ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

2020-2021 УЧЕБНЫЙ ГОД

МОСКОВСКАЯ ОБЛАСТЬ
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП

9 класс

8 заданий по 5 баллов
(максимум 40 баллов)
продолжительность 80 минут

Задание №1. Верные утверждения

Вариант 1 задания №1

Отметьте все верные утверждения и только их.

а) Если стороны равнобедренного треугольника равны 5 и 8, то его периметр обязательно равен 21.

б) В каждом разностороннем треугольнике найдётся угол меньше 60 градусов.

в) Существует ровно 9 способов выбрать 3 предмета из 5, лежащих на столе.

г) Каждое натуральное число имеет хотя бы два различных натуральных делителя.

д) Для всех x, y справедливо $x^5 - y^5 = (x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4)$

Решение:

а) Нет, не обязательно, у треугольника со сторонами 8, 5 и 5, периметр равен 18.

б) Так как треугольник разносторонний, то у него все углы разные. Так как сумма трех углов 180 градусов, то если бы не нашлось угла, меньшего 60 градусов, то все углы были бы хотя бы 60 градусов, при этом так как они различные, то сумма превысила бы 180 градусов. Значит, обязательно найдется угол, меньший 60 градусов.

в) Первый предмет, лежащий на столе мы можем выбрать 5 способами, второй 4 способами, третий 3 способами. Так как тройки ABC, ACB, BCA, BAC, CBA, CAB это один и тот же набор из 3 предметов, то каждую ситуацию мы посчитали 6 раз, итого способов: $\dfrac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} = 10$. Утверждение неверно.

г) Нет, неверно, у 1 ровно 1 натуральный делитель.

д) Если раскрыть скобки справа, то получается выражение слева, да, утверждение верно.

Ответ: а, д.

Вариант 2 задания №1

Отметьте все верные утверждения и только их.

а) Если стороны равнобедренного треугольника равны 5 и 9, то его периметр обязательно равен 23.

б) В каждом разностороннем треугольнике найдётся угол больше 60 градусов.

в) Существует ровно 10 способов выбрать 3 предмета из 5, лежащих на столе.

г) Каждое натуральное число делится на хотя бы одно простое число.

д) Для всех x, y справедливо $x^5 + y^5 = (x + y)(x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3 + y^4)$

Решение:

а) Нет, неверно, у треугольника со сторонами 5, 5 и 9, периметр равен 19.

б) Так как треугольник разносторонний, то у него все углы разные. Так как сумма трех углов 180 градусов, то если бы не нашлось угла, большего 60 градусов, то все углы были бы не больше 60 градусов, при этом так как они различные, то сумма была бы меньше 180 градусов. Значит, обязательно найдется угол, больший 60 градусов.

в) Первый предмет, лежащий на столе мы можем выбрать 5 способами, второй 4 способами, третий 3 способами. Так как тройки ABC, ACB, BCA, BAC, CBA, CAB это один и тот же набор из 3 предметов, то каждую ситуацию мы посчитали 6 раз, итого способов: $\dfrac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} = 10$. Утверждение верно.

г) Нет, неверно, 1 не делится ни на какое простое число.

д) Если раскрыть скобки в выражении справа и привести подобные слагаемые, получается выражение слева. Утверждение верно.

Ответ: б, в, д.

Вариант 3 задания №1

Отметьте все верные утверждения и только их.

а) Если стороны равнобедренного треугольника равны 5 и 10, то его периметр обязательно равен 25.

б) В каждом разностороннем треугольнике найдётся угол, равный 60 градусам.

в) Существует ровно 11 способов выбрать 3 предмета из 5, лежащих на столе.

г) Если натуральное число имеет ровно два различных натуральных делителя, то это число простое.

д) Для всех x, y справедливо $x^6 + y^6 = (x + y)(x^5 - x^4y + x^3y^3 - xy^4 + y^5)$

Решение:

а) Да, верно, так как есть только комбинация сторон 5, 10 и 10 (треугольник со сторонами 5, 5 и 10 не существует из-за неравенства треугольника).

б) Не обязательно, например треугольник с углами 30, 45 и 105 градусов.

