

25. Вычислите: $40^{\frac{1}{3}} + 34 - 2\sqrt[3]{5}$.

26. Вычислите: $54^{\frac{1}{3}} + 28 - 3\sqrt[3]{2}$.

27. Упростите выражение $\frac{9x - y}{3x + x^{0,5}y^{0,5}}$ и найдите его значение при $x=100$ и $y=0,04$.

28. Упростите выражение $\frac{4x - y}{2x + x^{0,5}y^{0,5}}$ и найдите его значение при $x=100$ и $y=0,09$.

29. Упростите выражение $\frac{\sqrt{a} - 16\sqrt{b}}{(a^{\frac{1}{8}} + 2b^{\frac{1}{8}})^2 + (a^{\frac{1}{8}} - 2b^{\frac{1}{8}})^2}$ и найдите его значение при $a = \frac{1}{16}$, $b = 81$.

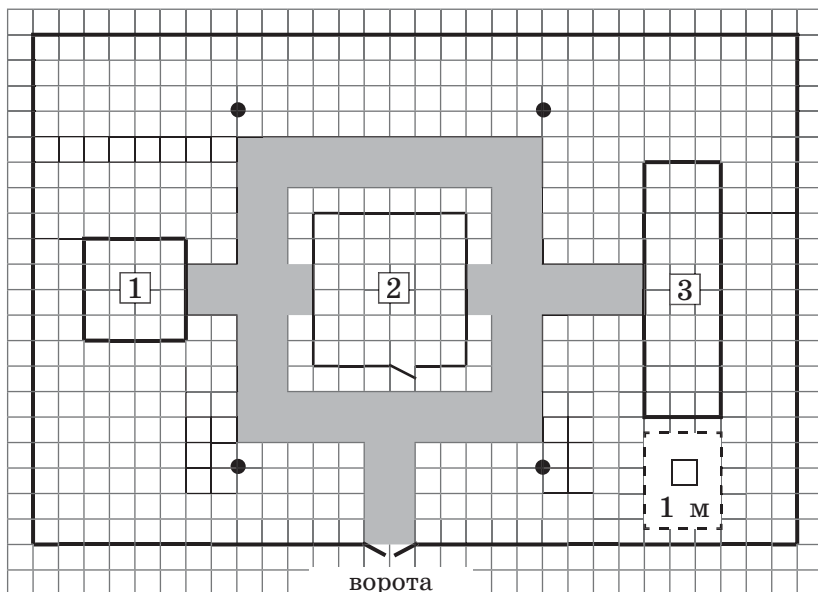
30. Упростите выражение $\frac{\sqrt{a} - 81\sqrt{b}}{(a^{\frac{1}{8}} - 3b^{\frac{1}{8}})^2 + (a^{\frac{1}{8}} + 3b^{\frac{1}{8}})^2}$ и найдите его значение при $a = 16$, $b = 81$.

ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ВАРИАНТЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ

ВАРИАНТ 1

Часть 1

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–4.



На рисунке изображен дом с участком. Участок имеет прямоугольную форму 30 метров длиной и 20 метров шириной. В центре участка расположен дом, рядом с ним клумба, теплица с квадратным основанием и четыре фонаря. Все дорожки внутри участка имеют ширину 2 м и вымощены тротуарной плиткой размером 50 см на 50 см.

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните

таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность трех цифр.

Объекты	Жилой дом	Клумба	Теплица
Цифры			

Ответ: _____.

2. Тротуарная плитка продается в упаковках по 10 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить все дорожки?

Ответ: _____.

3. Вдоль периметра дома проложен светодиодный кабель для освещения. Найдите его длину. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

4. Найдите расстояние от жилого дома до ближайшего фонаря (расстояние между двумя ближайшими точками на прямой).

Ответ: _____.

5. В доме надо провести интернет. Интернет-провайдер предлагает три тарифных плана.

Абонентская плата	Плата за трафик
1. План «Обычный»	
Нет	6 руб. за 1 Мбит
2. План «Легкий»	
400 руб/мес за 75 Мбит/с трафика в месяц	20 руб. за 1 Мбит сверх 75 Мбит
3. План «Продвинутый»	
470 руб. за 80 Мбит/с трафика в месяц	5 руб. за 1 Мбит сверх 80 Мбит

Семья, живущая в доме, планирует, что трафик интернета составит 80 Мбит и, исходя из этого, выбирает наиболее дешевый тарифный план. Сколько рублей семья заплатит за месяц, если его трафик действительно будет равен 80 Мбит?

Ответ: _____.

6. В барабана лежат одинаковые на ощупь шары лотереи с номерами от 1 до 36. Какова вероятность того, что вынутый наудачу шар окажется с номером, большим 27?

Ответ: _____.

7. Мяч брошен вертикально вверх. Пока мяч не упал, высота, на которой он находится, описывается формулой $h(t) = -t^2 + 7t$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Найдите сколько секунд мяч будет находится на высоте не менее 10 метров?

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $2,8 \cdot \frac{5}{7} - 0,18 : 1\frac{1}{2}$.

Ответ: _____.

9. Какие из чисел являются корнями уравнения $2x^2 - 7x - 9 = 0$?

1) -4,5 2) -1 3) 1 4) 4,5

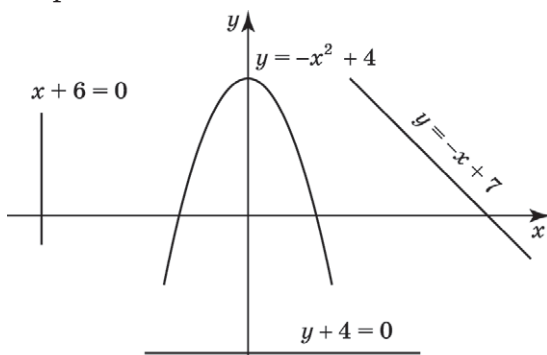
В ответ запишите номера выбранных вариантов ответов без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

10. Вычислите $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$.

Ответ: _____.

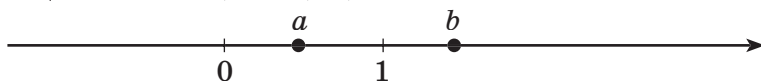
11. На рисунке изображены парабола и три прямые. Укажите систему уравнений, которая имеет единственное решение.



- 1) $\begin{cases} y = -x^2 + 4, \\ y = -x + 7. \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y = -x^2 + 4, \\ y + 4 = 0. \end{cases}$
- 2) $\begin{cases} y = -x^2 + 4, \\ x + 6 = 0. \end{cases}$ 4) все три указанные системы

Ответ: _____.

12. Числа a и b отмечены точками на координатной прямой. Расположите в порядке **убывания** следующие числа: 0 ; $a - 1$; 1 ; b .



- 1) $a - 1$; 0 ; 1 ; b 3) b ; 1 ; 0 ; $a - 1$
 2) b ; 1 ; a ; 0 4) 0 ; a ; 1 ; b

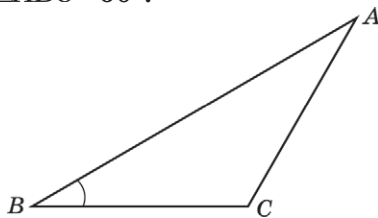
В ответе запишите номер выбранного варианта ответа.

Ответ: _____.

13. В треугольнике BOA проведены биссектрисы BK и OP , пересекающиеся в точке M , причем $\angle OMB = 100^\circ$. Найдите угол BAO . Ответ дайте в градусах.

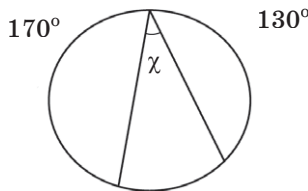
Ответ: _____.

14. Найдите площадь треугольника ABC , если $AB=8$, $BC = 3\sqrt{3}$, $\angle ABC=60^\circ$.



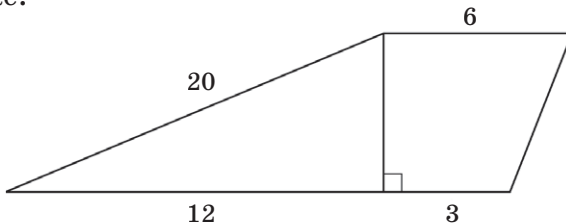
Ответ: _____.

15. Дана окружность. По данным рисунка найдите угол x . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

16. Найдите площадь трапеции, изображенной на рисунке.



Ответ: _____.

17. Из городов М и А, расстояние между которыми равно 40 км, вышли одновременно навстречу друг другу два лыжника. Скорость одного из них была на 2 км/ч больше скорости другого. Через 2 часа лыжникам до встречи осталось пройти 8 км. Найдите, через какое время после начала движения лыжники встретятся. Ответ укажите в минутах.

Ответ: _____.

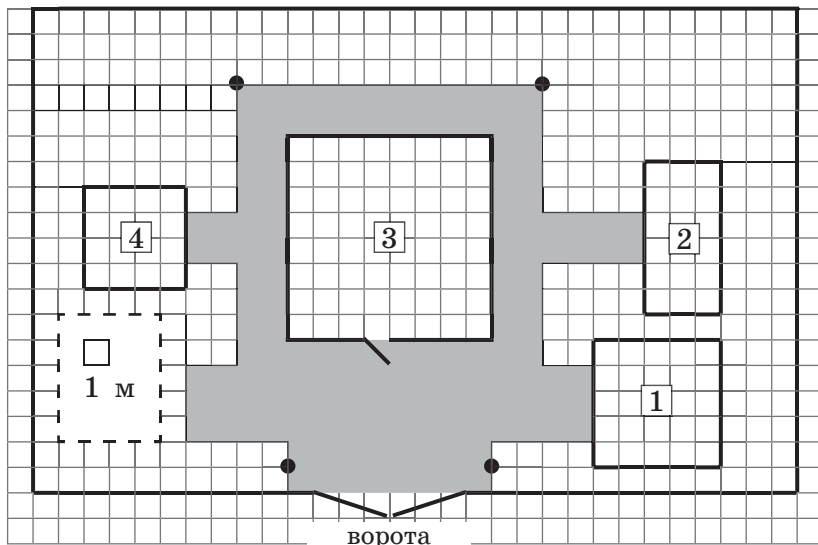
Часть 2

18. Сократите дробь $\frac{144^5 \cdot 2^7 \cdot 7^{n-4}}{288^4 \cdot 7^{n-5}}$.
19. В корзине два белых и восемь черных одинаковых на ощупь шаров. Из корзины вынимают последовательно два шара, после вынимания первого он возвращается в корзину. Найти вероятность того, что:
1) оба шара будут белыми; 2) вынуты разноцветные шары.
20. Постройте график функции $|x-1|+|x-3|=a$. При каких значениях параметра a уравнение $|x-1|+|x-3|=a$ имеет бесконечно много решений?
21. Две окружности касаются внешним образом в точке C . К ним проведена общая касательная, имеющая общие точки с окружностями A и B соответственно. Прямая AC пересекает большую окружность в точке D .
- а) Докажите, что треугольник CBD — прямоугольный.
б) Найдите площадь треугольника ADB , если радиусы окружностей 3 см и 5 см.
22. Диагонали выпуклого четырехугольника $ABCD$ равны 12 и 18 и пересекаются в точке O . Найдите стороны четырехугольника с вершинами в точках пересечения медиан треугольников AOB , BOC , COD и AOD .
23. Учитель в школе за работу в группе поставил оценки от «3» до «5», капитан подсчитал, что при этом средний балл в группе оказался равным 4,25. Какое минимальное число учеников могло быть в команде?

ВАРИАНТ 2

Часть 1

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–4.



На рисунке изображен дом с участком. Участок имеет прямоугольную форму 30 м длиной и 19 м шириной. В центре участка расположен дом, рядом с ним клумба, налево от дома — теплица с квадратным основанием, справа от въезда на участок расположен гараж с квадратным основанием. Для освещения на участке расположены четыре фонаря. Дорожки и площадка перед домом внутри участка вымощены тротуарной плиткой размером 1 м на 1 м и отмечены темным цветом.

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырех цифр.

Объекты	Жилой дом	Клумба	Теплица	Гараж
Цифры				

Ответ: _____.

2. Тротуарная плитка продается в упаковках по 5 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку перед домом?

Ответ: _____.

3. Найдите площадь, которую занимает дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

4. Найдите расстояние от клумбы до ближайшего фонаря (расстояние между двумя ближайшими точками на прямой).

Ответ: _____.

5. Бригаде строителей необходимо построить на территории участка вторую теплицу. Для сооружения теплицы можно использовать один из двух типов покрытий: стекло толщиной 6 мм или сотовый поликарбонат толщиной 10 мм. Один лист стекла имеет размеры 1800×2000 мм, его цена 360 руб. за 1 м^2 , сотовый поликарбонат — 2000×6000 мм, по 110 руб. за 1 м^2 . Полная площадь остекления 36 м^2 . Сколько будет стоить материал, если выбрать более дешевый вариант?

Ответ: _____.

6. В барабана лежат одинаковые наощупь шары лотереи с номерами от 1 до 36. Какова вероятность того, что вынутый наудачу шар окажется с номером, меньшим 28?

Ответ: _____.

7. Мяч брошен вертикально вверх. Пока мяч не упал, высота, на которой он находится, описывается формулой $h(t) = -t^2 + 8t$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Найдите, сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 15 метров.

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $1,2 \cdot \frac{5}{6} - 0,18 : 1\frac{2}{7}$.

Ответ: _____.

9. Решите уравнение: $2x^2 + 5x - 7 = 0$.

1) 3,5

3) 1

2) -3,5

4) -1

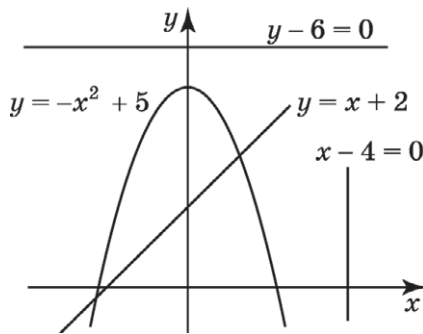
В ответ запишите номера выбранных вариантов ответов без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

10. Вычислите: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{0,08} - \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$.

Ответ: _____.

11. На рисунке изображены парабола и три прямые. Укажите систему уравнений, которая не имеет решений.



1) $\begin{cases} y = -x^2 + 5, \\ y = x + 2. \end{cases}$

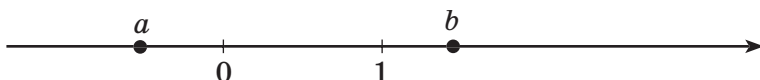
3) $\begin{cases} y = -x^2 + 5, \\ x - 4 = 0. \end{cases}$

2) $\begin{cases} y = -x^2 + 5, \\ y - 6 = 0. \end{cases}$

4) все три указанные системы

Ответ: _____.

12. Числа a и b отмечены точками на координатной прямой. Расположите в порядке возрастания следующие числа: 0 ; a ; 1 ; $\frac{1}{b}$.



- 1) a ; 0 ; 1 ; b 3) b ; 1 ; 0 ; a
 2) a ; 0 ; $\frac{1}{b}$; 1 4) $\frac{1}{b}$; 1 ; 0 ; a

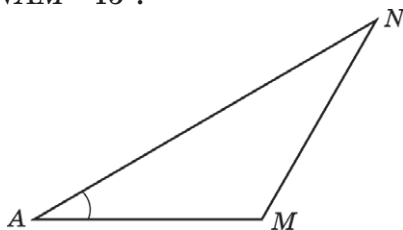
В ответе запишите номер выбранного варианта ответа.

Ответ: _____.

13. В треугольнике TES проведены биссектрисы TK и EP , пересекающиеся в точке A , причем $\angle EAT = 110^\circ$. Найдите угол TSE . Ответ дайте в градусах.

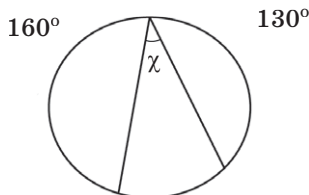
Ответ: _____.

14. Найдите площадь треугольника NAM , если $NA = 4\sqrt{2}$, $AM = 4$, $\angle NAM = 45^\circ$.



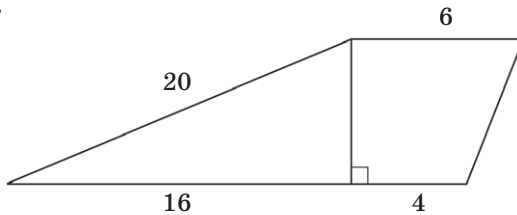
Ответ: _____.

15. Дана окружность. По данным рисунка найдите угол x . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

16. Найдите площадь трапеции, изображенной на рисунке.



Ответ: _____.

17. Из городов А и В, расстояние между которыми 600 км, выехали одновременно навстречу друг другу два автомобиля. Скорость одного из них была на 4 км/ч больше скорости другого. Через 3 часа автомобилям до встречи осталось проехать 150 км. На сколько километров до встречи один автомобиль проехал больше, чем другой?

Ответ: _____.

Часть 2

18. Сократите дробь $\frac{64^5 \cdot 3^5 \cdot 7^{n-5}}{192^4 \cdot 7^{n-6}}$.
19. В корзине семь белых и три черных одинаковых на ощупь шаров. Из урны вынимают последовательно два шара, после вынимания первого он возвращается в корзину. Найти вероятность того, что: 1) оба шара будут черными; 2) вынуты разноцветные шары.
20. Постройте график функции $y=|x-1|+|x+3|$. При каких значениях параметра a уравнение $|x-1|+|x+3|=a$ имеет ровно два решения?
21. Две окружности касаются внешним образом в точке F . К ним проведена общая касательная, имеющая общие точки с окружностями M и P соответственно. Прямая MF пересекает большую окружность в точке K .
- Докажите, что треугольник MPF — прямоугольный.
 - Найдите площадь треугольника PFK , если радиусы окружностей 2 см и 4 см.

22. В треугольнике ABC проведены отрезки AA_1 и CC_1 , пересекающиеся в точке O . Известно, что $BA_1:A_1C=1:2$, $CO:OC_1=3:1$ и площадь треугольника ABC равна 36. Найдите площадь четырехугольника OC_1BA_1 .
22. Учитель в школе за работу в команде поставил оценки «4» и «5», капитан подсчитал, что средний балл при этом в команде оказался равен $4\frac{6}{7}$. Какое минимальное число учеников могло быть в команде?

ЗАДАНИЯ ДЛЯ УРОКОВ ОБОБЩЕНИЯ И ПОВТОРЕНИЯ

Модуль «Алгебра»

Урок 1 Числа и вычисления

Свойства степени с целым показателем
(m, n — целые числа, $a \neq 0$)

$$1) a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$2) a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$3) (a^m)^n = a^{mn}$$

$$4) (ab)^m = a^m \cdot b^m \quad (b \neq 0)$$

$$5) \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \quad (b \neq 0)$$

Свойства
арифметического квадратного корня ($a \geq 0$)

$$1) \sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, b \geq 0$$

$$2) \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, b > 0$$

Формулы сокращенного умножения

$$1) (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

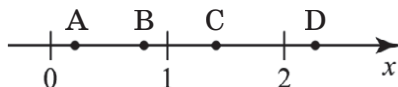
$$2) (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$3) (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$4) a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$5) a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

1. Вычислите $17 \cdot \frac{5}{9} - 0,28 : 1\frac{2}{5} - 13,4 \cdot \frac{5}{9}$.
2. Вычислите $\left(-3\frac{5}{9} + 2\frac{2}{15}\right) : 3,2 \cdot 0,18$.
3. Вычислите $\frac{49^4 \cdot 3^5}{147^3}$.
4. Найдите неизвестный член пропорции $8:5=x:15$.
5. Вычислите $(\sqrt{2,5})^2 - \sqrt{3} \cdot \sqrt{0,12} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$.
6. Вычислите $\sqrt{48} + \sqrt{75} - \sqrt{108}$.
7. Известно, что $m = 1\frac{3}{11}$. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\frac{1}{m}$. Укажите эту точку.



- 1) точка А
 - 2) точка В
 - 3) точка С
 - 4) точка D
8. В энциклопедии записано: «Масса Меркурия равна $3,29 \cdot 10^{17}$ млн т». Выразите массу Меркурия в килограммах.
 - 1) $3,29 \cdot 10^{19}$ кг
 - 2) $3,29 \cdot 10^{23}$ кг
 - 3) $3,29 \cdot 10^{25}$ кг
 - 4) $3,29 \cdot 10^{26}$ кг
 9. Вычислите: $\frac{93^3 + 77^3}{170} - 93 \cdot 77$.

10. Найдите все четырехзначные числа, в записи которых входят только цифры 8 и 3 и которые делятся и на 2, и на 9.

Примечание.

Число делится на 2 тогда и только тогда, когда оно оканчивается четной цифрой (цифры 0, 2, 4, 6, 8 четные; цифры 1, 3, 5, 7, 9 нечетные).

Число делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 3.

Число делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. Вычислите $13 \cdot \frac{5}{8} - 0,15 : 1\frac{1}{4} - 11,4 \cdot \frac{5}{8}$.

2. Вычислите $\left(-4\frac{11}{15} + 3\frac{7}{12}\right) : 2,3 \cdot 0,06$.

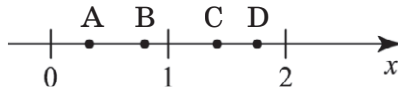
3. Вычислите $\frac{121^9 \cdot 2^{10}}{242^8}$.

4. Найдите неизвестный член пропорции $x : 6 = 14 : 3$.

5. Вычислите $(\sqrt{3,5})^2 - \sqrt{3} \cdot \sqrt{0,27} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}}$.

6. Вычислите $\sqrt{32} + \sqrt{98} - \sqrt{128}$.

7. Известно, что $m = 2\frac{1}{3}$. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\frac{1}{m}$. Укажите эту точку.



- 1) точка А
- 2) точка В
- 3) точка С
- 4) точка D

8. В энциклопедии записано: «Дрожжевые клетки имеют в среднем $1,5 \cdot 10^{-7}$ миллиметра в длину». Выразите длину дрожжевых клеток в метрах.

- 1) $1,5 \cdot 10^{-7}$ м
- 2) $1,5 \cdot 10^{-8}$ м
- 3) $1,5 \cdot 10^{-9}$ м
- 4) $1,5 \cdot 10^{-10}$ м

9. Вычислите: $\frac{84^3 - 66^3}{18} + 84 \cdot 66$.

10. Найдите все четырехзначные числа, в записи которых входят только цифры 1, 2 и которые делятся и на 2, и на 3.

Урок 2 Текстовые задачи

1. Андрей старше Олега на 4 года, а Олег старше Бориса в 1,5 раза. Вместе им 36 лет. Сколько лет Олегу?
2. В зале расставили одинаковыми рядами 72 стула. Рядов оказалось на 6 больше, чем стульев в каждом ряду. Сколько стульев в каждом ряду и сколько всего рядов?

Процентом числа называется его сотая часть.

3. Стоимость проезда в пригородном автобусе составляет 60 рублей. Пенсионерам и детям до 10 лет предоставляется скидка 50%. Сколько рублей стоит проезд группы из 3 пенсионеров и 4 школьников: семи, девяти, двенадцати и четырнадцати лет?
4. В девятых и седьмых классах школы 144 ученика. Число учащихся седьмых классов составляет 80% числа учащихся девятого класса. Сколько в школе семиклассников?

Действие движения характеризуется тремя компонентами: пройденный путь (S), скорость (v) и время (t). Известно соотношение между ними: $S = v \cdot t$.

5. Два мотоциклиста отправляются навстречу друг другу одновременно из двух пунктов, расстояние между которыми равно 200 км, и встречаются через 4 ч. Определите скорость каждого мотоциклиста, если скорость у одного из них она на 10 км/ч больше, чем у другого.
6. Если велосипедист будет ехать со скоростью 12 км/ч, то он опоздает на 1 час. Если же он будет ехать со скоростью 18 км/ч, то приедет на 1 ч раньше. С какой скоростью он должен ехать, чтобы приехать вовремя?
7. Моторная лодка прошла 10 км по озеру и 4 км против течения реки, затратив на весь путь 1 ч. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. Бабушка старше мамы на 20 лет, а мама старше дочери в 2,5 раза. Вместе им 116 лет. Сколько лет маме?
2. В зале расставили одинаковыми рядами 80 стульев. Рядов оказалось на 2 меньше, чем стульев в каждом ряду. Сколько стульев в каждом ряду и сколько всего рядов?
3. Стоимость проезда в пригородном электропоезде составляет 80 рублей. Пенсионерам предоставляется скидка 50%. Дети до 7 лет ездят бесплатно. Сколь-

- ко рублей стоит проезд группы из 2 пенсионеров и 4 школьников: шести, десяти, двенадцати и пятнадцати лет?
4. В девятых и шестых классах школы 136 учеников. Число учащихся девятого класса составляет 70% числа учащихся шестого класса. Сколько в школе девятиклассников?
 5. Два туриста отправляются навстречу друг другу одновременно из двух пунктов, расстояние между которыми равно 22 км, и встречаются через 2 ч. Определите скорость каждого пешехода, если скорость у одного из них на 1 км/ч больше, чем у другого.
 6. Если турист будет идти со скоростью 3 км/ч, то он опоздает на 2 часа. Если же он будет идти со скоростью 5 км/ч, то придет на 2 ч раньше. С какой скоростью он должен идти, чтобы прибыть вовремя?
 7. Катер прошел 15 км по течению реки и 4 км по озеру, затратив на весь путь 1 ч. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Урок 3

Текстовые задачи

1. Если в трехзначном числе зачеркнуть последнюю цифру 3, то число уменьшится на 183. Найдите это трехзначное число.
2. Сторона квадрата на 2 см меньше одной из сторон прямоугольника и на 3 см больше другой его

стороны. Какова длина стороны квадрата, если его площадь на 10 см^2 больше площади прямоугольника?

Работу характеризуют три компонента действия: время работы (t), объем работы (V), производительность (N) (количество произведенной работы в единицу времени).

Существует следующее соотношение между этими компонентами:

$$V=N \cdot t.$$

3. Чтобы выполнить задание в срок, рабочий должен был изготавливать ежедневно по 10 деталей. Усовершенствовав станок, он увеличил ежедневную выработку на 30% и потому выполнил задание на 3 дня раньше срока. Сколько всего деталей должен был изготовить рабочий?
4. Две бригады выполняют некоторую работу. Если всю работу будет делать первая бригада, то она затратит на 9 дней больше, чем две бригады вместе. Если эту работу будет делать вторая бригада, то она затратит на 4 дня больше, чем обе бригады вместе. За сколько дней выполнит эту работу первая бригада?
5. Бригада рабочих должна была за несколько дней изготовить 80 деталей. Первые три дня бригада выполняла установленную ежедневную норму, а потом стала изготавливать на 4 детали в день больше плана. Поэтому за 1 день до срока было изготовлено 96 деталей. Сколько деталей в день стала изготавливать бригада?

В задачах на смеси и сплавы обычно присутствуют три величины, соотношение между которыми позволяет составлять уравнение: концентрация (доля чистого вещества в смеси), количество чистого вещества в смеси (или сплаве), масса смеси (сплава).

Соотношение между этими величинами следующее:

$$\begin{aligned} \text{Масса смеси} \times \text{концентрация} = \\ = \text{количество чистого вещества.} \end{aligned}$$

6. Сколько литров воды надо добавить к 20 литрам десятипроцентного раствора соли, чтобы получить пятипроцентный раствор?
7. Сплавляли два слитка. Первый весил 100 г и содержал 40% меди, второй весил 400 г и содержал 60% меди. Какой процент меди содержится в получившемся сплаве?

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. Если в трехзначном числе зачеркнуть последнюю цифру 4, то число уменьшится на 274. Найдите это трехзначное число.
2. Сторона квадрата на 1 см меньше одной из сторон прямоугольника и на 4 см больше другой его стороны. Какова длина стороны квадрата, если его площадь на 22 см^2 больше площади прямоугольника?

3. Чтобы выполнить задание в срок, токарь должен был изготавливать ежедневно по 50 деталей. Усовершенствовав станок, он увеличил ежедневную выработку на 10% и потому выполнил задание на 1 день раньше срока. Сколько всего деталей должен был изготовить рабочий?
4. Две копировальные машины печатают рукопись. Если всю рукопись будет печатать первая машина, то работа будет выполнена на 4 минуты позже, чем это сделают две машины, работая вместе. Если печатать всю рукопись будет вторая машина, то она напечатает на 25 минут позже, чем обе машины, работая вместе. За сколько минут может напечатать эту рукопись вторая машина?
5. За определенное время на заводе собирают 90 автомобилей. Первые три часа на заводе выполняли установленную норму, а затем стали собирать на один автомобиль в час больше. Поэтому за час до срока уже было собрано 95 автомобилей. Сколько автомобилей в час должны были собирать на заводе?
6. Сколько литров воды надо добавить к 100 литрам десятипроцентного раствора соли, чтобы получить пятипроцентный раствор?
7. Сплавляли два слитка. Первый весил 100 г и содержал 60% меди, второй весил 400 г и содержал 40% меди. Какой процент меди содержится в получившемся сплаве?

Урок 4

Алгебраические выражения

1. Выразите из формулы площади круга $S = \pi R^2$ радиус R .

Определение. Модулем числа a называется само это число a , если $a \geq 0$, и противоположное число $(-a)$, если $a < 0$. Модуль числа a обозначается $|a|$.

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0, \\ -a, & \text{если } a < 0. \end{cases}$$

2. Найдите значение выражения $|x^2 - 19| \cdot x$ при $x = 3$; 7.
3. Упростите выражение $(12a - 6a^2 + 5) - (2a - 3a^2)$.
4. Выполните умножение $(3a - 5)(4a - 3)$.
5. Представьте в виде многочлена $0,4b(5b^2 - 10)(2 + b^2)$.
6. Докажите, что значение выражения не зависит от значений переменной a :

$$3c(a + b - c) + 3b(a - b - c) - 3a(a + b + c) + 3a^2.$$

7. Разложите на множители многочлен $bx + 4by + 7x + 28y$.
8. Представьте выражение в виде произведения двух множителей $x(a - b) + y(b - a)$.

Формулы сокращенного умножения

$$1) (a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

$$2) (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$3) (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Формула разложения квадратного трехчлена на множители

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2),$$

где x_1 и x_2 — корни трехчлена $ax^2 + bx + c$

9. Разложите на множители многочлен $324x^2 - 0,09y^2$.
10. Представьте в виде квадрата двучлена выражение $4x^2 + c^2 + 4xc$.
11. Разложите на множители $2x^2 - x - 1$.
12. Найдите три последовательных натуральных числа, если произведение двух меньших чисел меньше произведения двух больших на 30.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. Выразите из формулы площади поверхности сферы $S = 4\pi R^2$ радиус R .
2. Найдите значение выражения $|x^2 - 24| \cdot x$ при $x = 4$; 8.
3. Упростите выражение $(2x - 3xy + 7) - (3x - 5xy)$.
4. Выполните умножение $(2m - 5)(3m - 4)$.
5. Представьте в виде многочлена $0,5y(6 - 2y^2)(3 + y^2)$.
6. Докажите, что значение выражения не зависит от значений переменной x :
$$7y(x + y - p) - 7p(x - y - p) + 7x(x - y + p) - 7x^2$$
7. Разложите на множители многочлен $5z + 30a + bz + 6ba$.
8. Представьте выражение в виде произведения двух множителей $m(b - n) + a(n - b)$.
9. Разложите на множители многочлен $0,16y^2 - 289a^2$.
10. Представьте в виде квадрата двучлена выражение $9b^2 + k^2 + 6bk$.
11. Разложите на множители $2x^2 - 3x - 2$.

12. Найдите три последовательных натуральных числа, если произведение двух больших чисел больше произведения двух меньших на 28.

Урок 5 Алгебраические выражения

1. Из данных выражений выберите те, которые тождественно равны одночлену x^6b^8 .
- 1) $(-xb)^6b^2$
 - 2) $-(xb)^6b^2$
 - 3) $\left(-\frac{1}{3}xb^2\right)^4 81x^2$
 - 4) $(-xb)^6x(-b)^3$

Формулы сокращенного умножения

$$1) (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$2) (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$3) (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

2. Найдите наименьшее значение многочлена $x^2 + 6x$. Укажите, при каком значении переменной это значение достигается.
3. Сократите дробь $\frac{5 - 20a^2}{20a + 10}$.
4. Сократите дробь $\frac{3x^2 + 8x - 3}{x^2 + 3x}$.
5. Упростите $\frac{(x-y)^2 - (x-y)(x+y)}{x^2y - xy^2}$.
6. Выполните действия $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) : (a+b)$.

7. Выполните действия $\frac{16+9x^2}{16-9x^2} - \frac{3x}{4-3x}$.

8. Упростите $\frac{3}{1+\frac{2}{x}} \cdot \left(\frac{x-2}{x^2+2x} - \frac{8}{4-x^2} \right)$.

9. Упростите выражение $\left(\frac{2\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} - 2 \right) (x+4\sqrt{x}+4)$ и найдите его значение при $x=196$.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. Из данных выражений выберите те, которые тождественно равны одночлену $a^{10}b^8$.

1) $(-ab)^6b^4$

2) $-(-ab)^5a^5b^3$

3) $\left(-\frac{1}{2}ab^2 \right)^4 8a^6$

4) $(-ab)^7a^3(-b)$

2. Найдите наименьшее значение многочлена x^2-8x . Укажите, при каком значении переменной это значение достигается.

3. Сократите дробь $\frac{36a^2-4}{8+24a}$.

4. Сократите дробь $\frac{4x^2+15x-4}{x^2+4x}$.

5. Упростите выражение $\frac{(m-b)(m+b)-(m+b)^2}{mb+b^2}$.

6. Выполните действия $\left(\frac{m}{n} - \frac{n}{m} \right) : (m-n)$.

7. Выполните действия $\frac{9+16x^2}{9-16x^2} - \frac{4x}{3-4x}$.

8. Упростите выражение

$$\frac{2}{1-\frac{5}{x}} \cdot \left(\frac{x+5}{x^2-5x} + \frac{20}{25-x^2} \right).$$

9. Упростите выражение $\left(\frac{5\sqrt{x}}{5-\sqrt{x}} + 5 \right) (x - 10\sqrt{x} + 25)$ и

найдите его значение при $x=121$.

Урок 6

Уравнения

Определение. Корнем уравнения с одним неизвестным называют значение неизвестного, при котором уравнение обращается в верное равенство.

Определение. Решить уравнение с одним неизвестным — значит найти все его корни или доказать, что корней нет.

Дискриминантом квадратного уравнения

$$ax^2+bx+c=0$$

называют выражение $D=b^2-4ac$. По дискриминанту квадратного уравнения определяют, сколько оно имеет корней:

- если $D > 0$, то уравнение имеет два корня;
- если $D=0$, то уравнение имеет один корень (или два совпавших корня);
- если $D < 0$, то уравнение не имеет корней.

Формулы корней квадратного уравнения

Корни уравнения $ax^2+bx+c=0$ находят по формуле

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}.$$

Корни квадратного уравнения, в котором второй коэффициент — четное число, можно вычислять по формуле

$$x = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{D}{4}}}{a},$$

где $\frac{D}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac.$

1. Найдите корень уравнения $\frac{x}{2} = \frac{x}{6} - 6.$
2. Решите уравнение $0,5(8x-20) = -(2,5-x).$
3. При каких значениях переменной значения выражений $(x-3)(x+3)$ и $(-x-4)^2$ равны?
4. Решите уравнение $2x^2 = 7x.$
5. Решите уравнение $x^2 - 1,69 = 0.$
6. Докажите, что уравнение $|3-x|=2$ имеет те же корни, что и уравнение $x^2 - 6x + 5 = 0.$ В ответ запишите корни уравнения.
7. Решите уравнение $\frac{x-4}{x-3} + \frac{6}{x^2-9} = -1.$

8. Решите уравнение $x^3 - 3x^2 - 8x + 24 = 0$.
9. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $y = x^4$ и $y = 8x^2 + 9$.
10. Решите уравнение $x^2 - 8y + 6x + 25 + y^2 = 0$.
11. Решите уравнение $x^2 = y^2 - 7$, если переменные x , y принимают только целые значения.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. Найдите корень уравнения $\frac{x}{3} = \frac{x}{12} - 8$.
2. Решите уравнение $1,2(5 - 5x) = -6(x - 1)$.
3. При каких значениях переменной значения выражений $(-x - 5)^2$ и $(x - 4)(x + 3)$ равны?
4. Решите уравнение $3x^2 = 4x$.
5. Решите уравнение $1,96 - x^2 = 0$.
6. Докажите, что уравнение $|4 - x| = 1$ имеет те же корни, что и уравнение $x^2 - 8x + 15 = 0$. В ответ запишите корни уравнения.
7. Решите уравнения $\frac{x - 2}{x + 3} - \frac{30}{x^2 - 9} = 3$.
8. Решите уравнения $x^3 + 3x^2 - 18x - 54 = 0$.
9. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $y = x^4$ и $y = 2x^2 + 8$.
10. Решите уравнение $x^2 - 10y + 2x + 26 + y^2 = 0$.
11. Решите уравнение $x^2 = y^2 + 11$, если переменные x , y принимают только целые значения.

Урок 7

Системы уравнений

Определение. Решением системы уравнений с двумя неизвестными называется пара значений неизвестных, обращающая каждое уравнение системы в верное равенство.

Основные способы решения систем уравнений

- 1) способ подстановки;
- 2) способ алгебраического сложения;
- 3) графический способ.

1. Какая из пар чисел является решением системы

уравнений $\begin{cases} x - y = 2, \\ 2x + y = 1 \end{cases} ?$

- 1) (-1; 1)
- 2) (3; 1)
- 3) (1; -1)
- 4) (1; 3)

2. Решите систему уравнений $\begin{cases} x + 2y = 29, \\ x - 2y = 21. \end{cases}$

3. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 29, \\ x^2 - y^2 = 21. \end{cases}$

4. Укажите значение суммы $x_1 + x_2 + y_1 + y_2$, где $(x_1; y_1)$,

$(x_2; y_2)$ — решение системы уравнений $\begin{cases} x + y = 5, \\ 2x - y^2 = 7. \end{cases}$

- 1) 10
- 2) 9
- 3) 8
- 4) 7

5. Не выполняя построений, найдите координаты точек пересечения параболы $y = x^2 - 25$ и окружности $x^2 + y^2 = 25$.

6. Изобразив схематически графики уравнений, определите количество решений системы уравнений:

$$\begin{cases} y = \frac{10}{x}, \\ y - 2x = 1. \end{cases}$$

7. Из данных уравнений подберите второе уравнение

системы $\begin{cases} y = 2x^2, \\ \dots \end{cases}$ так, чтобы система имела два решения (используйте графические представления).

1) $y = x - 2$

2) $y = -x^2$

3) $y = \frac{4}{x}$

4) $y = x^3$

8. Решите систему уравнений $\begin{cases} (x - 3)(y + 1) = 0, \\ x^2 - 6xy = -9. \end{cases}$

9. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 - 2y + y^2 + 4x + 5 = 0, \\ x^2 - 2xy - 8 = 0. \end{cases}$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. Какая из пар чисел является решением системы

уравнений $\begin{cases} x + 2y = 5, \\ y - x = 1 \end{cases}$?

1) $(-1; -2)$

2) $(3; 2)$

3) $(0; -1)$

4) $(1; 2)$

2. Решите систему уравнений $\begin{cases} 5x + y = 61, \\ 5x - y = -11. \end{cases}$

3. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 61, \\ x^2 - y^2 = -11. \end{cases}$

4. Укажите значение произведения x_1, x_2, y_1, y_2 , где $(x_1; y_1), (x_2; y_2)$ — решение системы уравнений

$$\begin{cases} x - y = 1, \\ x^2 - 2y = 5. \end{cases}$$

- 1) -12
- 2) 12
- 3) -6
- 4) 6

5. Не выполняя построений, найдите координаты точек пересечения параболы $y = x^2 - 36$ и окружности $x^2 + y^2 = 36$.

6. Изобразив схематически графики уравнений, определите число решений системы уравнений $\begin{cases} y = \frac{6}{x}, \\ 2x + y = -1. \end{cases}$

7. Из данных уравнений выберите второе уравнение системы $\begin{cases} y = 3x^2 \\ \dots \end{cases}$, так, чтобы система имела два решения (используйте графические представления).

- 1) $y = -x - 1$
- 2) $y = \frac{6}{x}$
- 3) $y = \sqrt{x}$
- 4) $y = -x^2$

8. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} (x-4)(y+1) = 0, \\ x^2 - 8xy = -16. \end{cases}$$

9. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} y^2 - 10x + x^2 - 4y + 29 = 0, \\ y^2 - 2xy + 18 = 0. \end{cases}$$

Урок 8 Неравенства

Определение. Всякое значение неизвестного, при котором данное неравенство с неизвестным обращается в верное числовое неравенство, называется решением неравенства. Решить неравенство с переменной — значит найти все его решения или доказать, что их нет.