в) Первый предмет, лежащий на столе мы можем выбрать 5 способами, второй 4 способами, третий 3 способами. Так как тройки ABC, ACB, BCA, BAC, CBA, CAB это один и тот же набор из 3 предметов, то каждую ситуацию мы посчитали 6 раз, итого способов: $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} = 10$. Утверждение верно.

г) Да, верно, это определение простого числа.

д) Нет, неверно. Если раскрыть справа скобки и привести подобные, левая часть не получится. Например, утверждение не выполняется для $x = 1$ и $y = 2$.

Ответ: а, в, г.

Задание №2. Интересные числа

Вариант 1 задания №2

Назовём трёхзначное число интересным, если произведение его цифр больше суммы его цифр. Найдите наименьшее интересное трёхзначное число.

Решение:

Заметим, что если в числе есть ноль, то произведение его цифр равно 0 и оно заведомо меньше суммы цифр. Значит, среди чисел 100 - 110, 120 интересных точно нет. У чисел вида $\overline{11a}$ произведение равно a, сумма равна $a+2$, значит они тоже не могу быть интересными. Среди чисел вида $\overline{12a}$ произведение равно $2a$, сумма равна $a+3$, тогда наименьшее a такое, что $2a > a+3$ это $a = 4$, которое соответствует числу 124.

Ответ: 124

Вариант 2 задания №2

Назовём трёхзначное число интересным, если произведение его цифр меньше суммы его цифр. Найдите наибольшее интересное трёхзначное число.

Решение:

Заметим, что среди чисел вида $\overline{99a}$ произведение равно $81a$, а сумма равна $18+a$. Получаем, что при $a = 0$ произведение цифр меньше суммы цифр (при остальных a выполняется неравенство $81a > 18+a$), поэтому 990 - наибольшее трехзначное интересное число.

Ответ: 990

Задание №3. Установите соответствие

Вариант 1 задания №3

За круглым столом сидели четыре девушки (у каждой свое имя и свой уникальный цвет волос). Рыжая сидела напротив Иры, рядом с блондинкой. Русая сидела рядом с Алёной. Соседки Юли — Лиза и брюнетка. Установите соответствие между девушками и цветом волос.

а) Рыжая	1) Ира
б) Блондинка	2) Юля
в) Русая	3) Алёна
г) Брюнетка	4) Лиза

Решение:

Заметим, что Ира не может быть рыжей и блондинкой. Значит, она — или брюнетка, или русая. Если Ира — брюнетка, то Юля сидела между брюнеткой Ирой и рыжей Лизой, но тогда русая не может сидеть рядом с Аленой — противоречие. Значит, Ира — русая, тогда брюнетка обязательно Алена (не может быть Юля и Лиза, так как Юля сидит рядом с брюнеткой и Лизой), тогда напротив Иры обязательно сидела Юля (рядом с Юлей сидит Лиза и брюнетка Алена), значит, Юля — рыжая и Лиза — блондинка.

Ответ: Ира — русая, Юля — рыжая, Лиза — блондика, Алена — брюнетка.

Вариант 2 задания №3

Три друга — Дима, Вова и Игорь — преподают геометрию, комбинаторику и теорию чисел в школах Санкт-Петербурга, Орла и Белграда. Дима работает не в Орле, Вова — не в Санкт-Петербурге, петербуржец преподает теорию чисел, орловец — не комбинаторику, Вова — не геометрию. Какой предмет преподает каждый из них? (Установите соответствие)

а) Дима
б) Вова
в) Игорь

1) комбинаторика
2) геометрия
3) теория чисел

Решение:

Посмотрим на то, что преподает Вова: он не из Санкт-Петербурга, значит он преподает не теорию чисел, также он не преподает геометрию, значит, он преподает комбинаторику. Заметим, что Орловец преподает не комбинаторику, значит, Вова не из Санкт-Петербурга и не из Орла, то есть из Белграда. Так как Дима работает не в Орле, значит, он из Санкт-Петербурга и преподает теорию чисел. Остается Игорь из Орла, который преподает геометрию.

Ответ: Вова — комбинаторику, Дима — теорию чисел, Игорь — геометрию.