Свойства числовых неравенств (a, b, c — действительные числа)

Если $a > b$ и $b > c$, то $a > c$. (1)

Если $a > b$, то $a + c > b + c$. (2)

Если $a > b$ и c — положительное число ($c > 0$), то $ac > bc$. (3)

Если $a > b$ и c — отрицательное число ($c < 0$), то $ac < bc$. (4)

Решение квадратных неравенств $ax^2 + bx + c > 0$ ($< 0, \geq 0, \leq 0$) состоит из 5 этапов:

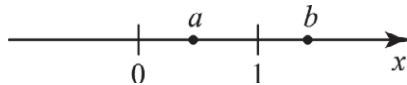
1. Вводим соответствующую функцию $y = ax^2 + bx + c$.
2. Определяем направление ветвей параболы $y = ax^2 + bx + c$ (при $a > 0$ ветви параболы направлены вверх; при $a < 0$ ветви параболы направлены вниз).
3. Находим нули функции, т.е. решаем уравнение $ax^2 + bx + c = 0$.
4. Если уравнение имеет корни, то отмечаем корни на координатной прямой и схематически рисуем пара-

болу в соответствии с направлением ветвей. Если уравнение не имеет корней, то схематически рисуем параболу в соответствии с направлением ветвей.

5. Находим решение неравенства с учетом смысла знака неравенства.

1. Числа a и b отмечены точками на координатной прямой. Расположите в порядке убывания числа:

$$0; \frac{1}{a}; 1; \frac{1}{b}.$$



2. Если $a < b$, то верны неравенства

1) $3b > 3a$

2) $\frac{a}{4} < \frac{b}{4}$

3) $7a < 7b$

4) $\frac{a}{7} > \frac{b}{7}$

3. Решите неравенство $2x - 2 < 3x - 5$.

1) $(-3; +\infty)$

2) $(3; +\infty)$

3) $(-\infty; 3)$

4) $(-\infty; -3)$

4. Решите двойное неравенство $-3 \leq 2x - 1 \leq 4$.

1) $[-1; 2,5]$

2) $[-2; 1,5]$

3) $[-2,5; 1]$

4) $[-1,5; 2]$

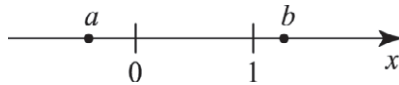
5. Решите систему неравенств $\begin{cases} \frac{x}{2} + 5 > 0, \\ 3x - 1 \geq 4x. \end{cases}$

6. При каких значениях k выражение $2k - 0,7$ принимает положительные значения меньше двух?
7. Решите неравенство $(\sqrt{7} - 4)(6x + 12) \geq 0$.
8. Решите неравенство $(x + 4)^2 > 16 - x^2$.
9. Найдите область определения выражения
$$\frac{\sqrt{3 - 2x - x^2}}{x}$$
.
10. При каких значениях a система неравенств $\begin{cases} x^2 < 16, \\ x \geq a \end{cases}$ имеет ровно два целых решения?

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. Числа a и b отмечены точками на координатной прямой. Расположите в порядке возрастания числа:

$$0; \frac{1}{a}; 1; \frac{1}{b}.$$



2. Если $a > b$, то верны неравенства:

1) $a - 5 < b - 5$

3) $2 + a < 2 + b$

2) $-5b > -5a$

4) $\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$

3. Решите неравенство $3x - 1 > 4x - 6$.

1) $(5; +\infty)$

2) $(-5; +\infty)$

3) $(-\infty; 5)$

4) $(-\infty; -5)$

4. Решите двойное неравенство $-2 \leq 2x + 1 \leq 3$.

- 1) $[-0,5; 2]$
- 2) $[-1; 1,5]$
- 3) $[-1,5; 1]$
- 4) $[-3; 2]$

5. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{x}{6} + 2 > 0, \\ 6x - 1 \geq 7x. \end{cases}$$

6. При каких значениях p выражение $2p - 0,4$ принимает отрицательные значения больше -3 ?

7. Решите неравенство $(5 - \sqrt{30})(4x - 16) \leq 0$.

8. Решите неравенство $(x - 7)^2 \leq 49 - x^2$.

9. Найдите область определения выражения

$$\frac{\sqrt{4 - 3x - x^2}}{x}.$$

10. При каких значениях a система неравенств
$$\begin{cases} x^2 < 25, \\ x \leq a; \end{cases}$$
 имеет ровно три целых решения?

Урок 9 Функции и графики

Графиком линейной функции является прямая. Уравнение $y = kx + b$ является уравнением прямой, пересекающей ось Oy в точке, ордината которой равна b . Коэффициент k называется угловым коэффициентом прямой. Для построения прямой достаточно знать координаты двух точек.

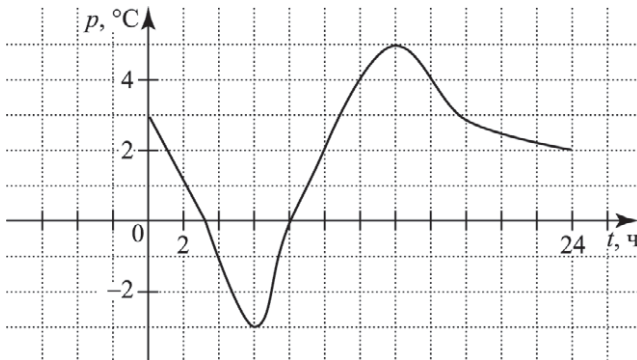
График квадратичной функции называется параболой. Уравнение $y=ax^2+bx+c$, где a, b, c — действительные числа и $a \neq 0$, является уравнением параболы, пересекающей ось Oy в точке, ордината которой равна c . Коэффициент a называется старшим коэффициентом. Если $a > 0$, то ветви параболы направлены вверх, если $a < 0$, то ветви параболы направлены вниз. Координаты вершины параболы $(x_в; y_в)$ находят с помощью формул:

$$x_в = -\frac{b}{2a}, \quad y_в = ax_в^2 + bx_в + c.$$

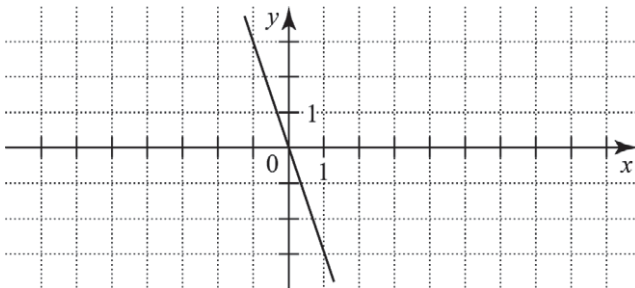
График обратной пропорциональности $y = \frac{k}{x}$ называется гиперболой.

Число k — коэффициент, $k \neq 0$. В зависимости от знака коэффициента k гипербола будет располагаться либо в I и III квадранте, либо во II и IV квадрантах.

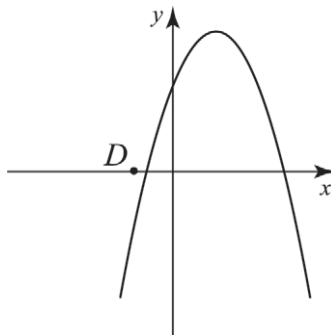
1. На рисунке изображен график зависимости температуры воздуха p (в $^{\circ}\text{C}$) от времени суток t (в часах). Определите, в какое время суток температура была максимальной.



2. На рисунке построен график линейной функции. Задайте эту функцию формулой.



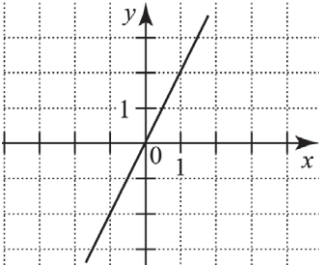
3. Постройте график функции $y=0,5x+3$. Принадлежат ли графику функции точки $F(24; 15)$, $G(-14; 5)$?
4. Функция задана формулой $y=2x+3$. Найдите координаты точек пересечения графика функции с осями координат.
5. Постройте график функции $y=9-x^2$. Укажите промежутки знакопостоянства функции.
6. Постройте график функции $y=x^2+4x$. Укажите промежутки возрастания функции.
7. На рисунке изображен график функции $y=-x^2+2x+3$. Укажите координаты точки D .



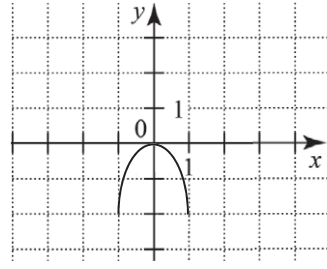
8. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

1) $y = -\frac{2}{x}$ 2) $y = -2x^2$ 3) $y = 2x$ 4) $y = 2x^2$

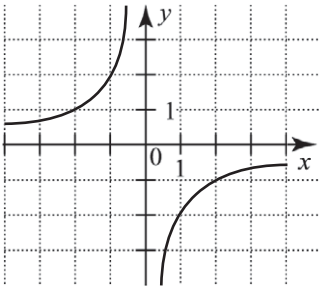
А.



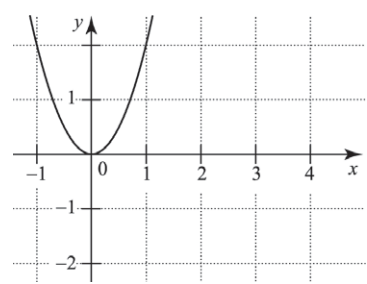
В.



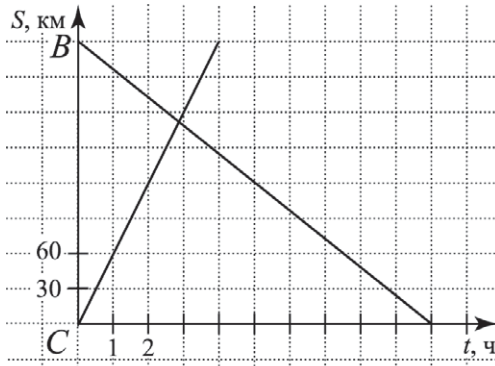
Б.



Г.



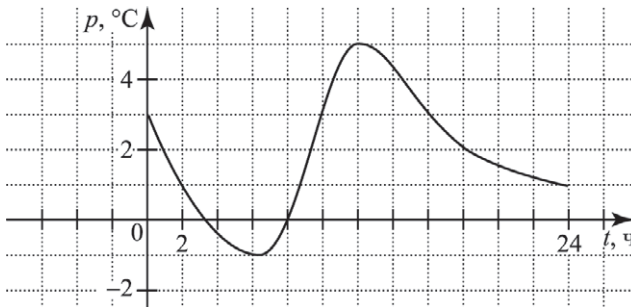
9. На рисунке изображен график движения автомобиля из города С в город В и мотоциклиста из города В в город С. На сколько километров в час скорость автомобиля больше скорости мотоциклиста?



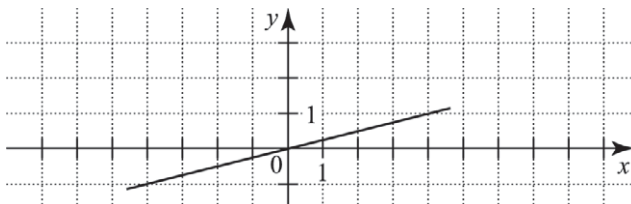
10. При каком значении k парабола $y=2x^2+3x+k$ касается оси абсцисс?
11. Используя графики функций $y=-\sqrt{4-x^2}$ и $y=x^3-2$, решите уравнение $-\sqrt{4-x^2}=x^3-2$.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. На рисунке изображен график зависимости температуры воздуха p (в $^{\circ}\text{C}$) от времени суток t (в часах). Определите максимальную температура воздуха в этот день.

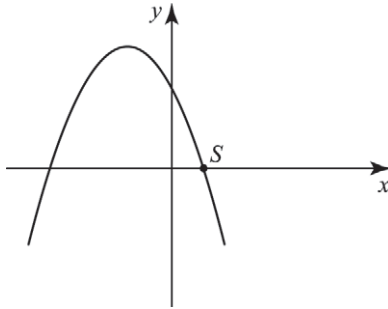


2. На рисунке построен график линейной функции. Задайте эту функцию формулой.



3. Постройте график функции $y=0,5x-1$. Принадлежат ли графику функции точки $A(18; 9)$, $C(-12; -7)$?
4. Функция задана формулой $y=2x-3$. Найдите координаты точек пересечения графика функции с осями координат.

5. Постройте график функции $y=4-x^2$. Укажите промежутки знакопостоянства функции.
6. Постройте график функции $y=x^2-4x$. Укажите промежутки убывания функции.
7. На рисунке изображен график функции $y=-x^2-2x+3$. Укажите координаты точки S .



8. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

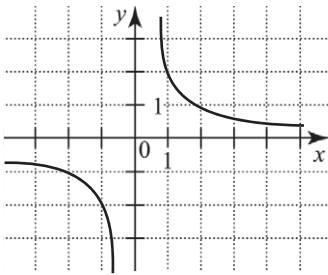
1) $y = \frac{2}{x}$

2) $y = 2x^2$

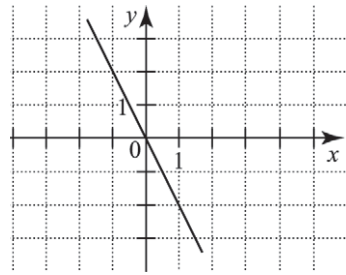
3) $y = -2x$

4) $y = -2$

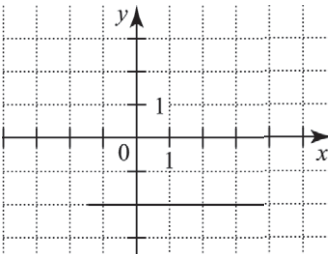
А.



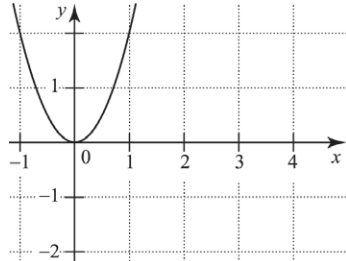
В.



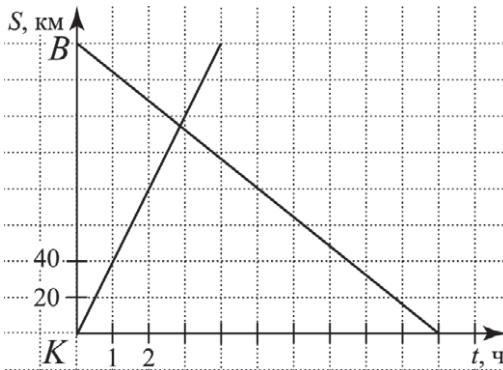
Б.



Г.



9. На рисунке изображен график движения автобуса из города K в город B и велосипедиста из города B в город K . На сколько километров в час скорость автомобиля больше скорости велосипедиста?



10. При каком значении m парабола $y=2x^2-5x+m$ касается оси абсцисс?

11. Используя графики функций $y = -\sqrt{4-x^2}$ и $y=(x-2)^3$, решите уравнение $-\sqrt{4-x^2} = (x-2)^3$.

Урок 10 Прогрессии

Арифметическая прогрессия	Геометрическая прогрессия
<i>Определение</i>	
<p>Арифметической прогрессией (a_n) называется последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же числом d (d – разность прогрессии).</p>	<p>Геометрической прогрессией (b_n) называется последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же число q (q – знаменатель прогрессии).</p>

Арифметическая прогрессия	Геометрическая прогрессия
<i>Рекуррентная формула</i>	
Для любого натурального n $a_{n+1} = a_n + d$	Для любого натурального n $b_{n+1} = b_n \cdot q, b_n \neq 0$
<i>Формула n-го члена</i>	
$a_n = a_1 + d(n-1)$	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}, b_n \neq 0$
<i>Характеристическое свойство</i>	
$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}, n > 1$	$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}, n > 1$
<i>Сумма n первых членов</i>	
$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$	$S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}, q \neq 1$ $S_n = b_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, q \neq 1$

1. Арифметические прогрессии (a_n) , (b_n) и (c_n) заданы формулами n -го члена:

$$1) a_n = 5n \quad 2) b_n = 5n - 3 \quad 3) c_n = n + 5$$

Укажите те из них, которые имеют разность, равную 5.

2. Геометрические прогрессии (a_n) , (b_n) и (c_n) заданы формулами n -го члена:

$$1) a_n = 4^n \quad 2) b_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n \quad 3) c_n = 4 \cdot 2^n$$

Укажите те из них, которые имеют знаменатель, равный 4.

3. Найдите девятый член арифметической прогрессии 3; 7; ...

4. Найдите шестой член геометрической прогрессии 3; 6; ...

5. Найдите шестой член геометрической прогрессии 3; -6; ...
6. В арифметической прогрессии (a_n) $a_1 = -1$, $a_2 = -3$. Найдите сумму первых семи ее членов.
7. В геометрической прогрессии (b_n) $b_1 = 2$, $b_2 = 4$. Найдите сумму первых семи ее членов.
8. Найдите сумму шестнадцати первых членов арифметической прогрессии (a_n) , если $a_n = 3n - 4$.
9. Найдите сумму пяти первых членов геометрической прогрессии (a_n) , если $b_n = 3^{n-1}$.
10. В геометрической прогрессии (a_n) известно, что $a_3 = 2$, $a_7 = 32$. Найдите четвертый член прогрессии.
11. В арифметической прогрессии (a_n) известно, что $a_3 = 2$, $a_7 = 32$. Найдите четвертый член прогрессии.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. Арифметические прогрессии (a_n) , (b_n) и (c_n) заданы формулами n -го члена
 - 1) $a_n = 4n + 2$
 - 2) $b_n = n + 4$
 - 3) $c_n = 4n$Укажите те из них, которые имеют разность, равную 4.
2. Геометрические прогрессии (a_n) , (b_n) и (c_n) заданы формулами n -го члена
 - 1) $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$
 - 2) $b_n = 3 \cdot 4^n$
 - 3) $c_n = 3^n$Укажите те из них, которые имеют знаменатель, равный 3.

3. Найдите десятый член арифметической прогрессии 2; 7; ...
4. Найдите пятый член геометрической прогрессии 2; 6; ...
5. Найдите восьмой член геометрической прогрессии 2; -4; ...
6. В арифметической прогрессии (a_n) $a_1 = -2$, $a_2 = -4$. Найдите сумму первых шести ее членов.
7. В геометрической прогрессии (b_n) $b_1 = 1$, $b_2 = 3$. Найдите сумму первых шести ее членов.
8. Найдите сумму четырнадцати первых членов арифметической прогрессии (a_n) , если $a_n = 4n - 1$.
9. Найдите сумму шести первых членов геометрической прогрессии (b_n) , если $b_n = 2^{n-1}$.
10. В геометрической прогрессии (a_n) известно, что $a_4 = 64$, $a_{10} = 1$. Найдите пятый член прогрессии.
11. В арифметической прогрессии (a_n) известно, что $a_4 = 64$, $a_{10} = 1$. Найдите пятый член прогрессии.

Урок 11

Статистика и теория вероятностей

1. Сведения о дневной выработке мастера представлены в таблице:

	Понедельник	Вторник	Среда	Четверг	Пятница
Дневная выработка	20	20	19	20	21

Сколько деталей в день в среднем изготавливал мастер?

2. На графике точками показаны цены одной акции автомобильного завода в период с 1 по 6 марта 2011 года (в рублях за акцию). Для наглядности жирные точки на графике соединены линией.



Брокер купил 1 марта 50 акций и продал их все 4 марта. Чему равна прибыль брокера? Ответ укажите в рублях.

3. На графике точками показаны цены одной акции автомобильного завода в период с 3 по 8 апреля 2011 года (в рублях за акцию). Для наглядности жирные точки на графике соединены линией.



Брокер на приобретение акций автомобильного завода выделил 55 000 рублей. Сколько акций он может купить 4 апреля?

Размахом набора чисел называется разность между наибольшим и наименьшим числом.

Средним арифметическим (средним значением) нескольких чисел называется число, равное отношению суммы этих чисел к их количеству.

Мода — это число, которое встречается в числовом ряду чаще всего.

Числовой ряд может иметь одну моду или несколько, но может и не иметь моды.

Медиана — это число, которое делит **упорядоченный** ряд чисел на две равные по количеству элементов части. Если число чисел ряда нечетно, то медиана — это число, находящееся в середине упорядоченного ряда чисел.

Если количество чисел в ряде четно, то медиана равна полусумме чисел, стоящих на средних местах.

Долю успеха того или иного события A математики выражают числом и называют вероятностью этого события $P(A)$. Для вычисления вероятности события, которое может закончиться конечным числом равно возможных элементарных исходов, можно воспользоваться классическим определением **вероятности**:

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

где m — число элементарных исходов, при которых событие A происходит, n — число всех равно возможных элементарных исходов.

4. В таблице представлены расходы ученика на питание в течение недели.

День	Понедельник	Вторник	Среда	Четверг	Пятница
Расходы, руб.	70	90	95	60	90

Какой размах данного числового ряда?

5. Записан рост 5 учащихся: 156, 152, 148, 148, 154. На сколько отличается медиана этого набора чисел от его среднего арифметического?
6. Записан рост 5 учащихся: 156, 152, 148, 148, 154. На сколько отличается мода этого набора чисел от его среднего арифметического?
7. Малыш, не умеющий читать, играет с тремя карточками разрезной азбуки «с», «о», «к». Найдите вероятность того, что, используя все карточки, он выложит слово «сок»?
8. В ящике лежат 20 одинаковых на ощупь шаров: 4 — зеленых, 9 — красных, 7 — синих. Из ящика вынули наудачу один шар. Найдите вероятность того, что вынутый шар не зеленый.
9. В барабане лежат одинаковые на ощупь шары лотереи с номерами от 1 до 36. Какова вероятность того, что номер вынутого наудачу шара делится на 5?
10. Из полного набора 28 штук костей домино наугад выбирается одна кость. Найдите вероятность того, что сумма очков на кости равна 6.

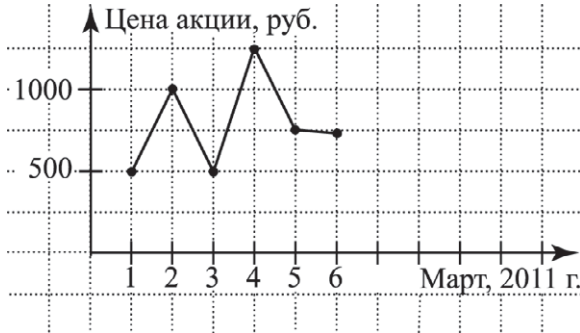
ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. Сведения о дневной выработке токаря представлены в таблице.

	Понедельник	Вторник	Среда	Четверг	Пятница
Дневная выработка токаря	19	23	20	22	Не работал

Сколько деталей в день в среднем изготавливал токарь?

2. На графике точками показаны цены одной акции автомобильного завода в период с 1 по 6 марта 2011 года (в рублях за акцию). Для наглядности жирные точки на графике соединены линией.



Брокер купил 2 марта 50 акций и продал их все 3 марта. Сколько потерял брокер на этой операции? Ответ укажите в рублях.

3. На графике точками показаны цены одной акции автомобильного завода в период с 3 по 8 апреля 2011 года (в рублях за акцию). Для наглядности жирные точки на графике соединены линией.



Брокер на приобретение акций автомобильного завода выделил 56 000 рублей. Сколько акций он может купить 6 апреля?

4. В таблице записаны результаты ежедневного измерения температуры воздуха (в градусах Цельсия) на метеостанции в полдень с 1 по 5 февраля.

Число месяца	1	2	3	4	5
Температура, °С	-6	-7	-2	0	3

Какой размах данного числового ряда?

5. Записан рост 5 учащихся: 134, 132, 126, 128, 134. На сколько отличается медиана этого набора чисел от его среднего арифметического?
6. Записан рост 5 учащихся: 134, 132, 126, 128, 134. На сколько отличается мода этого набора чисел от его среднего арифметического?
7. Малыш, не умеющий читать, играет с тремя карточками разрезной азбуки «к», «о», «к». Найдите вероятность того, что, используя все карточки, он выложит слово «кок»?
8. В ящике лежат 10 одинаковых на ощупь шаров: 2 — зеленых, 3 — красных, 5 — синих. Из ящика вынули наудачу один шар. Найдите вероятность того, что вынутый шар не красный.
9. В барабане лежат одинаковые на ощупь шары лотереи с номерами от 1 до 36. Какова вероятность того, что номер вынутого наудачу шара делится на 7?
10. Из полного набора 28 штук костей домино наугад выбирается одна кость. Найдите вероятность того, что сумма очков на кости равна 5.

Урок 12

Сложение и умножение вероятностей

- Суммой двух событий A и B называется событие C , состоящее в появлении хотя бы одного из событий A или B .
- Суммой нескольких событий называется событие, состоящее в появлении хотя бы одного из этих событий.
- Произведением двух событий A и B называется событие C , состоящее в совместном появлении события A и события B .
- Произведением нескольких событий называется событие, состоящее в совместном появлении всех этих событий.

Теоремы сложения вероятностей

Несовместные события

Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A+B) = P(A) + P(B).$$

Совместные события

Вероятность суммы двух совместных событий выражается следующей формулой:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

Теоремы умножения вероятностей

Рассмотрим формулу для суммы двух совместных событий:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

Обычно вероятности каждого из событий A или B известны, поэтому эта формула сводит вычисление вероятности суммы событий к нахождению вероятности их произведения. Последняя задача не имеет определенного решения.

I. Если событие A включает в себя событие B , то $P(AB)=P(B)$.

Например, вероятность нахождения произведения событий «выпадение хотя бы одной цифры и выпадение цифры на первой монете» равна вероятности события «выпадение хотя бы одной цифры».

II. Если события A и B не пересекаются, то $P(AB)=0$.

Например, вероятность нахождения произведения событий «выпадение двух гербов и выпадение двух цифр» равна 0.

Возможны и различные промежуточные случаи. Однако есть случай, когда по известным вероятностям событий A и B можно определить вероятность их произведения. Этот случай, когда события независимы.

События A и B называются независимыми, если появление одного из них не меняет вероятности появления другого. И для независимых событий имеет место следующая формула: $P(AB)=P(A)P(B)$.

1. Опыт состоит в бросании двух монет. Рассматриваются следующие события: Γ_1 — появление герба на первой монете, Γ_2 — появление герба на второй монете, Π_1 — появление цифры на первой монете, Π_2 — появление цифры на второй монете, A — появление хотя бы одного герба, B — появление хотя бы одной цифры, C — появление одного герба и одной цифры, D — непоявление ни одного герба, E — непоявление ни одной цифры, F — появление двух гербов, G — появление двух цифр. Определить, каким событиям этого списка равносильны следующие события:

- | | |
|----------------------------|----------------------|
| 1) $\Gamma_1 + \Gamma_2$; | 3) $\Pi_1 + \Pi_2$; |
| 2) $\Gamma_1\Gamma_2$; | 4) $\Pi_1\Pi_2$. |

2. Опыт состоит в бросании двух монет. Найдите вероятность появления: 1) двух гербов; 2) хотя бы одного герба; 3) герба на первой монете.

3. Опыт состоит в бросании двух монет. Рассматриваются следующие события: Γ_1 — выпадение герба на первой монете, Π_1 — выпадение цифры на первой монете, Γ_2 — выпадение герба на второй монете, Π_2 — выпадение цифры на второй монете, A — выпадение хотя бы одного герба, B — выпадение хотя бы одной цифры, C — выпадение одного герба и одной цифры, D — невыпадение ни одного герба, E — выпадение двух гербов. Определите вероятности следующих событий: 1) $\Gamma_1 + \Gamma_2$; 2) $\Gamma_1 \Gamma_2$; 3) $\Pi_1 \Pi_2$; 4) $\Pi_1 + \Pi_2$; 5) AB ; 6) $A+B$; 7) $C+A$; 8) CA ; 9) AE ; 10) $A+E$.
4. В ящике лежат 10 одинаковых на ощупь шаров: 3 зеленых, 5 красных, 2 синих. Из ящика вынули наудачу один шар. Найдите вероятность того, что вынутый шар: 1) не синий; 2) не зеленый; 3) не красный; 4) красный или зеленый; 5) зеленый или синий; 6) красный или синий.
5. В корзине 3 белых и 7 черных одинаковых на ощупь шаров. Из корзины вынимают сразу 2 шара. Найти вероятность того, что: 1) оба шара будут белыми; 2) оба шара будут черными; 3) вынуты разноцветные шары.
6. В корзине 3 белых и 7 черных одинаковых на ощупь шаров. Из корзины вынимают последовательно 2 шара, после вынимания первого он возвращается в корзину. Найти вероятность того, что: 1) оба шара будут белыми; 2) оба шара будут черными; 3) вынуты разноцветные шары.
7. Два стрелка независимо друг от друга стреляют по мишени. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,7; второго — 0,6. Какова вероятность двух попаданий, если каждый сделал по одному выстрелу?
8. Два стрелка независимо друг от друга стреляют по мишени. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,7; второго — 0,6. Какова вероятность ровно одного попадания, если каждый сделал по одному выстрелу?

9. Два стрелка независимо друг от друга стреляют по мишени. Вероятность попадания первого стрелка равна $0,8$; второго — $0,7$. Найдите вероятности: 1) хотя бы одного попадания; 2) ровно одного попадания; 3) ровно двух попаданий; 4) не больше одного попадания; 5) попадания в мишень не раньше чем при втором выстреле, если каждый сделал по одному выстрелу.
10. Три стрелка независимо друг от друга стреляют по одной и той же мишени, вероятность попадания для первого — $0,9$; второго — $0,7$; для третьего — $0,6$. Найдите вероятность того, что: 1) все три попали в цель; 2) все три промахнулись; 3) хотя бы один попал в цель, если каждый сделал по одному выстрелу.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. В ящике лежат 10 одинаковых на ощупь шаров: 4 красных, 3 зеленых, 2 желтых. Из ящика вынули наудачу один шар. Найдите вероятность того, что вынутый шар: 1) не желтый; 2) не зеленый; 3) не красный; 4) красный или зеленый; 5) зеленый или желтый; 6) красный или желтый.
2. В корзине лежат 4 белых и 6 черных одинаковых на ощупь шаров. Из корзины вынимают сразу два шара. Найти вероятность того, что: 1) оба шара будут белыми; 2) оба шара будут черными; 3) вынуты разноцветные шары.
3. В корзине лежат 4 белых и 6 черных одинаковых на ощупь шаров. Из урны вынимают последовательно два шара, после вынимания первого он возвращается в корзину. Найти вероятность того, что: 1) оба шара будут белыми; 2) оба шара будут черными; 3) вынуты разноцветные шары.

4. Два стрелка независимо друг от друга стреляют по мишени. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,8; второго — 0,9. Какова вероятность двух попаданий, если каждый сделал по одному выстрелу?
5. Два стрелка независимо друг от друга стреляют по мишени. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,8; второго — 0,9. Какова вероятность ровно одного попадания, если каждый сделал по одному выстрелу.
6. Три стрелка независимо друг от друга стреляют по мишени. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,8; второго — 0,7; третьего — 0,9. Найдите вероятности: 1) ни одного попадания; 2) хотя бы одного попадания; 3) ровно одного попадания; 4) хотя бы двух попаданий; 5) ровно двух попаданий; 6) трех попаданий; 7) не больше одного попадания; 8) не больше двух попаданий.
7. Фирма среди своих сотрудников разыгрывает новогоднюю лотерею. В лотерее 10 билетов, из которых 6 выигрышных. Сотрудник фирмы покупает 2 билета. Какова вероятность того, что у этого сотрудника хотя бы один билет будет выигрышным? Результат округлите до сотых.

Урок 13

Задания с практическим содержанием

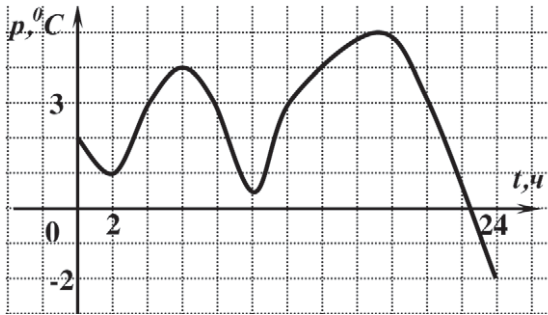
1. В таблице приведены нормативы по бегу для мужчин на дистанции 200 м.

	1-й разряд	2-й разряд	3-й разряд
Бег 200 м	23,24	24,44	25,84

На соревнованиях спортсмен пробежал 200 метров за 23 с. Какому разряду соответствует его результат?

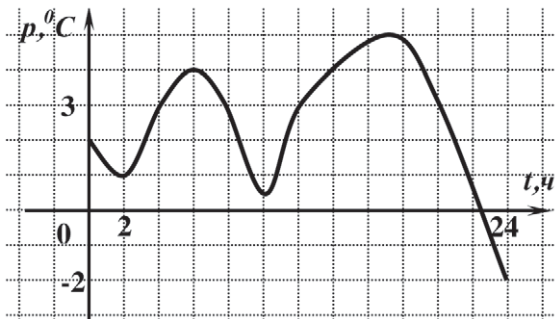
Ответ: _____.

2. На рисунке изображен график зависимости температуры воздуха p ($^{\circ}\text{C}$) от времени суток t (в часах). Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями температуры.



Ответ: _____.

3. На рисунке изображен график зависимости температуры воздуха p (в $^{\circ}\text{C}$) от времени суток t (в часах). Сколько времени температура воздуха была больше 3°C ? Ответ дайте в часах.



Ответ: _____.

4. Одна поездка в маршрутном такси стоит 40 рублей. Какое наибольшее число поездок можно совершить на 800 рублей после повышения цены проезда на 10%?

Ответ: _____.

5. Школьник решил сэкономить деньги на билеты в театр и купил абонемент на четыре спектакля стоимостью 1500 рублей. Сколько сэкономил школьник, если каждый отдельный билет на соответствующие места стоил 450 рублей?

Ответ: _____.

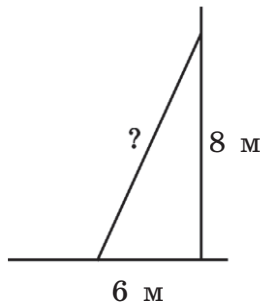
6. Пациенту прописано лекарство, которое нужно принимать по 0,8 грамма в сутки в течение 21 дня. Лекарство продается упаковками по 8 таблеток, по 0,4 грамм. Какое наименьшее количество упаковок должен купить пациент?

Ответ: _____.

7. Пациенту прописано лекарство, которое нужно принимать по 0,8 грамма в сутки в течение 21 дня. Лекарство продается упаковками по 8 таблеток, по 0,2 грамм. Какое наименьшее количество упаковок должен купить пациент?

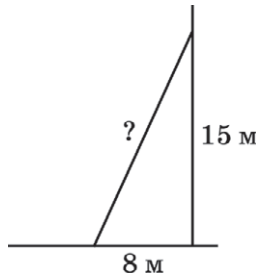
Ответ: _____.

8. Какой длины должна быть раздвижная лестница у электрика, чтобы она достала до уличного фонаря, расположенного на высоте 8 м, если ее основание расположено на расстоянии 6 м от фонарного столба?



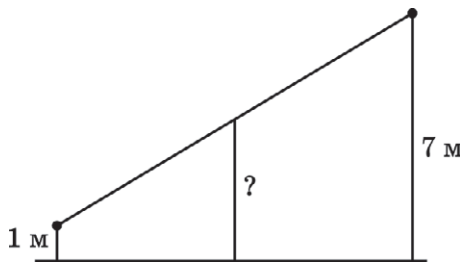
Ответ: _____.

9. Чтобы украсить новогоднюю елку пятиконечной звездой, рабочим потребуется лестница. Какой минимальной длины должна быть лестница, чтобы она достала до верхушки елки на высоте 15 метров, если ее основание расположено на расстоянии 8 метров от елки?



Ответ: _____.

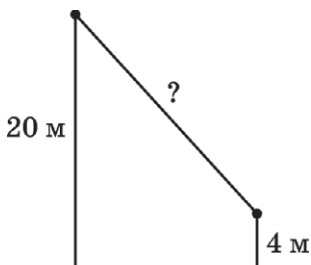
10. Для установки туристического оборудования на равном расстоянии друг от друга вбиты три колышка. Крайние находятся от прямой тропинки на расстоянии 1 м и 7 м. Найдите расстояние, на котором находится от тропинки средний колышек?



Ответ: _____.

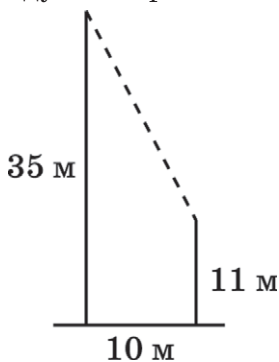
11. В 12 м друг от друга растут две сосны высотой 20 м и 4 м. Для проведения соревнований требу-

ется протянуть веревку от верхушки одной сосны до верхушки другой. Какой длины должна быть эта веревка?



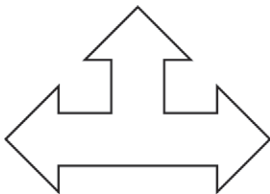
Ответ: _____.

12. В 10 м друг от друга растут две березы. Высота одной березы — 35 м, второй — 11 метров. Найдите расстояние между их вершинами.



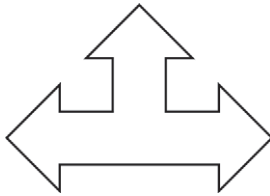
Ответ: _____.

13. Сколько осей симметрии имеет фигура?



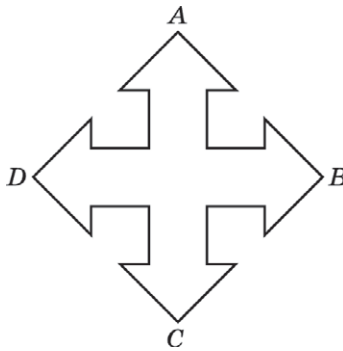
Ответ: _____.

14. Сколько центров симметрии имеет фигура?



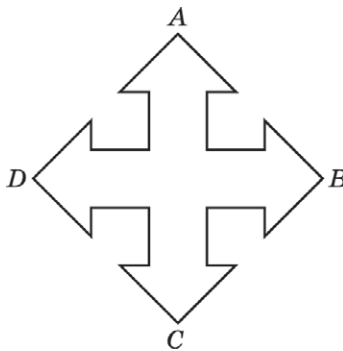
Ответ: _____.

15. Сколько осей симметрии имеет фигура, если $ABCD$ — квадрат?



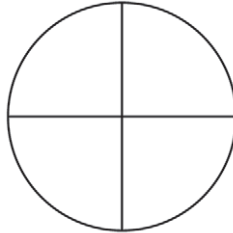
Ответ: _____.

16. Сколько центров симметрии имеет фигура, если $ABCD$ — прямоугольник?



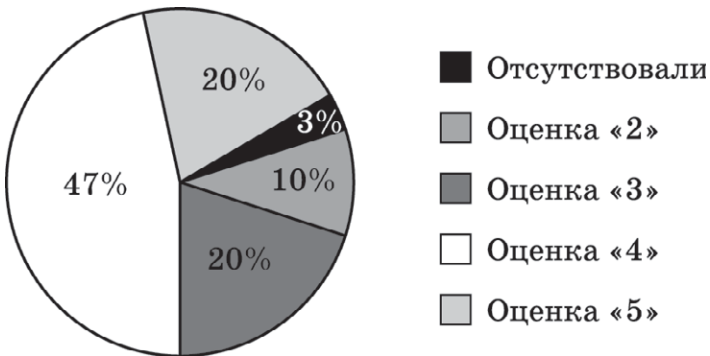
Ответ: _____.

17. На рисунке изображена окружность с горизонтальным и вертикальным диаметрами. Сколько осей симметрии имеет эта фигура?



Ответ: _____.

18. По результатам диагностической работы по геометрии была составлена круговая диаграмма.



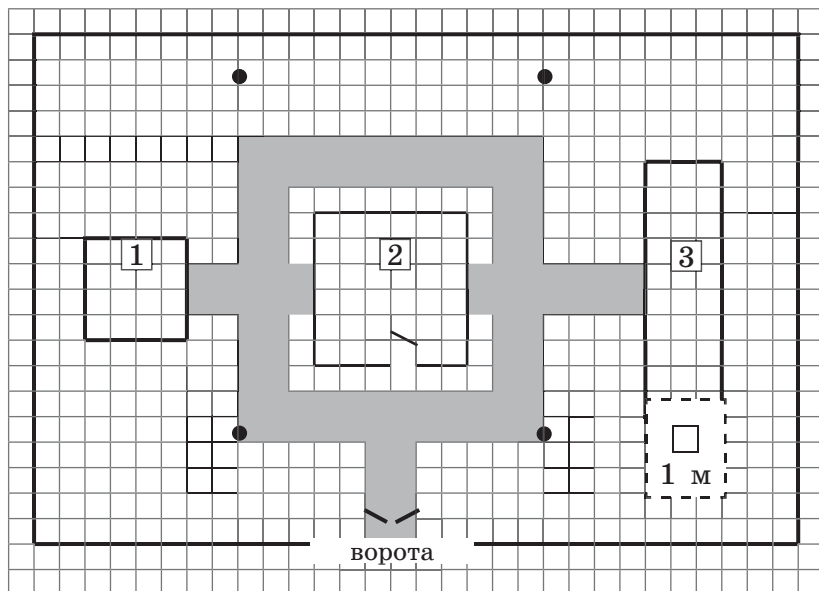
Какие из утверждений относительно результатов диагностической работы являются **неверными**, если работу выполняли 100 учащихся?