Вариант 3 задания №3

Три друга — Дима, Вова и Игорь — преподают геометрию, комбинаторику и теорию чисел в школах Санкт-Петербурга, Орла и Белграда. Дима работает не в Орле, Вова — не в Санкт-Петербурге, петербуржец преподает теорию чисел, орловец — не комбинаторику, Вова — не геометрию. В каком городе преподает каждый из них? (Установите соответствие)

а) Дима
б) Вова
в) Игорь

1) Белград
2) Орёл
3) Санкт-Петербург

Решение:

Посмотрим на то, что преподает Вова: он не из Санкт-Петербурга, значит он преподает не теорию чисел, также он не преподает геометрию, значит, он преподает комбинаторику. Заметим, что Орловец преподает не комбинаторику, значит, Вова не из Санкт-Петербурга и не из Орла, то есть из Белграда. Так как Дима работает не в

Орле, значит, он из Санкт-Петербурга и преподает теорию чисел. Остается Игорь из Орла, который преподает геометрию.

Ответ: Вова из Белграда, Дима из Санкт-Петербурга, Игорь из Орла.

Задание №4. Арбузы на день рождения

Вариант 1 задания №4

Компания для дня рождения купила в магазине 6 арбузов общей массой 30 кг. Масса каждого арбуза не превышает 10 кг. Какого наименьшего количества пакетов ЗАВЕДОМО хватит, чтобы унести все арбузы, если один пакет выдерживает груз массой не более 10 кг (масса арбуза может быть не целым числом).

Решение:

Докажем, что 4 пакетов не хватит. Для этого возьмем арбузы массой 6 кг, 6 кг, 6 кг, 6 кг, 5 кг и 1 кг, Нетрудно заметить, что унести в 4 пакетах эти арбузы не удастся (в любой пакет с арбузом в 6 кг нельзя положить 5 кг арбуз, значит, пакетов нужно не менее 5). Докажем, что 5 пакетов всегда хватит. Упорядочим арбузы по невозрастанию массы: сначала самый тяжелый (если таких несколько, выберем любой из них), потом легче и т.д. Посмотрим на сумму в этом ряду четвертого арбуза и последнего (шестого): если их можно положить в один пакет, то 5 пакетов заведомо хватит, так как осталось 4 арбуза; если их нельзя положить в один пакет, их сумма больше 10 кг, тогда четвертый арбуз весит больше 5 кг, значит, первый, второй и третий также весят больше 5 кг, но тогда суммарный вес пятого и шестого арбуза должны быть меньше 10 кг и их можно поместить в последний пятый пакет (для первых четырех арбузов четырех пакетов хватит).

Ответ: 5 пакетов

Вариант 2 задания №4

Компания для дня рождения купила в магазине 8 арбузов общей массой 48 кг. Масса каждого арбуза не превышает 12 кг. Какого наименьшего количества пакетов ЗАВЕДОМО хватит, чтобы унести все арбузы, если один пакет выдерживает груз массой не более 12 кг (масса арбуза может быть не целым числом).

Решение:

Докажем, что 6 пакетов не хватит. Для этого возьмем арбузы массой 7 кг, 7 кг, 7 кг, 7 кг, 7 кг, 7 кг, 5,5 кг и 0,5 кг, Нетрудно заметить, что унести в 6 пакетах эти арбузы не удастся (в любой пакет с арбузом в 7кг нельзя положить арбуз с весом 5,5 кг, значит, пакетов нужно не менее 7). Докажем, что 7 пакетов всегда хватит. Упорядочим арбузы по невозрастанию массы: сначала самый тяжелый (если таких несколько, выберем любой из них), потом легче и т.д. Посмотрим на сумму в этом ряду шестого арбуза и последнего (восьмого): если их можно положить в один пакет, то 7 пакетов заведомо хватит, так как осталось 6 арбузов; если их нельзя положить в один пакет, их сумма больше 12 кг, тогда шестой арбуз весит больше 6 кг, значит, первый, второй, третий, четвертый и пятый также весят больше 6 кг, но тогда суммарный вес седьмого и восьмого арбуза должны быть меньше $48-36=12$ кг и их можно поместить в последний седьмой пакет (для первых шести арбузов шести пакетов хватит).