- 1) Более половины учеников получили оценку «4» или «5».
- 2) Менее трети учеников получили оценку «4».
- 3) Оценка «2» или «3» получили около 5 учащихся.
- 4) Оценка «3», «4» или «5» получили более 60 учащихся.

Ответ: _____.

19.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 19.1–19.11.



На рисунке изображен дом с участком. Участок имеет прямоугольную форму 30 м длиной и 20 м шириной. В центре участка расположен дом, рядом с ним клумба, теплица с квадратным основанием и четыре фонаря. Все дорожки внутри участка имеют ширину 2 м и вымощены тротуарной плиткой размером 50 см на 50 см.

19.1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность трех цифр.

Объекты	Жилой дом	Клумба	Теплица
Цифры			

Ответ: _____.

19.2. Тротуарная плитка продается в упаковках по 10 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить все дорожки?

Ответ: _____.

19.3. Найдите площадь всего участка. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

19.4. Найдите площадь, которую занимает дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

19.5. Вдоль периметра участка решили поставить забор с воротами. Найдите длину забора (без ворот). Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

19.6. Вдоль периметра дома проложен светодиодный кабель для освещения. Найдите его длину. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

19.7. Найдите площадь, которую занимает клумба. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

19.8. К клумбе проложена дорожка, которая примыкает к ее большей стороне, вдоль этой стороны расположена труба для полива. Найдите ее длину. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

19.9. Найдите расстояние от жилого дома до клумбы (расстояние между двумя ближайшими точками на прямой).

Ответ: _____.

19.10. Найдите расстояние от жилого дома до теплицы (расстояние между двумя ближайшими точками на прямой).

Ответ: _____.

19.11. Найдите расстояние от жилого дома до ближайшего фонаря (расстояние между двумя ближайшими точками на прямой).

Ответ: _____.

19.12. Бригаде строителей потребовался резервуар для технической воды (без крышки), имеющий форму прямоугольного параллелепипеда шириной 140 см, длиной 240 см, высотой 30 см. Сколько листов оцинкованной стали прямоугольной формы размером 600×1000 мм нужно купить, если расход на швы составляет 0,5% всей площади листа?

Ответ: _____.

19.13. В доме надо провести интернет. Интернет-провайдер предлагает три тарифных плана.

Абонентская плата	Плата за трафик
1. План «Обычный»	
Нет	6 руб. за 1 Мбит
2. План «Легкий»	
400 руб./мес за 75 Мбит/с трафика в месяц	20 руб. за 1 Мбит сверх 75 Мбит
3. План «Продвинутый»	
470 руб. за 80 Мбит/с трафика в месяц	5 руб. за 1 Мбит сверх 80 Мбит

Семья, живущая в доме, планирует, что трафик интернета составит 80 Мбит и, исходя из этого, выбирает наиболее дешевый тарифный план. Сколько рублей семья заплатит за месяц, если его трафик действительно будет равен 80 Мбит?

Ответ: _____.

19.14. Хозяин дома для строительства гаража взял в банке кредит 210 000 руб. на год под 12% годовых. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, с тем чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько рублей он должен вносить в банк ежемесячно?

Ответ: _____.

19.15. Хозяин дома после выплаты кредита решил открыть вклад, чтобы оплатить обучение сына в вузе через 3 года. Он положил в банк 1 млн руб. под 5% годовых. Какую сумму сможет забрать хозяин дома через 3 года?

Ответ: _____.

19.16. Семья, живущая в доме (в семье 4 человека: мама, папа, сын и дочь) возвращается из отпуска. Им надо проехать 1200 км. Можно ехать поездом, а можно — на машине. Аренда машины стоит 3000 руб. Билет на поезд стоит 2000 руб. на одного человека. Автомобиль расходует 9 л бензина на 100 км пути, расстояние по шоссе равно 1200 км, а цена бензина равна 44 руб. за 1 л. Какая поездка будет самой дешевой? В ответе укажите стоимость этой поездки.

Ответ: _____.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

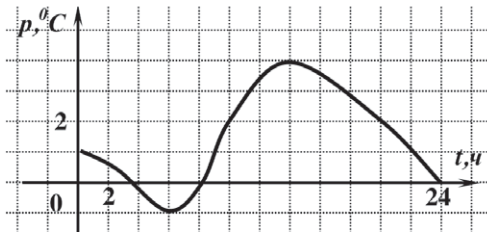
1. В таблице приведены нормативы по бегу для мужчин на дистанции 100 м.

	1-й разряд	2-й разряд	3-й разряд
Бег 100 м	11,44	12,04	12,94

Спортсмен на турнире пробежал 100 метров за 12,84 с. Какому разряду соответствует его результат?

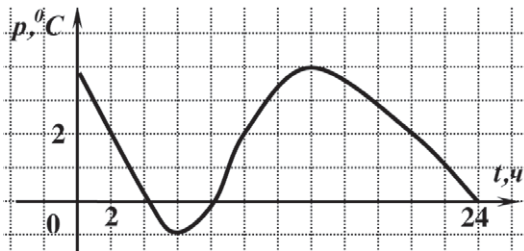
Ответ: _____.

2. На рисунке изображен график зависимости температуры воздуха p (в $^{\circ}\text{C}$) от времени суток t (в часах). Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями температуры.



Ответ: _____.

3. На рисунке изображен график зависимости температуры воздуха p (в $^{\circ}\text{C}$) от времени суток t (в часах). Сколько времени температура воздуха была больше 20°C ? Ответ дайте в часах.



Ответ: _____.

4. Пациенту прописано лекарство, которое нужно принимать по $0,6$ грамма в сутки в течение 10 дней. Лекарство продается упаковками по 8 таблеток, по $0,3$ грамм. Какое наименьшее количество упаковок должен купить пациент?

Ответ: _____.

5. Пациенту прописано лекарство, которое нужно принимать по $0,6$ грамма в сутки в течение 7 дней. Лекарство продается упаковками по 10 таблеток, по

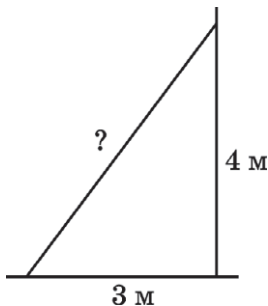
0,2 грамм. Какое наименьшее количество упаковок должен купить пациент?

Ответ: _____.

6. Одна поездка в пригородном электропоезде стоит 50 рублей. Какое наибольшее число поездок можно совершить на 1000 рублей после повышения цены проезда на 5%?

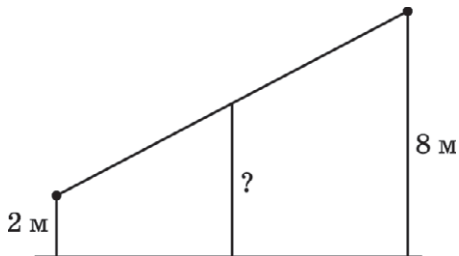
Ответ: _____.

7. Какой длины должна быть раздвижная лестница, чтобы она достала до окна дачного домика на высоте 4 метров, если ее основание расположено на расстоянии 3 метров от дома?



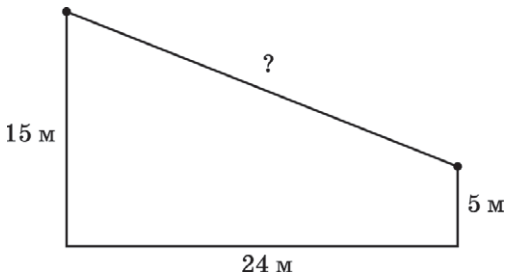
Ответ: _____.

8. Для установки туристического оборудования на равном расстоянии друг от друга вбиты три колышка. Крайние находятся от прямой тропинки на расстоянии 2 м и 8 м. Найдите расстояние, на котором находится от тропинки средний колышек?



Ответ: _____.

9. В 24 м друг от друга растут две березы: высотой 15 м и высотой 5 м. Какой длины должна быть веревка, чтобы ее можно было протянуть от вершины одной березы до вершины другой?



Ответ: _____.

10. Сколько осей симметрии имеет фигура?



Ответ: _____.

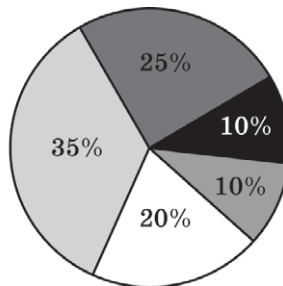
11. Сколько центров симметрии имеет фигура?



Ответ: _____.

12. По результатам диагностической работы по алгебре была составлена круговая диаграмма.

- Отсутствовали
- Оценка «2»
- Оценка «3»
- Оценка «4»
- Оценка «5»



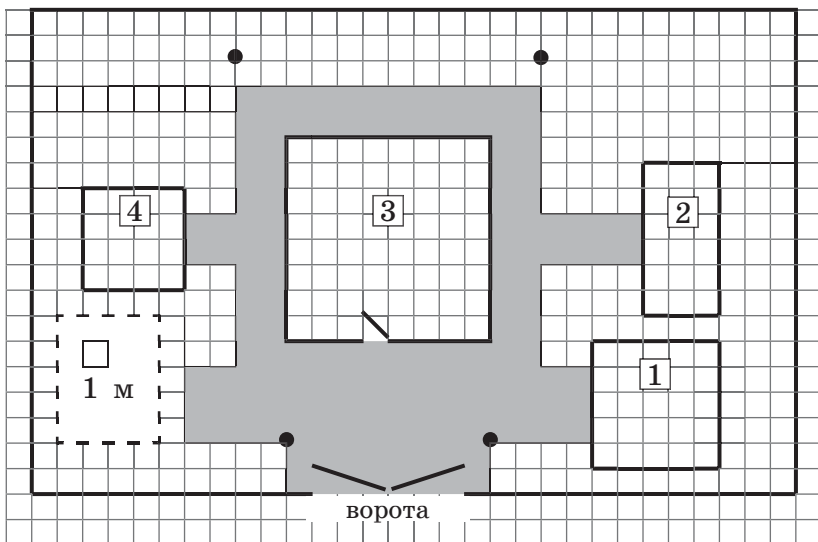
Какие из утверждений относительно результатов диагностической работы являются **неверными**, если работу выполняли 200 учащихся?

- 1) Менее половины учеников получили оценку «3».
- 2) Около четверти учеников получили оценку «5».
- 3) Оценку «2» или «3» получили около 100 учащихся.
- 4) Оценку «3», «4» или «5» получили более 120 учащихся.

Ответ: _____.

13.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 13.1–13.10.



На рисунке изображен дом с участком. Участок имеет прямоугольную форму 30 м длиной и 19 м шириной. В центре участка расположен дом, рядом с ним клумба, налево от дома — теплица с квадратным основанием, справа от въезда на участок расположен гараж с квадратным основанием. Для освещения на участке расположены четыре фонаря. Дорожки и площадка перед домом внутри участка вымощены тротуарной плиткой размером 1 м на 1 м и отмечены темным цветом.

13.1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность трех цифр.

Объекты	Жилой дом	Клумба	Теплица
Цифры			

Ответ: _____.

13.2. Тротуарная плитка продается в упаковках по 6 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку перед домом?

Ответ: _____.

13.3. Найдите площадь всего участка. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

13.4. Найдите площадь, которую занимает дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

13.5. Вдоль периметра дома решили поставить забор с воротами. Найдите его длину (без ворот). Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

13.6. Вдоль периметра дома проложен светодиодный кабель для освещения. Найдите его длину. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

13.7. Найдите площадь, которую занимает клумба. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

13.8. Найдите расстояние от жилого дома до клумбы (расстояние между двумя ближайшими точками на прямой).

Ответ: _____.

13.9. Найдите расстояние от жилого дома до теплицы (расстояние между двумя ближайшими точками на прямой).

Ответ: _____.

13.10. Найдите расстояние от клумбы до ближайшего фонаря (расстояние между двумя ближайшими точками на прямой).

Ответ: _____.

13.11. Мастеру потребовался закрытый ящик для инвентаря из фанеры толщиной 8 мм, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда длиной 150 см, шириной 75 см и высотой 75 см. Сколько листов фанеры прямоугольной формы размером 150×150 см нужно купить?

Ответ: _____.

13.12. Семья, живущая в доме, хочет провести интернет. Интернет-провайдер предлагает три тарифных плана.

Абонентская плата	Плата за трафик
1. План «Легкий»	
Нет	5 руб. за 1 Мбит
2. План «80»	
400 руб/мес за 80 Мбит/с трафика в месяц	4 руб. за 1 Мбит сверх 80 Мбит
3. План «100»	
500 руб. за 100 Мбит/с трафика в месяц	1,5 руб. за 1 Мбит сверх 100 Мбит

Семья планирует, что трафик интернета составит 90 Мбит и, исходя из этого, выбирает наиболее дешевый тарифный план. Сколько рублей заплатит пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 90 Мбит?

Ответ: _____.

13.13. Бригаде строителей необходимо построить на территории участка вторую теплицу. Для сооружения теплицы можно использовать один из двух типов покрытий: стекло толщиной 6 мм или сотовый поликарбонат толщиной 10 мм. Один лист стекла имеет размеры 1600×2000 мм, его цена 500 руб. за 1 м^2 , сотовый поликарбонат — 2000×3000 мм, 200 руб. за 1 м^2 . Полная площадь остекления — 32 м^2 . Сколько будет стоить материал, если выбрать более дешевый вариант?
Ответ: _____.

13.14. Автослесарь приходит в гараж для работы в среднем на 2 часа в день, при этом он пользуется электроэнергией: включает освещение (лампа 100 Вт) на все время работы и шлифмашинку (мощностью 200 Вт) в среднем на 15 минут. Стоимость 1 кВтч электроэнергии — 8 руб. Сколько в среднем он заплатит за электроэнергию за 28 дней?
Ответ: _____.

13.15. Хозяин дома для строительства теплицы взял в банке кредит 300 000 руб. на год под 10% годовых. Он должен погашать кредит, внося в банк ежеквартально одинаковую сумму денег, с тем чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько рублей он должен вносить в банк ежеквартально?
Ответ: _____.

13.16. Хозяин дома после выплаты кредита решил открыть вклад, чтобы оплатить обучение сына в вузе через 2 года. Он положил в банк 500 000 руб. под 5% годовых? Какую сумму сможет забрать хозяин дома через 2 года?
Ответ: _____.

- 13.17.** Семья, живущая в доме (в семье 4 человека: мама, папа, сын и дочь), возвращается из отпуска. Им надо проехать 1300 км. Можно ехать поездом, а можно — на машине. Аренда машины стоит 4000 руб. Билет на поезд стоит 2400 руб. на одного человека. Автомобиль расходует 10 л бензина на 100 км пути, расстояние по шоссе равно 1300 км, а цена бензина равна 45 руб. за 1 л. Какая поездка будет самой дешевой? В ответе укажите стоимость этой поездки.

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

Урок 14

Начальные понятия геометрии. Треугольник

1. Укажите номера неверных утверждений.
 - 1) Если две прямые перпендикулярны третьей прямой, то они перпендикулярны.
 - 2) Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.
 - 3) Если сумма двух углов равна 180° , то они являются смежными.
 - 4) Если углы смежные, то их сумма равна 180° .
2. Луч BK делит развернутый угол ABC на два угла, один из которых на 38° меньше другого. Найдите образовавшиеся углы.
3. Отрезки MN и CD пересекаются и точкой пересечения (точкой F) делятся пополам. Докажите: 1) равенство треугольников: MFC и DFN , MDC и DCN ; 2) параллельность прямых MC и DN ; 3) четырехугольник $MCND$ — параллелограмм.
4. В треугольнике ABC на биссектрисе BE отмечена точка M , а на сторонах AB и BC — точки P и K соответственно (точки P , M , K не лежат на одной прямой).

Известно, что $\angle BMP = \angle BМК$. Докажите равенство треугольников BMP и $BМК$.

5. В треугольнике ABC на медиане BT отмечена точка E , а на сторонах AB и BC — точки P и K соответственно (точки P, E, K не лежат на одной прямой). Известно, что $PB = BK$ и $PE = EK$. Докажите, что треугольники BPE и BKE равны.
6. В треугольнике CDA проведены биссектрисы CK и DP , пересекающиеся в точке F , причем $\angle DFC = 110^\circ$. Найдите угол CAD .
7. Отрезок AK — биссектриса треугольника ABC . Через точку K проведена прямая, пересекающая AB в точке O так, что $AO = OK$. 1) Докажите, что прямые OK и AC параллельны; 2) найдите углы треугольника AOK , если $\angle BAC = 52^\circ$.
8. В треугольнике CDE $\angle E = 20^\circ$. CF — биссектриса, $\angle CFD = 60^\circ$. Найдите $\angle E$.
9. Один из углов прямоугольного треугольника на 16° больше другого. Найдите углы прямоугольного треугольника.
10. Две стороны прямоугольного треугольника равны 3 и 5. Чему может быть равна третья сторона треугольника?

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. Укажите номера неверных утверждений:
 - 1) Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон.
 - 2) В равнобедренном треугольнике отрезок, соединяющий любую точку основания, отличную от

- вершины, с противоположной вершиной, меньше боковой стороны.
- 3) Если два угла равны, то они являются вертикальными.
 - 4) Если углы вертикальные, то они равны.
2. Луч AC делит развернутый угол DAF на два угла, один из которых в 4 раза больше другого. Найдите образовавшиеся углы.
 3. Отрезки OS и BN пересекаются и точкой пересечения (точкой A) делятся пополам. Докажите: 1) равенство треугольников: BSA и NOA , OSN и BOS ; 2) параллельность прямых OB и SN ; 3) четырехугольник $OBSN$ — параллелограмм.
 4. В треугольнике ABL на биссектрисе BE отмечена точка O , а на сторонах AB и BL — точки P и K соответственно (точки P , O , K не лежат на одной прямой). Известно, что $\angle POB = \angle BOK$. Докажите равенство треугольников OPB и BOK .
 5. В треугольнике KBD на медиане BA отмечена точка O , а на сторонах KB и BD — точки P и C соответственно (точки P , O , C не лежат на одной прямой). Известно, что $PB = BC$ и $PO = OC$. Докажите, что равны углы PBO и CBO .
 6. В треугольнике ODB проведены биссектрисы OK и DT , пересекающиеся в точке A , причем $\angle DAO = 130^\circ$. Найдите угол OBD .
 7. Отрезок ME — биссектриса треугольника MBC . Через точку E проведена прямая, пересекающая MB в точке O так, что $MO = OE$. а) Докажите, что прямые OE и MC параллельны; б) найдите углы треугольника MOE , если $\angle BMC = 64^\circ$.

8. В треугольнике ADO $\angle O = 10^\circ$, $\angle D = 60^\circ$. AF — биссектриса. Найдите $\angle AFD$.
9. Один из углов прямоугольного треугольника на 8° меньше другого. Найдите углы прямоугольного треугольника.
10. Две стороны прямоугольного треугольника равны 3 и 4. Чему может быть равна третья сторона треугольника?

Урок 15 Треугольник

Равнобедренный треугольник

Углы при основании равнобедренного треугольника равны.

В равнобедренном треугольнике три отрезка — высота, медиана и биссектриса, проведенные к основанию, — равны.

1. Укажите номера **неверных** утверждений.
 - 1) Котангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к прилежащему.
 - 2) Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.
 - 3) В любой треугольник можно вписать окружность.
 - 4) В любой четырехугольник можно вписать окружность.
2. Дан правильный треугольник ABC со стороной 6. Найдите: 1) периметр треугольника; 2) площадь треугольника; 3) площадь круга, описанного около треугольника; 4) длину окружности, вписанной в тре-

- угольник; 5) площадь четырехугольника $ABCO$, где точка O — центр треугольника.
3. В прямоугольном треугольнике MNP с прямым углом N $MN=6$, $NP=8$. Найдите: 1) периметр; 2) площадь; 3) радиус вписанной окружности; 4) радиус описанной окружности; 5) медиану, проведенную к гипотенузе; 6) проведите высоту NE и найдите пары подобных треугольников.
 4. В треугольнике MNP $MN=7$, $NP=15$, $MP=20$. Найдите: 1) периметр; 2) площадь; 3) определите вид треугольника; 4) радиус вписанной окружности; 5) радиус описанной окружности; 6) меньшую высоту.
 5. Две стороны прямоугольного треугольника равны 3 и 5. Чему может быть равна третья сторона треугольника?