Ответ: 7 пакетов

Вариант 3 задания №4

Компания для дня рождения купила в магазине 5 арбузов общей массой 30 кг. Масса каждого арбуза не превышает 12 кг. Какого наименьшего количества пакетов ЗАВЕДОМО хватит, чтобы унести все арбузы, если один пакет выдерживает груз массой не более 12 кг (масса арбуза может быть не целым числом).

Решение:

Докажем, что 3 пакетов не хватит. Для этого возьмем арбузы массой 7 кг, 7 кг, 7 кг, 7 кг и 2 кг, Нетрудно заметить, что унести в 3 пакетах эти арбузы не удастся (для любого арбуза весом в 7 кг нужен отдельный пакет). Докажем, что 4 пакетов всегда хватит. Упорядочим арбузы по невозрастанию массы: сначала самый тяжелый (если таких несколько, выберем любой из них), потом легче и т.д. Посмотрим на сумму в этом ряду третьего арбуза и последнего (пятого): если их можно положить в один пакет, то 4 пакетов заведомо хватит, так как осталось 3 арбуза; если их нельзя положить в один пакет, их сумма больше 12кг, тогда третий арбуз весит больше 6 кг, значит, первый и второй также весят больше 6 кг, но тогда суммарный вес четвертого и пятого арбуза должны быть меньше $30 - 18 = 12$ кг и их можно поместить в последний седьмой пакет (для первых трех арбузов трех пакетов хватит).

Ответ: 4 пакетов

Задание №5. Злой учитель

Вариант 1 задания №5

Учитель ставит ученику двойку, если в домашней работе решено менее трёх задач. Кроме того, если у двух учеников наборы решённых задач (независимо от порядка) совпадают, то учитель считает, что они списали, и ставит им обоим двойку. В иных случаях учитель, так и быть, двойку не ставит. В классе 30 учеников.
Укажите наибольшее число задач, которое злой учитель может задать на дом так, чтобы обязательно кто-нибудь получил двойку.

Решение:

Пусть на дом задано n задач, тогда всего комбинаций решенных задач 2^n (каждую из задач ученик может решить или не решить). Вычтем из этих комбинаций комбинации, когда решено менее 3 задач: 1 комбинация, когда ничего не решено; n комбинаций, когда решена 1 задача; $\frac{n(n-1)}{2}$, когда решено две задачи (первую решенную можно выбрать n способами, вторую $(n-1)$, при этом нам не важен порядок, поэтому делим на 2. Итого получаем, что уникальных комбинаций, за которые учитель не поставит оценку «2»: $2^n-1-n-\frac{n(n-1)}{2}$. Для того, чтобы кто-нибудь обязательно получил оценку «2», это число должно быть меньше, чем число учеников в классе (чтобы у каких-то двух комбинация задач совпадала). Получаем неравенство: $2^n-1-n-\frac{n(n-1)}{2}<30$ наибольшее n, удовлетворяющее этому неравенству это $n=5$.

Ответ: 5 задач

Вариант 2 задания №5

Учитель ставит ученику двойку, если в домашней работе решено менее трёх задач. Кроме того, если у двух учеников наборы решённых задач (независимо от порядка) совпадают, то учитель считает, что они списали, и ставит им обоим двойку. В иных случаях учитель, так и быть, двойку не ставит. В классе 50 учеников.
Укажите наибольшее число задач, которое злой учитель может задать на дом так, чтобы обязательно кто-нибудь получил двойку.

Решение:

Пусть на дом задано n задач, тогда всего комбинаций решенных задач 2^n (каждую из задач ученик может решить или не решить). Вычтем из этих комбинаций комбинации, когда решено менее 3 задач: 1 комбинация, когда ничего не решено; n комбинаций, когда решена 1 задача; $\frac{n(n-1)}{2}$, когда решено две задачи (первую решенную можно выбрать n способами, вторую $(n-1)$, при этом нам не важен порядок, поэтому делим на 2. Итого получаем, что уникальных комбинаций, за которые учитель не поставит оценку «2»: $2^n-1-n-\frac{n(n-1)}{2}$. Для того, чтобы кто-нибудь обязательно получил оценку «2», это число должно быть меньше, чем число учеников в классе (чтобы у каких-то двух комбинация задач совпадала). Получаем неравенство: $2^n-1-n-\frac{n(n-1)}{2}<50$ наибольшее n, удовлетворяющее этому неравенству это $n=6$.