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. Дан правильный треугольник MNP со стороной 12. Найдите: 1) периметр треугольника; 2) площадь треугольника; 3) площадь круга, описанного около треугольника; 4) длину окружности, вписанной в треугольник; 5) площадь четырехугольника $MNPA$, где точка A — центр треугольника.
2. В прямоугольном треугольнике ACD $\angle C=90^\circ$, $AC=5$, $AD=12$. Найдите: 1) периметр; 2) площадь; 3) радиус вписанной окружности; 4) радиус описанной окружности; 5) медиану, проведенную к гипотенузе; 6) проведите высоту CO и найдите пары подобных треугольников.
3. В треугольнике MAC $MA=4$, $AC=13$, $MC=15$. Найдите: 1) периметр; 2) площадь; 3) определите вид треугольника; 4) радиус вписанной окружности; 5) радиус описанной окружности; 6) большую высоту.

4. Две стороны прямоугольного треугольника равны 3 и 4. Чему может быть равна третья сторона треугольника?
5. Укажите номера неверных утверждений.
- 1) Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к противолежащему.
 - 2) Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.
 - 3) Любой равнобедренный треугольник является равноносторонним.
 - 4) Любой равносторонний треугольник является равнобедренным.

Урок 16

Квадрат. Ромб. Параллелограмм

Параллелограмм

Противоположные стороны параллелограмма равны и параллельны.

Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.

Площадь параллелограмма (S):

$$S = ah_a, \quad S = ab \sin \angle(a; b),$$

где a и b — смежные стороны параллелограмма,
 h_a — высота, проведенная к стороне a .

Прямоугольник

Имеет все свойства параллелограмма.

Диагонали прямоугольника равны.

$S = ab$, где a и b — смежные стороны прямоугольника.

Ромб

Имеет все свойства параллелограмма.

Все стороны ромба равны.

Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и являются биссектрисами его углов.

Квадрат

Имеет все свойства прямоугольника и ромба.

1. Дан квадрат со стороной 6. Найдите: 1) периметр квадрата; 2) площадь квадрата; 3) диагональ квадрата; 4) площадь круга, описанного около квадрата; 5) длину окружности, вписанной в квадрат.
2. В ромбе $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O и $AB=5$, $AC=8$. Найдите: 1) периметр ромба; 2) BD ; 3) площадь ромба; 4) площадь треугольника ABN , где точка N — середина стороны DC ; 5) высоты ромба; 6) радиус вписанной окружности.
3. В параллелограмме $ABCD$ диагонали пересекаются в точке K и $AB=16$, $AD=7$, $BD=21$. Найдите: 1) периметр параллелограмма; 2) AC ; 3) площадь параллелограмма; 4) площадь треугольника ABK .
4. Укажите номера неверных утверждений.
 - 1) Любой ромб является квадратом.
 - 2) Любой квадрат является ромбом.
 - 3) В прямоугольнике диагонали равны.
 - 4) В ромбе диагонали равны.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. Дан квадрат со стороной 4. Найдите: 1) периметр квадрата; 2) площадь квадрата; 3) диагональ квадрата; 4) площадь круга, описанного около квадрата; 5) длину окружности, вписанной в квадрат.
2. В ромбе $ABCD$ диагонали пересекаются в точке E и $AB=13$, $AC=24$. Найдите: 1) периметр ромба; 2) $AD=26$; 3) площадь ромба; 4) площадь треугольника ABP , где точка P — середина стороны DC ; 5) высоты ромба; 6) радиус вписанной окружности.
3. В параллелограмме $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O и $AB=13$, $AD=4$, $BD=15$. Найдите: 1) периметр параллелограмма; 2) AC ; 3) площадь параллелограмма; 4) площадь треугольника ADO .

4. Укажите номера неверных утверждений.

- 1) Любой прямоугольник является параллелограммом.
- 2) Любой параллелограмм является прямоугольником.
- 3) В прямоугольнике диагонали являются биссектрисами его углов.
- 4) В ромбе диагонали взаимно перпендикулярны.

Урок 17

Трапеция. Окружность

Трапеция

$$S = \frac{a+b}{2}h,$$

где a и b — основания трапеции,
 h — ее высота.

Центральные и вписанные углы

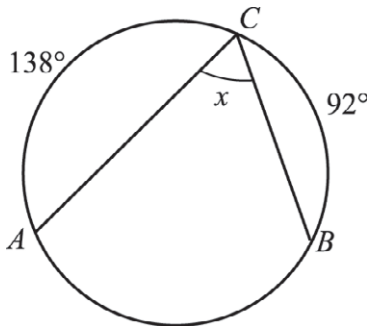
Угол с вершиной в центре окружности называется ее **центральным углом**.

Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется **вписанным углом**.

Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

1. Дана равнобедренная трапеция, боковые стороны которой равны 5. Высота трапеции равна 4, а одно из оснований равно 10. Найдите: 1) среднюю линию трапеции; 2) площадь трапеции.

2. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями $AD=12$, $BC=8$. Боковые стороны трапеции равны 13 и 15. Диагонали трапеции пересекаются в точке E . Найдите: 1) среднюю линию трапеции; 2) высоту; 3) площадь; 4) площадь $\triangle ABC$; 5) площадь $\triangle BCD$; 6) площадь $\triangle ABD$; 7) площадь $\triangle ADC$; 8) площадь $\triangle BEC$; 9) площадь $\triangle ABE$; 10) площадь $\triangle AED$; 11) площадь $\triangle CDE$.
3. По данным рисунка найдите угол x .

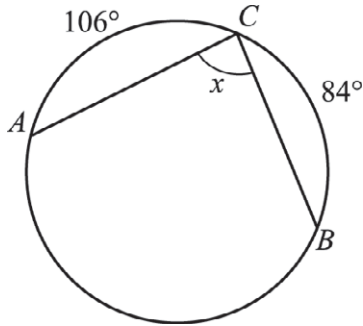


4. Центральный угол MON на 50° больше вписанного угла, опирающегося на дугу MN . Найдите каждый из этих углов.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. Дана равнобедренная трапеция, боковые стороны которой равны 13. Высота трапеции равна 12, а одно из оснований равно 12. Найдите: 1) среднюю линию трапеции; 2) площадь трапеции.
2. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями $AD = 26$, $BC = 1$. Боковые стороны трапеции равны 20 и 15. Диагонали трапеции пересекаются в точке K . Найдите: 1) среднюю линию трапеции; 2) высоту; 3) площадь; 4) площадь $\triangle ABC$; 5) площадь $\triangle BCD$; 6) площадь $\triangle ABD$; 7) площадь $\triangle ADC$; 8) площадь $\triangle BKC$; 9) площадь $\triangle ABK$.

3. По данным рисунка найдите угол x .

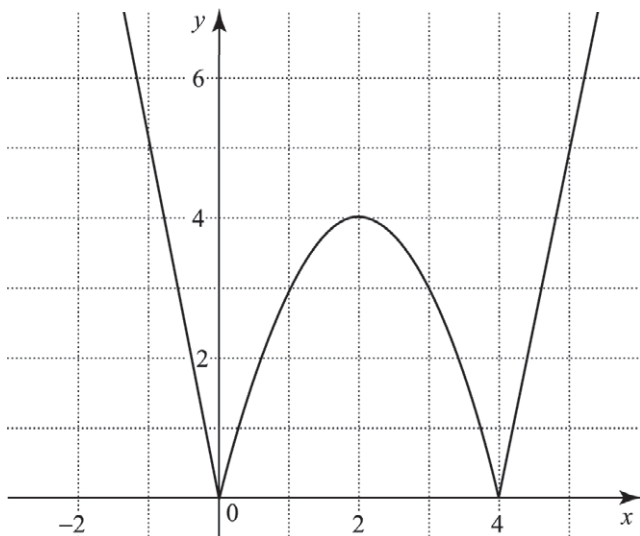


4. Центральный угол AOD на 70° больше вписанного угла, опирающегося на дугу AD . Найдите каждый из этих углов.

УКАЗАНИЯ К ТЕМАТИЧЕСКИМ ЗАДАНИЯМ

1. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ

- Решите уравнение $5 - x^2 = -4x$.
- Графиком функции является парабола с вершиной в точке $(3; -4)$, ветви которой направлены вверх.
- Постройте график функции отдельно на каждом из промежутков: $(-\infty; -3)$, $[-3; 3]$ и $(3; +\infty)$.
- Знак коэффициента при x^2 определяется по направлению ветвей. Если $y = ax^2 + bx + c$, то значение функции при $x=0$ равно c . Знак коэффициента b определите, используя формулу для нахождения абсциссы вершины параболы.
- Числитель разложите на множители. Получите $y = x^2 + 4$ при $x \neq \pm 2$.
- Задайте уравнение параболы, зная координаты ее вершины и координаты точек ее пересечения с осью абсцисс.
- На рисунке изображен график исходной функции.



28. Аналогично заданию № 27.
29. Абсцисса вершины известна. Осталось из уравнения параболы найти ординату вершины. Исследуйте дискриминант.
30. Аналогично заданию № 29.

2. НЕРАВЕНСТВА

2.1. Квадратные неравенства

21. Решением неравенства является промежуток $\left(-3; -\frac{1}{3}\right)$.
22. Решением первого неравенства является промежуток $(-\infty; 2,2)$. Решением второго неравенства является отрезок $[-3; 3]$. Решите систему неравенств.
23. Определите знак выражения $\sqrt{10} - 5$, и разделите неравенство на $\sqrt{10} - 5$.
24. Решением первого неравенства является объединение промежутков $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$. Решением второго неравенства является отрезок $[-1; 4]$. Решите систему неравенств.
25. Решением первого неравенства является объединение промежутков $(-\infty; -\sqrt{7}) \cup (\sqrt{7}; +\infty)$. Решением второго неравенства является отрезок $[-4; 4]$. Решите систему неравенств.
26. Подкоренное выражение неотрицательно, т.е. $x^2 - 17 \geq 0$. Исходное выражение имеет смысл при $x \in (-\infty; -\sqrt{17}] \cup [\sqrt{17}; +\infty)$.
27. Выражение в числителе определено при $x \in [-5; 5]$. Выражение в знаменателе определено при $x \neq -1$.

28. Решением первого неравенства являются только два числа -2 и -3 . Проверьте, являются ли эти числа решениями второго неравенства.
29. Решите отдельно каждое неравенство. Решение первого неравенства — $(-3; 3)$, решение второго — $(-\infty; -4] \cup [0; +\infty)$, третьего — $(-3; 1)$.
30. Введите новую переменную, $a = \sqrt{x}$, $a \geq 0$. И сведите решение исходного неравенства к решению системы неравенств, одно из которых является квадратным, т.е.
$$\begin{cases} a \geq 0, \\ a^2 + a - 20 \geq 0. \end{cases}$$

2.2. Метод интервалов

21. Разложите на множители выражение $x^3 - 4x$.
22. Выражение в числителе обращается в нуль при $x \neq \pm 3$. Выражение в знаменателе обращается в нуль при $x = 1$, $x = -\frac{1}{3}$. Используйте метод интервалов.
23. Выражение в числителе обращается в нуль при $x = -5$, $x = 7$. Выражение в знаменателе обращается в нуль при $x = 2$. Используйте метод интервалов.
24. Выражение в числителе обращается в нуль при $x = 5$, $x = 2$. Выражение в знаменателе обращается в нуль при $x = -3$. Используйте метод интервалов.
25. Выражение в числителе обращается в нуль при $x = \pm 2\sqrt{3}$. Выражение в знаменателе обращается в нуль при $x = -4$, $x = 0$. Используйте метод интервалов.
26. Для выражения $4x^2 + 4x + 1$ примените формулу квадрата суммы. Получите $(x - 1)(2x + 1)^2 > 0$.

27. Выражение в числителе обращается в нуль при $x = -7$, $x = 1$. Выражение в знаменателе обращается в нуль при $x = 1$. Используйте метод интервалов.
28. Так как $(\sqrt{a})^2 = a$ при $a \geq 0$, то исходное неравенство равносильно системе неравенств $\begin{cases} x + 3 \geq 0, \\ 2x - 1 \leq x + 3. \end{cases}$
29. Так как $(\sqrt[3]{a})^3 = a$, то исходное неравенство равносильно неравенству $2x - 1 \leq x + 3$.
30. 1-й способ. Введите новую переменную $a = x^2$, $a \geq 0$. И сведите решение исходного неравенства к решению системы неравенств, одно из которых является квадратным, т.е. $\begin{cases} a \geq 0, \\ a^2 + a - 20 \geq 0. \end{cases}$
- 2-й способ. Найдите нули функции $f(x) = x^4 + x^2 - 20$ и отметьте их на координатной прямой. Решите неравенство методом интервалов.

2.3. Неравенства с параметром

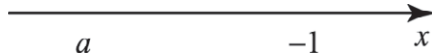
1. Используйте, что $x^2 \geq 0$ при любых значениях x .
2. Рассмотрите функцию $f(x) = -x^2 - 4x + 3 - a$. Графиком функции является парабола. Чтобы выполнялось неравенство $f(x) < 0$ для любого значения x , нужно чтобы график функции $y = f(x)$ был расположен следующим образом.



3. Неравенство $x^2 + 2ax + 16 < 0$ не имеет решений, если дискриминант уравнения $x^2 + 2ax + 16 = 0$ отрицателен.

4. Сравните a и (-1) . Рассмотрите различные случаи расположения чисел a и (-1) на координатной прямой.

Если $a < -1$, то точки расположены следующим образом



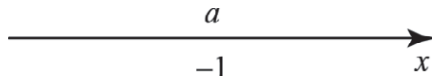
и решением неравенства будет отрезок $(a; -1)$.

Если $a > -1$, то точки расположены следующим образом



и решением неравенства будет отрезок $(-1; a)$.

Если $a = -1$, то точки расположены следующим образом



и решением неравенства будет точка (-1) .

5. См. указание к заданию 4.

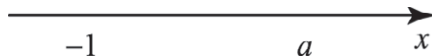
6. Сравните a и (-1) . Рассмотрите различные случаи расположения чисел a и (-1) на координатной прямой.

Если $a < -1$, то точки расположены следующим образом



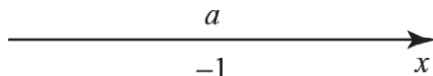
и решением неравенства будет промежуток $(a; -1)$.

Если $a > -1$, то точки расположены следующим образом



и решением неравенства будет промежуток $(-1; a)$.

Если $a = -1$, то точки расположены следующим образом



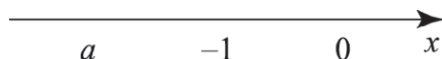
и неравенство решений не имеет.

7. См. указание к заданию 6.

8. См. указание к заданию 6.

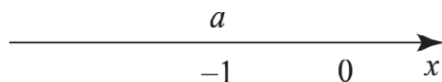
9. Сравните a , (-1) и 0 . Рассмотрите различные случаи расположения чисел a , (-1) и 0 на координатной прямой.

Если $a < -1$, то точки расположены следующим образом



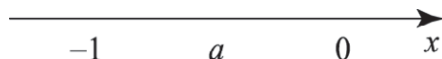
и решение неравенства $-[-1; a] \cup \{0\}$.

Если $a = -1$, то точки расположены следующим образом



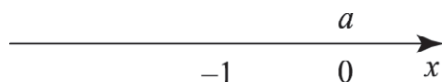
и решением неравенства будет точка 0 .

Если $-1 < a < 0$, то точки расположены следующим образом



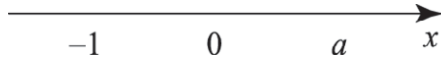
и решение неравенства $[-1; a] \cup \{0\}$.

Если $a = 0$, то точки расположены следующим образом



и решением неравенства будет отрезок $[-1; 0]$.

Если $a > 0$, то точки расположены следующим образом



и решение неравенства – отрезок $[-1; a]$.

10. См. указание к заданию 9.

3. УРАВНЕНИЯ

3.1. Целые уравнения

21. Перенесите все члены уравнения в левую часть уравнения и сгруппируйте: $(4a^2 - 4) - (3a^3 - 3a) = 0$.
22. Для разложения на множители выражения, стоящего в левой части уравнения, примените метод группировки. Сгруппируйте первое слагаемое со вторым и третье с четвертым.
23. Для решения уравнения используйте метод введения новой переменной. Пусть $a = x^2$, тогда исходное уравнение имеет вид $(a + 2)(a - 8) = 11$. Решите полученное квадратное уравнение, отберите его корни. Учтите, что $a \geq 0$.
24. Для решения уравнения используйте метод введения новой переменной. Пусть $a = x^2 + 3x$, тогда исходное уравнение имеет вид $a^2 - a = 12$.
25. В левой части уравнения сгруппируйте первый множитель с последним, а второй множитель с третьим. Получите: $(x^2 + x - 2)(x^2 + x) = 24$. Введите новую переменную $t = x^2 + x$. Получите уравнение $t^2 - 2t - 24 = 0$.

26. В левой части уравнения сгруппируйте первый множитель со вторым, а третий множитель с четвертым. Получите: $(x^2 + x - 12)(x^2 + 4x - 12) = 10x^2$. Разделите обе части уравнения на x^2 ($x^2 \neq 0$). Получите:

$$\left(x + 1 - \frac{12}{x}\right)\left(x + 4 - \frac{12}{x}\right) = 10. \text{ Введите новую переменную } t = x - \frac{12}{x}. \text{ Получите уравнение } t^2 + 3t - 10 = 0.$$

27. Это симметрическое уравнение. Разделите обе части уравнения на x^2 ($x^2 \neq 0$). Получите уравнение

$$4x^2 - 8x + 3 - \frac{8}{x} + \frac{4}{x^2} = 0. \text{ Сгруппируйте первое слагаемое с последним, а второе с четвертым. Получите:}$$

$$4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 8\left(x + \frac{1}{x}\right) + 3 = 0. \text{ Введите новую переменную } t = x + \frac{1}{x}. \text{ Получите уравнение } 4t^2 - 8t - 5 = 0.$$

28. Если число a является корнем исходного уравнения, то и число $-a$ является корнем исходного уравнения (используйте свойство четности функции $f(x) = x^4 - 745x^2 + 97\,344$).

29. Оцените выражение в каждой скобке. Например, для любых действительных значений x :

$$x^2 - 4x + 7 = (x - 2)^2 + 3 \geq 3.$$

30. Оцените выражение в каждой скобке. Например, для любых действительных значений x :

$$x^4 - 2x^2 + 3 = (x^2 - 1)^2 + 2 \geq 2.$$

3.2. Графический способ решения уравнений

21. Точка перегиба графика функции $y = x^3 - 1$ имеет координаты $(0; -1)$.
22. Точка перегиба графика функции $y = x^3 + 1$ имеет координаты $(0; 1)$.
23. Вершина параболы $y = (x - 3)^2$ имеет координаты $(3; 0)$. Ветви параболы направлены вверх.
24. Вершина параболы $y = -(x - 3)^2 + 1$ имеет координаты $(3; 1)$. Ветви параболы направлены вниз.
25. Вершина параболы $y = -(x + 1)^2 + 5$ имеет координаты $(-1; 5)$. Ветви параболы направлены вниз.
26. Графиком функции $y = \sqrt{6 - x}$ является ветвь параболы, причем $x \leq 6$.
27. Вершина параболы $y = (x - 3)^2 + 1$ имеет координаты $(3; 1)$. Ветви параболы направлены вверх. Точка перегиба графика функции $y = (x - 2)^3 + 2$ имеет координаты $(2; 2)$.
28. Вершина параболы $y = (x + 1)^2 + 4$ имеет координаты $(-1; 4)$. Ветви параболы направлены вверх.
29. Точка перегиба графика функции $y = (x - 2)^3 + 2$ имеет координаты $(2; 2)$.
30. Графиком функции $y = \sqrt{1 - x^2}$ является полуокружность, расположенная выше оси абсцисс, с центром в точке $(0; 0)$ и радиусом 1.

3.3. Уравнения с параметром

1. Так как корень уравнения равен 4, то $4^2 + 2 \cdot 4 + a = 0$.
2. Так как корень уравнения равен 3, то $3^2 + 3p - 18 = 0$.

3. При $b \geq 0$ исходное уравнение равносильно системе усло-

вий: $\begin{cases} x = \pm\sqrt{b} \\ x \neq -10 \end{cases}$. Исходное уравнение имеет единствен-

ное решение, когда либо $\sqrt{b} = -\sqrt{b}$, либо $-\sqrt{b} = -10$.

4. При $b \geq 0$ исходное уравнение равносильно системе

условий: $\begin{cases} x = -10 \\ x \neq \pm\sqrt{b} \end{cases}$. Определите, при каком значении

b нуль числителя совпадает с одним из нулей знаменателя.

5. Исходное уравнение имеет единственное решение, если его дискриминант равен нулю.

6. Исходное уравнение имеет единственное решение, если оно является квадратным и его дискриминант равен нулю, либо является линейным и коэффициент при x^2 равен нулю.

7. По теореме Виета $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 - 2a, \\ x_1 \cdot x_2 = a^2 + 2 \end{cases}$, где x_1 и x_2 — кор-

ни исходного уравнения. По условию $2x_1 = x_2$. Выразите x_1 и x_2 через a , полученные выражения подставьте в соответствующее уравнение системы.

8. По теореме Виета $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{b}{2}, \\ x_1 \cdot x_2 = 0,5 \end{cases}$ где x_1 и x_2 — корни

исходного уравнения. По условию $x_1 - x_2 = 1$. Решите

систему уравнений $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{b}{2}, \\ x_1 \cdot x_2 = 0,5, \\ x_1 - x_2 = 1. \end{cases}$

9. Чтобы уравнение имело различные корни, нужно, чтобы его дискриминант был положителен. Так как оба корня отрицательны, то их сумма отрицательна, а произведение положительно.
10. Представьте уравнение в виде $x(x^2 - 2ax - 2a + 3) = 0$. Уравнение имеет три различных корня, если дискриминант квадратного уравнения $x^2 - 2ax - 2a + 3 = 0$ положителен и все корни исходного уравнения различны, т.е. в данном случае нуль не является корнем уравнения $x^2 - 2ax - 2a + 3 = 0$.

4. СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

4.1. Способы решения систем уравнений

11. Рассмотрите второе уравнение системы и примените

формулу квадрата суммы. Получите
$$\begin{cases} x + y = \\ x + y = - \end{cases} .$$

12. 1-й способ. Рассмотрите второе уравнение системы.

Если $\frac{x}{y} = a$, то $a + \frac{4}{a} = 5$ и $\begin{cases} a = 1 \\ a = 4 \end{cases}$. Исходная система равносильна совокупности систем:
$$\begin{cases} \begin{cases} x = y \\ x + y = 8 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 4y \\ x + y = 8 \end{cases} \end{cases} .$$

2-й способ. Выразите из первого уравнения x и подставьте во второе уравнение.

13. Решите первое уравнение. Исходная система равно-

сильна совокупности систем:
$$\begin{cases} \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 4xy = 13 \end{cases} \\ \begin{cases} y = -2 \\ x^2 - 4xy = 13 \end{cases} \end{cases} .$$

14. Так как $x \neq 0$ и $y \neq 0$, то разделим первое уравнение системы на второе уравнение. Получим: $x^2 y^2 = 4$, т.е. $xy = 2$ или $xy = -2$.
15. Сначала решите следующую систему уравнений
$$\begin{cases} y - x = 4, \\ y + x = 8. \end{cases}$$
 Получите: $\begin{cases} x = 2, \\ y = 6. \end{cases}$ Проверьте, является ли эта пара чисел решением третьего уравнения $xy - y^2 = -24$.
16. Сначала решите следующую систему уравнений
$$\begin{cases} y - 2x = 1, \\ y + x = 4. \end{cases}$$
 Получите: $\begin{cases} x = 1, \\ y = 3. \end{cases}$ Проверьте, является ли эта пара чисел решением третьего уравнения $x^2 - 2xy = 5$.
17. Представьте первое уравнение системы в виде $a^2 + b^2 = 0$.
18. Сложите все уравнения системы. Получите $x + y + z = 6$. Затем можно вычесть каждое уравнение системы из получившегося уравнения.
19. Умножьте почленно все уравнения системы. Получите $(xyz)^2 = 36$.
20. Уравнение равносильно системе уравнений
$$\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 0, \\ x^2 - 5y - 1 = 0, \end{cases}$$
 решение которой сводится к решению системы $\begin{cases} x + y = 0, \\ x^2 - 5y - 1 = 0, \end{cases}$

4.2. Графический способ решения систем уравнений

21. Графиком второго уравнения системы является кубическая парабола, а второго – парабола с вершиной $(0; -2)$, ветви которой направлены вниз.
22. Графиком первого уравнения системы является окружность с центром в точке $(0; 0)$ и радиусом 2.
23. Графиком первого уравнения системы является окружность с центром в точке $(0; 0)$ и радиусом 2.
24. Графиком второго уравнения системы является окружность с центром в точке $(2; 2)$ и радиусом 2.
25. Графиком первого уравнения является ветвь параболы $y = \sqrt{x}$. Графиком второго уравнения является кубическая парабола.
26. Графиком первого уравнения системы является парабола с вершиной $(0; 2)$, ветви которой направлены вниз.
27. Графиком первого уравнения является гипербола.
28. Графиками каждого из уравнений являются параболы.
29. Первое уравнение системы задает пару пересекающихся прямых $y = x$ и $y = -x$. Графиком второго уравнения системы является окружность с центром в точке $(0; 0)$ и радиусом 3.
30. Первое уравнение системы задает квадрат, центр которого – точка $(0; 0)$, а вершины имеют координаты $(4; 0)$, $(-4; 0)$, $(0; 4)$, $(0; -4)$. Графиком второго уравнения системы является окружность с центром в точке $(0; 0)$ и радиусом 2.

4.3. Системы уравнений с параметром

1. Систему можно решить способом подстановки. Подставив значение переменной y в первое уравнение, получите квадратное уравнение с параметром относительно переменной x , которое имеет единственное решение, если $4 - m = 0$.
2. Систему можно решить способом подстановки. Подставив значение переменной y в первое уравнение, получите квадратное уравнение с параметром относительно переменной x , которое имеет единственное решение, если $4 - m^2 = 0$.
3. Систему можно решить способом подстановки. Подставив значение переменной y в первое уравнение, получите квадратное уравнение с параметром относительно переменной x , которое имеет единственное решение, если дискриминант квадратного уравнения равен нулю.
4. Графиком первого уравнения системы является окружность с центром в точке $(0; 0)$ и радиусом 2. Графиками второго уравнения является семейство парабол с осью $x=0$, ветви которых направлены вверх.
5. Графиком первого уравнения системы является окружность с центром в точке $(0; 0)$ и радиусом 2. Графиками второго уравнения системы являются окружности с центром в точке $(0; 4)$ и радиусами $|m|$, $m \neq 0$. Чтобы система имела единственное решение, эти окружности должны касаться внешним и внутренним образом с окружностью $x^2 + y^2 = 4$.
6. Подставьте в первое уравнение системы выражение $y = b - x$. Получите квадратное уравнение относительно переменной x , которое имеет единственное решение, если его дискриминант равен нулю.

7. Подставьте в первое уравнение системы выражение $x=b+4$. Получите квадратное уравнение относительно переменной y , которое имеет единственное решение, если его дискриминант равен нулю.
8. Постройте график функции $y=|x|+2$. Графиками второго уравнения являются семейство прямых, проходящих через точку $(0; 0)$.
9. Постройте график функции $y=|x|+2$. Постройте график функции $y=a|x|$ при $a=1$. Сделайте вывод. Постройте график функции $y=a|x|$ при $a=-1$. Сделайте вывод.
10. Первое уравнение системы задает квадрат, центр которого – точка $(0; 0)$, а вершины имеют координаты $(4; 0)$, $(-4; 0)$, $(0; 4)$, $(0; -4)$. Графиками второго уравнения является семейство парабол с осью $x=0$, ветви которых направлены вверх.

4.4. Текстовые задачи

21. Через год на счету будет 10 100 рублей. Теперь надо рассчитывать доход за второй год от этой суммы, а не от 10 000 рублей.
22. Через год на счету будет 1050 рублей. Теперь надо рассчитывать доход за второй год от этой суммы, а не от 1000 рублей.
23. Автомобили могут оказаться друг от друга на расстоянии 50 км либо до места встречи, либо после. Поэтому задача имеет два решения!
24. Мотоциклисты могут оказаться друг от друга на расстоянии 20 км либо до места встречи, либо после. Поэтому задача имеет два решения.

25. Пусть первая труба может наполнить бассейн за x часов, а вторая труба — за y часов. Объем бассейна примите за 1, тогда производительности труда соответственно $\frac{1}{x}$ и $\frac{1}{y}$. Имеем первое уравнение: $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot 4 = 1$. Получите второе уравнение:

$$\frac{0,5}{\frac{1}{x}} + \frac{0,5}{\frac{1}{y}} = \frac{1}{9}, \text{ т.е. } x + y = -.$$

26. Пусть первая машина может очистить от снега улицу за x часов, а вторая — за y часов. Объем работ по расчистке улицы от снега примите за 1, тогда производительности труда соответственно $\frac{1}{x}$ и $\frac{1}{y}$. Имеем первое уравнение: $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot 12 = 1$. Получите

$$\text{второе уравнение: } \frac{0,5}{\frac{1}{x}} + \frac{0,5}{\frac{1}{y}} = \frac{1}{25}, \text{ т.е. } x + y = \frac{2}{25}.$$

27. Пусть первому каменщику на постройку стены потребуется x дней, тогда второму — $(x-5)$ дней. Объем работ примите за 1, тогда производительности труда соответственно $\frac{1}{x}$ и $\frac{1}{x-5}$. Имеем уравнение:

$$5 \cdot \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-5}\right) \cdot 4 = 1.$$

28. Пусть первой машинистке на перепечатку рукописи потребуется x дней, тогда второй — $(x+3)$ дней. Объем работ примите за 1, тогда производительности труда соответственно $\frac{1}{x}$ и $\frac{1}{x+3}$. Имеем уравнение:

$$3 \cdot \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3}\right) \cdot 5 = 1.$$

29. Двухзначное число можно записать в виде $10x + y$, где x — число десятков, а y — число единиц. Тогда имеем систему
$$\begin{cases} x + y + 81 = 10x + y, \\ x - 5 = y. \end{cases}$$
30. Двухзначное число можно записать в виде $10x + y$, где x — число десятков, а y — число единиц. Тогда имеем систему
$$\begin{cases} 10x + y - 54 = x + y, \\ x - 2 = y. \end{cases}$$

5. ПРОГРЕССИИ

5.1. Арифметическая прогрессия

21. Пусть разность прогрессии равна d , тогда $AC = AB + d$, $BC = AB + 2d$. Периметр треугольника равен $AB + AB + d + AB + 2d = 3(AB + d)$.
22. Пусть разность прогрессии равна d , тогда $AC = AB + d$, $BC = AB + 2d$. Периметр треугольника $AB + AB + d + AB + 2d = 3(AB + d)$.
23. Запишите формулу n -го члена прогрессии. Получите, что $a_n = 0,3n - 16,3$. Решите неравенство $a_n < 0$. Учтите, что переменная n принимает только натуральные значения.
24. Запишите формулу n -го члена прогрессии. Получите, что $a_n = -0,4n + 13,7$. Решите неравенство $a_n > 0$. Учтите, что переменная n принимает только натуральные значения.
25. Пусть a_n — исходная арифметическая прогрессия, тогда $a_1 = 3$, $a_5 = 47$. Запишите формулу n -го члена для a_5 и найдите разность прогрессии.
26. Аналогично заданию № 25.

27. Выразите a_2 , a_8 , a_{11} через a_1 и d .
28. Аналогично заданию № 27.
29. Все четные числа, кратные 3, имеют вид $6n$, где n — натуральное число. Получаем a_n : 6; 12; 18 ... Сумма двузначных чисел такого вида равна 810. Четных двузначных чисел, кратных 3 и кратных 7, всего два: 42 и 84.
30. Любое натуральное число, которое дает остаток 1 при делении на 4, можно записать в виде $4n+1$, где n — натуральное число. Сколько таких натуральных чисел не превосходят 150? Решите неравенство $4n+1 < 150$. Остается найти сумму тридцати семи членов арифметической прогрессии $a_n = 4n+1$.

5.2. Геометрическая прогрессия

21. Пусть b_n — исходная геометрическая прогрессия, тогда $b_1=3$, $b_5=48$. Запишите формулу n -го члена для b_5 и найдите знаменатель прогрессии.
22. Аналогично заданию № 21.
23. Пусть b_n — исходная геометрическая прогрессия, тогда сумма первых четырех членов прогрессии равна $b_1 \cdot \frac{2^4 - 1}{2 - 1}$ или 75.
24. Пусть b_n — исходная геометрическая прогрессия, тогда сумма первых четырех членов прогрессии равна $b_1 \cdot \frac{2^4 - 1}{2 - 1}$ или 90.
25. Данная геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей, поэтому ее сумма вычисляется по формуле $S = \frac{b_1}{1 - q}$, где b_1 — первый член прогрессии, а q — знаменатель прогрессии.

26. Аналогично заданию № 21.

27. Решите систему уравнений $\begin{cases} b_1 + b_4 = 27, \\ b_2 \cdot b_3 = 72. \end{cases}$ Преобразуйте второе уравнение и получите, что $b_1 \cdot b_4 = 72$. Система имеет два решения, но одно из них является посторонним, так как исходная прогрессия является возрастающей.

28. Решите систему уравнений $\begin{cases} b_1 + b_5 = 34, \\ b_2 \cdot b_4 = 64. \end{cases}$ Преобразуйте второе уравнение и получите, что $b_1 \cdot b_5 = 64$. Система имеет два решения, но одно из них является посторонним, так как исходная прогрессия является возрастающей.

29. Пусть члены геометрической прогрессии имеют вид $b_1, b_1q, b_1q^2, b_1q^3$. Используйте характеристическое свойство арифметической прогрессии и получите систему уравнений

$$\begin{cases} 2(b_1q + 5) = b_1 + 2 + b_1q^2 + 7, \\ 2(b_1q^2 + 7) = b_1q + 5 + b_1q^3 + 7. \end{cases}$$

30. См. указание к решению № 29.

6. СТЕПЕНЬ

6.1. Корень n -й степени

21. Используйте следующее свойство корней n -й степени: $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ при $a \geq 0, b \geq 0$.

22. Используйте следующее свойство корней n -й степени: $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ при $a \geq 0, b \geq 0$.

23. Выражение под знаком арифметического корня шестой степени должно быть неотрицательным.

24. Выражение под знаком арифметического корня четвертой степени должно быть неотрицательным.
25. Разложите числитель на множители, для этого вынесите общий множитель $2\sqrt[4]{9k}$.
26. Разложите числитель на множители, для этого вынесите общий множитель $3\sqrt[6]{8m}$.
27. Используйте формулу $\sqrt[4]{a^4} = |a|$.
28. Используйте формулу $\sqrt[4]{a^4} = |a|$.
29. Уравнение равносильно системе
$$\begin{cases} x + 1 = 0, \\ 2x^2 + 5x + 2 = 0, \\ 2x^2 + 5x + 2 \geq 0. \end{cases}$$
30. Уравнение равносильно системе
$$\begin{cases} x - 1 = 0, \\ 2x^2 - 5x + 2 = 0, \\ 2x^2 - 5x + 2 \geq 0. \end{cases}$$

6.2. Степень с рациональным показателем

21. Раскройте скобки, применив формулу квадрата суммы. Обратите внимание, что $(2^{0,5})^2 = 2$.
22. Раскройте скобки, применив формулу квадрата разности. Обратите внимание, что $(3^{0,5})^2 = 3$.
23. Представьте выражение $x^{\frac{3}{4}}$ в виде арифметического корня n -й степени. Затем обе части уравнения возведите в четвертую степень. Получите: $x^3 = 16$.
24. Аналогично решению заданию № 23.

25. $40^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8 \cdot 5}$.

26. $54^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27 \cdot 2}$.

27. Разложите на множители и числитель, и знаменатель. В числителе примените формулу разности квадратов, а в знаменателе вынесите общий множитель $x^{0,5}$.

28. Аналогично решению заданию № 27.

29. При преобразовании выражений в знаменателе используйте формулы квадрата суммы и квадрата разности. Получите в знаменателе $2a^{\frac{1}{4}} + 8b^{\frac{1}{4}}$. Числитель разложите на множители с помощью формулы разности квадратов.

30. См. указание к решению задачи № 29.

ОТВЕТЫ

ТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. Квадратичная функция

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	213	11	1
2	231	12	4
3	3	13	2134
4	4	14	4
5	3	15	1
6	(-3; -4)	16	3
7	1	17	[2; +∞)
8	3	18	[3; +∞)
9	2	19	3
10	4	20	2

21. -20.

22. а) $(-\infty; 1)$ и $(5; +\infty)$; б) -4 — наименьшее значение функции; в) $[-4; +\infty)$; г) $(1; 0)$ и $(5; 0)$; д) функция возрастает на промежутке $[3; +\infty)$, функция убывает на промежутке $(-\infty; 3]$; е) $[-4; 5]$.

23. а) $x < -6$; б) $(-\infty; +\infty)$; $y(5) = -2$; в) $(-6; 0)$, $(3; 0)$, $(0; -15)$; г) функция возрастает при $-1 \leq x \leq 3$, функция убывает на промежутке $(-\infty; -1]$ и на промежутке $[3; +\infty)$.

24. $a < 0$, $b < 0$, $c < 0$.

25. $y > 0$, если x — любое число, кроме $x = \pm 2$.

26. $y = -x^2 + 2x + 3$.

27. Прямая имеет с графиком функции четыре общие точки при $0 < m < 4$.
28. При $m > 0$ и $m = -16$ — две общие точки, при $-16 < m < 0$ — четыре общие точки, при $m = 0$ — три общие точки, при $m < -16$ — нет общих точек.
29. $a = 2$; (1; 0).
30. $a = -2$; (2; 10).

2. Неравенства

2.1. Квадратные неравенства

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	$(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$	16	$(-2; -0,5)$
2	$(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$	17	$[-10; 0]$
3	$[-1; 10]$	18	$[-5; 0]$
4	$(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$	19	2
5	Решений нет	20	4
6	$[0; 3]$	21	$(-3; -2]$
7	1	22	6
8	$(-\infty; -1] \cup [0; 1]$	23	$\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$
9	Решений нет	24	$\{-1\} \cup [3; 4]$
10	$(-\infty; +\infty)$	25	$-4; -3; 3; 4$
11	$[-8; 8]$	26	1, 2, 3, 4
12	Решений нет	27	$[-5; -1) \cup (-1; 5]$
13	$(-\infty; 0] \cup [100; +\infty)$	28	-3
14	$(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$	29	$\pm 1; \pm 2$
15	$[-4; 4]$	30	$[16; +\infty)$

2.2. Метод интервалов

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	$(0; +\infty)$	16	2
2	$(0; 1)$	17	2
3	$(-\infty; 0) \cup [2; +\infty)$	18	4
4	$(-\infty; -3] \cup [0; +\infty)$	19	4
5	$(-\infty; -3] \cup (0; +\infty)$	20	4
6	$(-\infty; -3] \cup [0; 3]$	21	$(-\infty; -2] \cup [0; 2]$
7	$(-\infty; 0] \cup (3; +\infty)$	22	$\left[-3; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; 3]$
8	$(-\infty; -1] \cup [0; 3]$	23	$[-5; 2) \cup (2; 7]$
9	$(-\infty; -1] \cup [0; 3)$	24	5
10	$(-\infty; -1) \cup [0; 3)$	25	$(-\infty; -4) \cup [-2\sqrt{3}; 0) \cup [2\sqrt{3}; +\infty)$
11	$(-12; -5) \cup (3; +\infty)$	26	$(1; +\infty)$
12	$(-\infty; 3) \cup (5; 12)$	27	$(-7; 1) \cup (1; +\infty)$
13	$(-\infty; -12] \cup [-5; 3]$	28	$[-3; 4]$
14	$[-12; 3] \cup [5; +\infty)$	29	$(-\infty; 4]$
15	3	30	$(-\infty; -2) \cup [2; +\infty)$

2.3. Неравенства с параметром

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	4	6	$[-2; 0]$
2	8	7	$(1; 2] \cup [-4; -3)$
3	-4	8	$(0; 1] \cup [-3; -2)$
4	$[0; 1) \cup (-3; -2]$	9	$[2; 3)$
5	$(-2; 0)$	10	$(-\infty; 1)$

3. Уравнения

3.1. Целые уравнения

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	0; ± 3	16	0
2	0	17	2
3	0; 3	18	2
4	0; -3	19	312
5	2	20	231
6	± 2	21	$\pm 1; \frac{4}{3}$
7	-2	22	$-2; \pm 3\sqrt{2}$
8	Решений нет	23	± 3
9	4	24	-4; 1
10	2	25	-3; 2
11	0; $\pm 0,2$	26	-3; 4; $-3 \pm \sqrt{21}$
12	0	27	0,5; 2
13	0,2	28	24
14	-0,2	29	—
15	2	30	1

3.2. Графический способ решения уравнений

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	4	6	0	11	0; 1
2	-1	7	1	12	0
3	2	8	1	13	0; 1
4	1	9	2	14	0
5	1	10	0	15	2

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
16	4	21	1	26	3
17	1	22	0	27	2
18	1	23	2	28	0
19	0; 1	24	0	29	3
20	0; 1	25	1	30	0

3.3. Уравнения с параметром

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	-24	6	2; 2,25
2	-3	7	4
3	0; 100	8	$\pm 2\sqrt{3}$
4	$b \neq 100$	9	-5
5	0,25	10	$(-\infty; -7) \cup (1; 1,5) \cup (1,5; +\infty)$