Ответ: 6 задач

Вариант 3 задания №5

Учитель ставит ученику двойку, если в домашней работе решено менее трёх задач. Кроме того, если у двух учеников наборы решённых задач (независимо от порядка) совпадают, то учитель считает, что они списали, и ставит им обоим двойку. В иных случаях учитель, так и быть, двойку не ставит. В классе 40 учеников.
Укажите наибольшее число задач, которое злой учитель может задать на дом так, чтобы обязательно кто-нибудь получил двойку.

Решение:

Пусть на дом задано n задач, тогда всего комбинаций решенных задач 2^n (каждую из задач ученик может решить или не решить). Вычтем из этих комбинаций комбинации, когда решено менее 3 задач: 1 комбинация, когда ничего не решено; n комбинаций, когда решена 1 задача; $\frac{n(n-1)}{2}$, когда решено две задачи (первую решенную можно выбрать n способами, вторую $(n-1)$, при этом нам не важен порядок, поэтому делим на 2. Итого получаем, что уникальных комбинаций, за которые учитель не поставит оценку «2»: $2^n-1-n-\frac{n(n-1)}{2}$. Для того, чтобы кто-нибудь обязательно получил оценку «2», это число должно быть меньше, чем число учеников в классе (чтобы у каких-то двух комбинация задач совпадала). Получаем неравенство: $2^n - 1 - n - \frac{n(n-1)}{2} < 40$ наибольшее n, удовлетворяющее этому неравенству это $n = 5$.

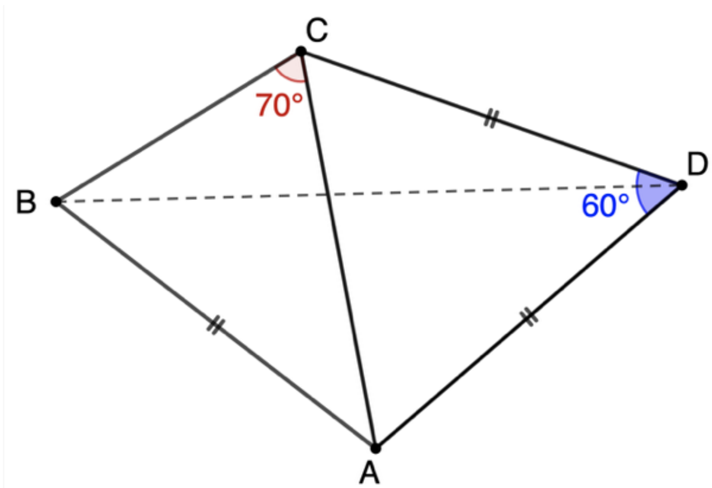
Ответ: 5 задач

Задание №6. Выпуклый четырехугольник

Вариант 1 задания №6

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $\angle ADC = 60^\circ$ и $AB = AD = DC$. Найдите $\angle ABD$, если $\angle BCA = 70^\circ$. Ответ дайте в градусах.

Решение:



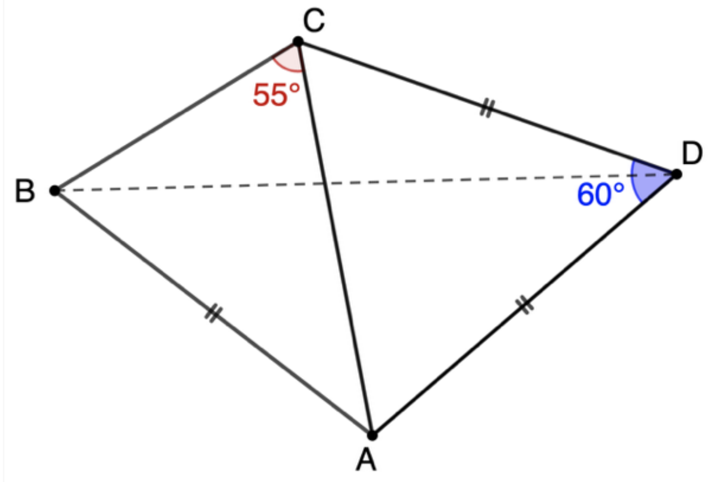
Заметим, что $\triangle ADC$ - равносторонний (равнобедренный с углом в 60°), тогда $AC = AD = AB$, откуда получаем, что $\triangle ACB$ - равнобедренный и $\angle ABC = \angle ACB = 70^\circ$. По сумме углов треугольника ABC получаем, что $\angle BAC = 40^\circ$. Рассмотрим равнобедренный треугольник BAD: $\angle BAD = 40^\circ + 60^\circ = 100^\circ$, откуда получаем, что $\angle BAD = \angle ADB = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BAD) = 40^\circ$.