4. Системы уравнений

4.1. Способы решения систем уравнений

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	(1; -1), (-2; -4)	6	(-3; 2), (4; -1,5)
2	(9; 3), (4; -2)	7	(5; -3)
3	(1; 1), (1; -1)	8	(5; 3)
4	(-4; 10), (3; 3)	9	2
5	(5; 2), (-4; -2,5)	10	1

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
11	(6; -1), (1; -6)	16	Нет
12	(6,4; 1,6), (4; 4)	17	(2; 1)
13	(1; -3), $(-4 + \sqrt{29}; -2)$, $(-4 - \sqrt{29}; -2)$	18	(1; 3; 2)
14	(1; 2), (-1; 2), (1; -2), (-1; -2)	19	(2; 1; 3), (-2; -1; -3)
15	Да, (2; 6)	20	2

4.2. Графический способ решения систем уравнений

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	(0; 3) (-3; 0)	11	(-1; 1)	21	0
2	(1; 0), (4; 3)	12	(0; 0), (1; 1)	22	2
3	1	13	(-2; -2)	23	3
4	2	14	2	24	(0; 2), (2; 0)
5	2	15	0	25	(4; 2)
6	3	16	4	26	(1; 1), (-1; 1)
7	1	17	0	27	1
8	3	18	(2; 0)	28	2
9	2	19	2	29	4
10	4	20	(-2; 0)	30	0

4.3. Системы уравнений с параметром

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	4	6	-1,25
2	± 2	7	$(-\infty; -7) \cup (-1; +\infty)$
3	$\pm 2\sqrt{2}$	8	$[-1; 1]$
4	-2	9	$(-\infty; 1]$
5	$\pm 2; \pm 6$	10	$(-\infty; -4) \cup (16; +\infty)$

4.4. Текстовые задачи

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	6 и 12	11	12 см и 5 см
2	6 и 10	12	8 см
3	6 и 4	13	19 стр.
4	12 и 5	14	42 детали
5	$\frac{3}{4}$	15	I — 15 км/ч, II — 12 км/ч
6	$\frac{2}{5}$	16	I — 6 км/ч, II — 4 км/ч
7	10 домов, 15 палаток	17	3 км/ч
8	На сарафан 2 м, на платье 3 м	18	8 км/ч
9	12 рядов по 4 стула в каждом ряду	19	10 100
10	15 см и 8 см	20	5150

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
21	10201	26	I – 20 часов, II – 30 часов
22	1102,5	27	I – 15 дней, II – 10 дней
23	63 км/ч, 67 км/ч; 73 км/ч, 77 км/ч	28	I – 12 дней, II – 15 дней
24	35 км/ч, 40 км/ч; 40 км/ч, 45 км/ч	29	94
25	I – 12 часов, II – 6 часов	30	64

5. Прогрессии

5.1. Арифметическая прогрессия

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	7	11	4	21	12
2	8	12	3	22	16
3	0,4	13	-95	23	54
4	0,5	14	-99	24	34
5	1	15	1,3	25	14; 25; 36
6	1	16	4800	26	46; 34; 22
7	13	17	2	27	23
8	17	18	0,8	28	24
9	25	19	3500	29	684
10	30	20	228	30	2849

5.2. Геометрическая прогрессия

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	0,5	11	$\frac{5}{16}$	21	6; 12; 24 или -6; 12; -24
2	0,4	12	$\frac{2}{9}$	22	3; 9; 27 или -3; 9; -27
3	10	13	2	23	5
4	10	14	3	24	6
5	16	15	124	25	1,25
6	1	16	189	26	1,2
7	-3	17	44	27	24
8	-3	18	-63	28	32
9	18	19	18	29	1; 2; 4; 8
10	24	20	32	30	1; 4; 7; 10

6. Степень**6.1. Корень n-й степени**

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	2	11	3	21	20
2	± 2	12	0,2	22	12
3	Решений нет	13	6	23	$(-\infty; -12] \cup [12; +\infty)$
4	4	14	15	24	$[-14; 14]$
5	4	15	1	25	-2
6	-4	16	1,5	26	-3
7	3	17	2	27	-0,2
8	0,5	18	-3	28	-0,4
9	2	19	4	29	-2; -0,5
10	5	20	$\frac{1}{3}$	30	0,5; 2

6.2. Степень с рациональным показателем

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	4	16	-8
2	5	17	312
3	3	18	241
4	$a^{\frac{5}{8}}$	19	-5
5	2	20	-6
6	$k^{\frac{1}{2}}$	21	11
7	$p^{-\frac{2}{3}}$	22	7
8	$y^{-\frac{5}{6}}$	23	$\sqrt[3]{16}$
9	a^2	24	$\sqrt[3]{81}$
10	d^3	25	34
11	4	26	28
12	81	27	$\frac{3x^{0,5} - y^{0,5}}{x^{0,5}}; 2,98$
13	Решений нет	28	$\frac{2x^{0,5} - y^{0,5}}{x^{0,5}}; 1,97$
14	Решений нет	29	$\frac{a^{\frac{1}{4}} - 4b^{\frac{1}{4}}}{2}; -5,75$
15	Решений нет	30	$\frac{a^{\frac{1}{4}} - 9b^{\frac{1}{4}}}{2}; -12,5$

**ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ВАРИАНТЫ
ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ****Вариант 1**

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	231	13	20
2	42	14	18
3	24	15	30
4	5	16	168
5	470	17	150
6	0,25	18	8064
7	3	19	1) 0,04 2) 0,32
8	1,88	20	при $a=2$
9	24<или>42	21	$10\sqrt{15}$
10	-5	22	4; 4; 6; 6
11	2	23	4
12	3		

Вариант 2

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	3241	13	40
2	29	14	8
3	64	15	35
4	5	16	156
5	3960	17	16
6	0,75	18	1344
7	2	19	1) 0,09 2) 0,42
8	0,86	20	при $a > 4$
9	$23 < \text{или} > 32$	21	$\frac{32}{3}\sqrt{2}$
10	-1,6	22	6
11	2	23	7
12	2		

**ЗАДАНИЯ
ДЛЯ УРОКОВ ОБОБЩЕНИЯ И ПОВТОРЕНИЯ
(приложение)**

Модуль «Алгебра»

Урок 1. ЧИСЛА И ВЫЧИСЛЕНИЯ

Ответы к заданиям урока

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	1,8	6	$3\sqrt{3}$
2	-0,08	7	2
3	441	8	4
4	24	9	256
5	2,4	10	3888, 8838, 8388

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	0,88	6	$3\sqrt{2}$
2	-0,03	7	1
3	484	8	4
4	28	9	22 500
5	3,1	10	1212, 1122, 2112

Урок 2. ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ**Ответы к заданиям урока**

№ задания	Ответ
1	12 лет
2	Стульев — 6, рядов — 12.
3	270 рублей
4	64 человека
5	30 км/ч и 20 км/ч
6	14,4 км/ч
7	15 км/ч

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ
1	40 лет
2	Стульев — 10, рядов — 8
3	320 рублей
4	56 человек
5	5 км/ч и 6 км/ч
6	3,75 км/ч
7	16 км/ч

Урок 3. ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

Ответы к заданиям урока

№ задания	Ответ
1	203
2	4 см
3	130 деталей
4	15 дней
5	12 деталей
6	20 литров
7	56%

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ
1	304
2	6 см
3	550 деталей
4	35 минут
5	6 авто
6	100 литров
7	44%

Урок 4. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ

Ответы к заданиям урока

№ задания	Ответ
1	$\sqrt{\frac{S}{\pi}}$
2	30; 210
3	$-3a^2 + 10a + 5$

№ задания	Ответ
4	$12a^2 - 29a + 15$
5	$2b^5 - 8b$
6	$-3c^2 - 3b^2$
7	$(x+4y)(b+7)$
8	$(x-y)(a-b)$
9	$(18x-0,3y)(18x+0,3y)$
10	$(2x+c)^2$
11	$2(x+0,5)(x-1)$
12	14, 15, 16

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ
1	$\sqrt{\frac{S}{4\pi}}$
2	32; 320
3	$-x + 2xy + 7$
4	$6m^2 - 23m + 20$
5	$-y^5 + 9y$
6	$7p^2 + 7y^2$
7	$(5+b)(z+6a)$
8	$(b-n)(m-a)$
9	$(0,4y-17a) (0,4y+17a)$
10	$(3b+k)^2$
11	$2(x+0,5)(x-2)$
12	13, 14, 15

Урок 5. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ

Ответы к заданиям урока

№ задания	Ответ
1	1,3
2	-9 при $x = -3$
3	$\frac{1-2a}{2}$
4	$\frac{3x-1}{x}$
5	$\frac{-2}{x}$
6	$\frac{a-b}{ab}$
7	$\frac{4}{4+3x}$
8	$\frac{3}{x-2}$
9	$-4(2+\sqrt{x}); -64$

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ
1	2, 4
2	-16 при $x = 4$
3	$\frac{3a-1}{2}$

№ задания	Ответ
4	$\frac{4x-1}{x}$
5	-2
6	$\frac{m+n}{mn}$
7	$\frac{3}{3+4x}$
8	$\frac{2}{x+5}$
9	$25(5-\sqrt{x}); -150$

Урок 6. УРАВНЕНИЯ

Ответы к заданиям урока

№ задания	Ответ
1	-18
2	2,5
3	-3,125
4	0; 3,5
5	$\pm 1,3$
6	1; 5
7	-2,5
8	$3; \pm 2\sqrt{2}$
9	± 3
10	(-3; 4)
11	(-3; 4), (-3; -4), (3; 4), (3; -4)

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ
1	-32
2	x — любое число
3	$-3\frac{4}{11}$
4	0; $1\frac{1}{3}$
5	$\pm 1,4$
6	3; 5
7	0,5
8	-3; $\pm 3\sqrt{2}$
9	± 2
10	(-1; 5)
11	(-6; 5), (-6; -5), (6; 5), (6; -5)

Урок 7. СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ*Ответы к заданиям урока*

№ задания	Ответ
1	3
2	(25; 2)
3	(5; 2), (5; -2), (-5; 2), (-5; -2)
4	1
5	(5; 0), (-5; 0), ($2\sqrt{6}$; -1), ($-2\sqrt{6}$; -1)
6	2
7	4
8	(3; 1), (-3; -1)
9	(-2; 1)

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ
1	4
2	(5; 36)
3	(5; 6), (5; -6), (-5; 6), (-5; -6),
4	2
5	(6; 0), (-6; 0), ($\sqrt{35}$; -1), ($-\sqrt{35}$; -1)
6	0
7	3
8	(4; 1), (-4; -1)
9	Решений нет

Урок 8. НЕРАВЕНСТВА*Ответы к заданиям урока*

№ задания	Ответ
1	$\frac{1}{a}$; 1; $\frac{1}{b}$; 0
2	1; 2
3	2
4	1
5	(-10; -1]
6	(0,35; 1,35)
7	($-\infty$; -2]
8	($-\infty$; -4] \cup (0; $+\infty$)
9	[-3; 0) \cup (0; 1]
10	(1; 2]

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	$\frac{1}{a}; 0; \frac{1}{b}; 1$	6	$(-1,3; 0,2)$
2	2; 4	7	$[4; +\infty)$
3	3	8	$[0; 7]$
4	3	9	$[-4; 0) \cup (0; 1]$
5	$(-12; -1]$	10	$[-2; -1)$

Урок 9. ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ*Ответы к заданиям урока*

№ задания	Ответ
1	14
2	$y = -3x$
3	Да; нет
4	$(0; 3), (-1,5; 0)$
5	$y > 0$ при $x \in (-3; 3)$ $y < 0$ при $x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$
6	$[-2; +\infty)$
7	$(-1; 0)$
8	3124
9	36
10	$1\frac{1}{8}$
11	0

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ
1	5
2	$y=0,25x$
3	Нет; да
4	$(0; -3), (1,5; 0)$
5	$y>0$ при $x \in (-2; 2)$ $y<0$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$
6	$(-\infty; 2]$
7	$(1; 0)$
8	А — 1, Б — 4, В — 3, Г — 2
9	24
10	$3\frac{1}{8}$
11	2

Урок 10. ПРОГРЕССИИ**Ответы к заданиям урока**

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	1; 2	7	254
2	1	8	344
3	35	9	121
4	96	10	± 4
5	-96	11	9,5
6	-49		

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	1; 3	7	364
2	3	8	406
3	47	9	63
4	162	10	± 32
5	-256	11	53,5
6	-42		

Урок 11. СТАТИСТИКА И ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ*Ответы к заданиям урока*

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	20	6	На 3,6
2	37 500	7	$\frac{1}{6}$
3	73	8	0,8
4	35	9	$\frac{7}{36}$
5	На 0,4	10	$\frac{1}{7}$

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	21	6	На 3,2
2	25 000	7	$\frac{1}{3}$
3	44	8	0,7
4	10	9	$\frac{5}{36}$
5	На 1,2	10	$\frac{6}{49}$

Урок 12. СЛОЖЕНИЕ И УМНОЖЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ*Ответы к заданиям урока*

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	1) А; 2) F; 3) B; 4) G	6	1) 0,09; 2) 0,49; 3) 0,42
2	1) 0,25; 2) 0,75; 3) 0,5	7	0,42
3	1) 0,75; 2) 0,25; 3) 0,25; 4) 0,75; 5) 0,5; 6) 1; 7) 0,75; 8) 0,5; 9) 0,25; 10) 0,75	8	0,46
4	1) 0,8; 2) 0,7; 3) 0,5; 4) 0,8; 5) 0,5; 6) 0,7	9	1) 0,94; 2) 0,38; 3) 0,56; 4) 0,44; 5) 0,38
5	1) $\frac{1}{15}$; 2) $\frac{7}{15}$; 3) $\frac{7}{15}$	10	1) 0,378; 2) 0,012; 3) 0,622

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	1) 0,7; 2) 0,6; 3) 0,5; 4) 0,7; 5) 0,5; 6) 0,6	5	0,26
2	1) $\frac{2}{15}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) $\frac{8}{15}$	6	1) 0,006; 2) 0,994; 3) 0,092; 4) 0,902; 5) 0,398; 6) 0,504; 7) 0,098 8) 0,496
3	1) 0,16; 2) 0,36; 3) 0,48	7	8) 0,496
4	0,72		

Урок 13. ЗАДАНИЯ С ПРАКТИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ

Ответы к заданиям урока

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	1	13	1	19.7	30
2	7	14	0	19.8	10
3	6	15	4	19.9	7
4	18	16	1	19.10	5
5	300	17	4	19.11	5
6	6	18	2,3	19.12	10
7	11	19.1	231	19.13	470
8	10	19.2	42	19.14	19 600
9	17	19.3	600	19.15	1 157 625
10	4	19.4	36	19.16	7752
11	20	19.5	98		
12	26	19.6	24		

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	3	11	1	13.9	4
2	5	12	3	13.10	5
3	6	13.1	3241	13.11	3
4	3	13.2	24	13.12	440
5	3	13.3	570	13.13	5000
6	19	13.4	64	13.14	56
7	5	13.5	92	13.15	82 500
8	5	13.6	32	13.16	551 250
9	26	13.7	18	13.17	9600
10	2	13.8	6		

Модуль «Геометрия»

Урок 14. НАЧАЛЬНЫЕ ПОНЯТИЯ ГЕОМЕТРИИ

Ответы к заданиям урока

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	1; 3	6	40
2	71; 109	7	26, 26, 128
3	—	8	80
4	—	9	37, 53, 90; 16, 74, 90
5	—	10	(2; 8)

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ
1	3
2	36; 144
3	—
4	—
5	—
6	80
7	32, 32, 116
8	75
9	8, 82, 90; 41, 49, 90
10	(1; 7)

Урок 15. ТРЕУГОЛЬНИК

Ответы к заданиям урока

№ задания	Ответ
1	1; 4
2	1) 18; 2) $9\sqrt{3}$; 3) 12π ; 4) $2\pi\sqrt{3}$; 5) $6\sqrt{3}$
3	1) 24; 2) 24; 3) 2; 4) 5; 5) 5; 6) $\triangle MNE$ подобен $\triangle MPN$ и т. д.
4	1) 42; 2) 42; 3) тупоугольный; 4) 2; 5) 12,5; 6) 4,2
5	4; $\sqrt{34}$

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ
1	1) 36; 2) $36\sqrt{3}$; 3) 48π ; 4) $4\pi\sqrt{3}$; 5) $24\sqrt{3}$
2	1) 30; 2) 30; 3) 2; 4) 6,5; 5) 6,5; 6) $\triangle COD$ подобен $\triangle ACD$ и т.д.
3	1) 32; 2) 24; 3) тупоугольный; 4) 1,5; 5) $8\frac{1}{8}$; 6) 12
4	5; $\sqrt{7}$
5	1; 2; 3

Урок 16. ПАРАЛЛЕЛОГРАММ. РОМБ. КВАДРАТ*Ответы к заданиям урока*

№ задания	Ответ
1	1) 24; 2) 36; 3) $6\sqrt{2}$; 4) 18π ; 5) 6π
2	1) 20; 2) 6; 3) 24; 4) 12; 5) 4,8; 6) 2,4
3	1) 46; 2) 13; 3) $12\sqrt{55}$; 4) $3\sqrt{55}$
4	1; 4

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ
1	1) 16; 2) 16; 3) $4\sqrt{2}$; 4) 8π ; 5) 4π
2	1) 52; 2) 10; 3) 120; 4) 60; 5) $\frac{120}{13}$; 6) $\frac{60}{13}$
3	1) 34; 2) $\frac{\sqrt{177}}{2}$; 3) 48; 4) 12
4	2; 3

Урок 17. ТРАПЕЦИЯ. ОКРУЖНОСТЬ*Ответы к заданиям урока*

№ задания	Ответ
1	1) 7, 13; 2) 28, 52
2	1) 10; 2) 12; 3) 120; 4) 48; 5) 48; 6) 72; 7) 72; 8) 19,2; 9) 28,8; 10) 43,2; 11) 28,8
3	65
4	100; 50

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ
1	1) 7; 2) 17
2	1) 13; 2) 12; 3) 162; 4) 6; 5) 6; 6) 156; 7) 156; 8) $\frac{6}{27}$; 9) $5\frac{21}{27}$
3	85
4	140; 70

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Введение</i>	3
-----------------------	---

ТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. Квадратичная функция	5
2. Неравенства	16
2.1. Квадратные неравенства	16
2.2. Метод интервалов	19
2.3. Неравенства с параметром	23
3. Уравнения	24
3.1. Целые уравнения	24
3.2. Графический способ решения уравнений	27
3.3. Уравнения с параметром	34
4. Системы уравнений	35
4.1. Способы решения систем уравнений	35
4.2. Графический способ решения систем уравнений	38
4.3. Системы уравнений с параметром	50
4.4. Текстовые задачи	51
5. Прогрессии	56
5.1. Арифметическая прогрессия	56
5.2. Геометрическая прогрессия	60
6. Степень	64
6.1. Корень n -й степени	64
6.2. Степень с рациональным показателем	68

ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ВАРИАНТЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Вариант 1	73
Вариант 2	79

<i>ПРИЛОЖЕНИЕ. Задания для уроков обобщения и повторения</i>	85
Урок 1. Числа и вычисления	85
Урок 2. Текстовые задачи	88
Урок 3. Текстовые задачи	90

Урок 4. Алгебраические выражения	94
Урок 5. Алгебраические выражения	96
Урок 6. Уравнения	98
Урок 7. Системы уравнений	101
Урок 8. Неравенства	103
Урок 9. Функции и графики	107
Урок 10. Прогрессии	113
Урок 11. Статистика и теория вероятностей	116
Урок 12. Сложение и умножение вероятностей	122
Урок 13. Задания с практическим содержанием	126
Урок 14. Начальные понятия геометрии. Треугольник	144
Урок 15. Треугольник	147
Урок 16. Квадрат. Ромб. Параллелограмм	149
Урок 17. Трапеция. Окружность	151
<i>Указания к тематическим заданиям</i>	154
<i>Ответы</i>	175

ДЛЯ ЗАМЕТОК

ДЛЯ ЗАМЕТОК

**ЭФФЕКТИВНАЯ
ПОДГОТОВКА
К ОГЭ**

ОГЭ 2021



УСПЕХ НА ОГЭ ГАРАНТИРОВАН!

НАСТОЯЩЕЕ ИЗДАНИЕ СОДЕРЖИТ:

- тематические задания;
- тренировочные варианты ОГЭ;
- задания для уроков обобщения и повторения;
- ответы и критерии оценивания.

МАТЕМАТИКА

ТЕМАТИЧЕСКИЕ
ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ

Аналогичные учебные пособия выходят по основным предметам: русскому языку, математике, истории, обществознанию, биологии, географии, физике, химии и информатике.

Для комплексной подготовки к ОГЭ выходят серии:

- Тренировочные варианты
- Тематические тренировочные задания
- Сборник заданий
- Универсальный справочник