Ответ: 40°

Вариант 2 задания №6

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $\angle ADC = 60^\circ$ и $AB = AD = DC$. Найдите $\angle ABD$, если $\angle BCA = 55^\circ$. Ответ дайте в градусах.

Решение:



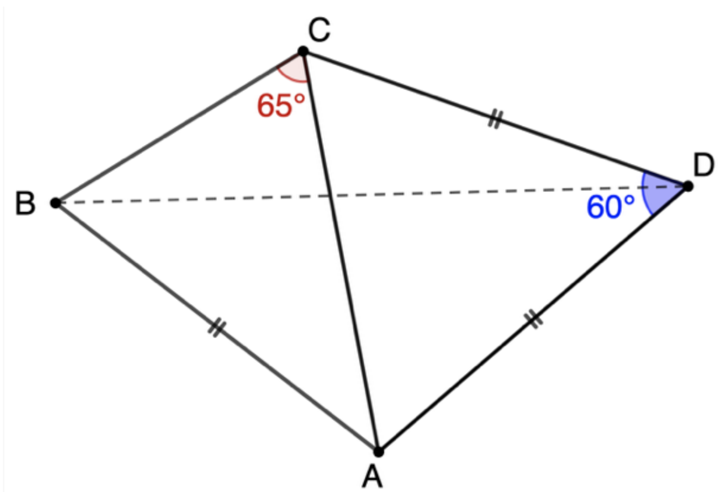
Заметим, что $\triangle ADC$ - равносторонний (равнобедренный с углом в $60°$), тогда $AC = AD = AB$, откуда получаем, что $\triangle ACB$ - равнобедренный и $\angle ABC = \angle ACB = 55°$. По сумме углов треугольника ABC получаем, что $\angle BAC = 70°$. Рассмотрим равнобедренный треугольник BAD: $\angle BAD = 70° + 60° = 130°$, откуда получаем, что $\angle BAD = \angle ADB = \frac{1}{2}(180° - \angle BAD) = 25°$.

Ответ: $25°$

Вариант 3 задания №6

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $\angle ADC = 60°$ и $AB = AD = DC$. Найдите $\angle ABD$, если $\angle BCA = 65°$. Ответ дайте в градусах.

Решение:



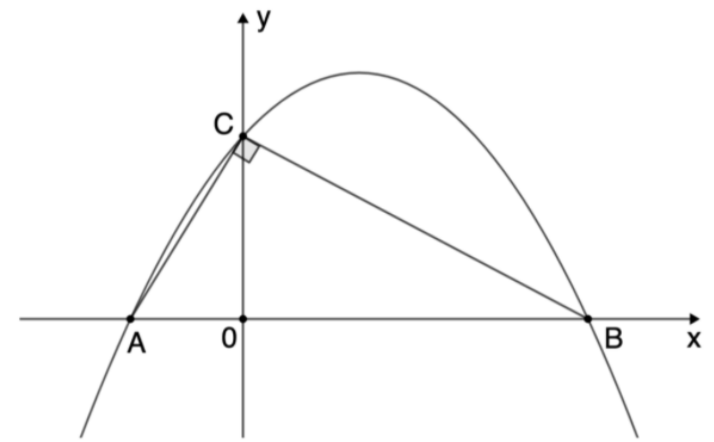
Заметим, что $\triangle ADC$ - равносторонний (равнобедренный с углом в 60°), тогда $AC = AD = AB$, откуда получаем, что $\triangle ACB$ - равнобедренный и $\angle ABC = \angle ACB = 65^\circ$. По сумме углов треугольника ABC получаем, что $\angle BAC = 50^\circ$. Рассмотрим равнобедренный треугольник BAD: $\angle BAD = 50^\circ + 60^\circ = 110^\circ$, откуда получаем, что $\angle BAD = \angle ADB = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BAD) = 35^\circ$.

Ответ: 35°

Задание №7. График квадратного трёхчлена

Вариант 1 задания №7

На координатной плоскости изображена парабола – график квадратного трёхчлена $y = ax^2 + bx + c$. Известны координаты точек $A\ (-5; 0)$ и $B\ (20; 0)$ – точек пересечения данной параболы с осью Ox. Точка C – пересечение данной параболы с осью Oy – расположена выше оси Ox. Также известно, что $\angle ACB = 90^\circ$.



Укажите старший коэффициент квадратного трёхчлена (т.е. число a).

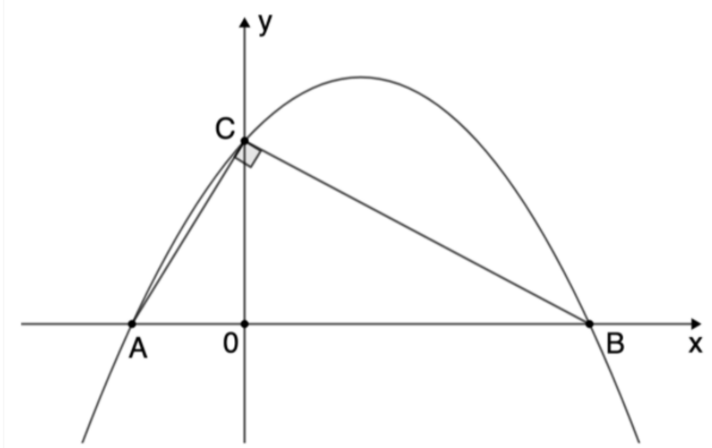
Решение:

Пусть O- начало координат, тогда в прямоугольном треугольнике ABC проведена высота CO. Так как $\angle CAB = 90^\circ - \angle CBA = \angle OCB$, то $\triangle OCB \sim \triangle CAB$, откуда получаем, что $OC^2 = AO \cdot OB = 100$ и $OC = 10$. С другой стороны, C имеет координаты $(0; c)$. По теореме Виета для квадратного трехчлена $c = ax_1x_2$, то есть $10 = a \cdot (-5) \cdot 20$, откуда получаем, что $a = -0,1$.

Ответ: $-0,1$

Вариант 2 задания №7

На координатной плоскости изображена парабола – график квадратного трёхчлена $y = ax^2 + bx + c$. Известны координаты точек $A\ (-\frac{1}{9}; 0)$ и $B\ (\frac{1}{4}; 0)$ – точек пересечения данной параболы с осью Ox. Точка C – пересечение данной параболы с осью Oy – расположена выше оси Ox. Также известно, что $\angle ACB = 90^\circ$.



Укажите старший коэффициент квадратного трёхчлена (т.е. число a).

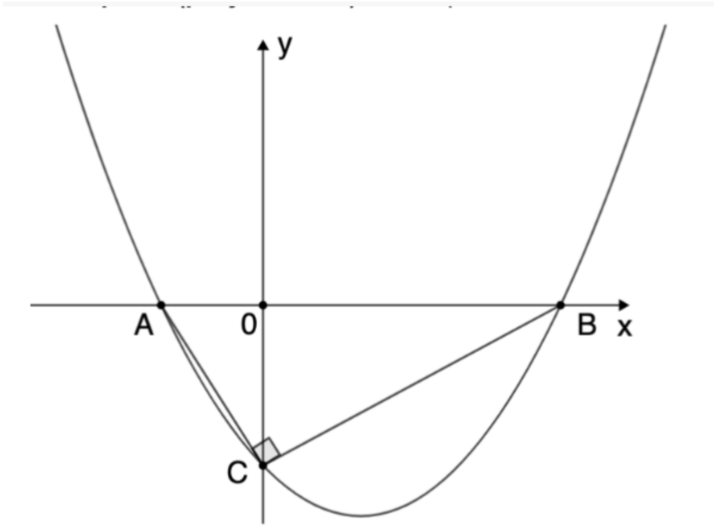
Решение:

Пусть O- начало координат, тогда в прямоугольном треугольнике ABC проведена высота CO. Так как $\angle CAB = 90^\circ - \angle CBA = \angle OCB$, то $\triangle OCB \sim \triangle CAB$, откуда получаем, что $OC^2 = AO \cdot OB = \frac{1}{36}$ и $OC = \frac{1}{6}$. С другой стороны, C имеет координаты $(0; c)$. По теореме Виета для квадратного трехчлена $c = ax_1x_2$, то есть $\frac{1}{6} = a \cdot (-\frac{1}{4}) \cdot \frac{1}{9}$, откуда получаем, что $a = -6$.

Ответ: -6

Вариант 3 задания №7

На координатной плоскости изображена парабола – график квадратного трёхчлена $y = ax^2 + bx + c$. Известны координаты точек A $(-\frac{1}{9}; 0)$ и B $(\frac{1}{4}; 0)$ – точек пересечения данной параболы с осью Ox. Точка C – пересечение данной параболы с осью Oy – расположена ниже оси Ox. Также известно, что $\angle ACB = 90^\circ$.



Укажите старший коэффициент квадратного трёхчлена (т.е. число a).

Решение:

Пусть O- начало координат, тогда в прямоугольном треугольнике ABC проведена высота CO. Так как $\angle CAB = 90^\circ - \angle CBA = \angle OCB$, то $\triangle OCB \sim \triangle CAB$, откуда получаем, что $OC^2 = AO \cdot OB = \frac{1}{36}$ и $OC = \frac{1}{6}$. С другой стороны, C имеет координаты $(0; c)$. По теореме Виета для квадратного трехчлена $c = ax_1x_2$, то есть $-\frac{1}{6} = a \cdot (-\frac{1}{9}) \cdot \frac{1}{4}$, откуда получаем, что $a = 6$.

Ответ: 6

Задание №8. Точки на координатной плоскости

Вариант 1 задания №8

Сколько точек (x, y) на координатной плоскости удовлетворяет условию

$$y^4 - x^2 = \sqrt{72x - 81x^2 - 16}\ ?$$

Впишите количество точек в виде целого числа.

Решение:

Преобразуем наше условие:
$y^4 - x^2 = \sqrt{-(9x-4)^2}$

Откуда получаем, что $x = \frac{4}{9}$ (ОДЗ выражения под корнем). Тогда получаем, что $y^4 - \frac{16}{81} = 0$ и $y = \pm\frac{2}{3}$.
Таким образом под условие подходят две точки: $(\frac{4}{9}; \pm\frac{2}{3})$.

Ответ: 2

Вариант 2 задания №8

Сколько точек (x, y) на координатной плоскости удовлетворяет условию

$$x^2 - y^4 = \sqrt{18x - 81x^2 - 1}\ ?$$

Впишите количество точек в виде целого числа.

Решение:

Преобразуем наше условие:
$x^2 - y^4 = \sqrt{-(9x-1)^2}$

Откуда получаем, что $x = \frac{1}{9}$ (ОДЗ выражения под корнем). Тогда получаем, что $\frac{1}{81} - y^4 = 0$ и $y = \pm\frac{1}{3}$.
Таким образом под условие подходят две точки: $(\frac{1}{9}; \pm\frac{1}{3})$.

Ответ: 2

ВЗЛЁТ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

Вариант 3 задания №8

Сколько точек (x, y) на координатной плоскости удовлетворяет условию

$$y^2 - x^2 = \sqrt{4x - 4x^2 - 1}\,?$$

Впишите количество точек в виде целого числа.

Решение:

Преобразуем наше условие:
$y^2 - x^2 = \sqrt{-(2x-1)^2}$

Откуда получаем, что $x = \frac{1}{2}$ (ОДЗ выражения под корнем). Тогда получаем, что $y^2 - \frac{1}{4} = 0$ и $y = \pm\frac{1}{2}$.
Таким образом под условие подходят две точки: $(\frac{1}{2}; \pm\frac{1}{2})$.

Ответ: 2