ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

2020-2021 УЧЕБНЫЙ ГОД

МОСКОВСКАЯ ОБЛАСТЬ
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП

8 класс

8 заданий по 5 баллов

(максимум 40 баллов)

продолжительность 80 минут

Задание №1. Верные утверждения

Вариант 1 задания №1

Напомним сначала, что 100! обозначает произведение всех натуральных чисел от 1 до 100. Дима решил вычислить на доске число $N = 100! + 7$. Выберите, какие из следующих утверждений про это число верны:

а) Это чётное число

б) Это нечётное число

в) Это простое число

г) Это составное число

д) Это целое число

Решение:

Так как число 100! заканчивается нулем, то число $100! + 7$ заканчивается семеркой, значит, оно - нечетное. Это число является целым. Так как в произведении $1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots 100$ есть множитель 7, то число $100! + 7$ делится нацело на 7, при этом оно не равно 7, значит, оно составное.

Ответ: б, г, д.

Вариант 2 задания №1

Напомним сначала, что 100! обозначает произведение всех натуральных чисел от 1 до 100. Дима решил вычислить на доске число $N = 100! + 11$. Выберите, какие из следующих утверждений про это число верны:

а) Это чётное число

б) Это нечётное число

в) Это простое число

г) Это составное число

д) Это целое число

Решение:

Так как число 100! заканчивается нулем, то число $100! + 11$ заканчивается единицей, значит, оно - нечетное. Это число является целым. Так как в произведении $1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots 100$ есть множитель 11, то число $100! + 11$ делится нацело на 11, при этом оно не равно 11, значит, оно составное.

Ответ: б, г, д.

Вариант 3 задания №1

Напомним сначала, что 100! обозначает произведение всех натуральных чисел от 1 до 100. Дима решил вычислить на доске число $N = 100! + 13$. Выберите, какие из следующих утверждений про это число верны:

а) Это чётное число

б) Это нечётное число

в) Это простое число

г) Это составное число

д) Это целое число

Решение:

Так как число 100! заканчивается нулем, то число $100! + 13$ заканчивается тройкой, значит, оно - нечетное. Это число является целым. Так как в произведении $1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots 100$ есть множитель 13, то число $100! + 13$ делится нацело на 13, при этом оно не равно 13, значит, оно составное.

Ответ: б, г, д.

Задание №2. Верные утверждения

Вариант 1 задания №2

Отметьте все верные утверждения и только их.

а) Если стороны равнобедренного треугольника равны 5 и 8, то его периметр обязательно равен 21.

б) В каждом разностороннем треугольнике найдётся угол меньше 60 градусов.

в) Существует ровно 9 способов выбрать 3 предмета из 5, лежащих на столе.

г) Каждое натуральное число имеет хотя бы два различных натуральных делителя.

д) Для всех x, y справедливо $x^5 - y^5 = (x - y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4)$

Решение:

а) Нет, не обязательно, у треугольника со сторонами 8, 5 и 5, периметр равен 18.

б) Так как треугольник разносторонний, то у него все углы разные. Так как сумма трех углов 180 градусов, то если бы не нашлось угла, меньшего 60 градусов, то все углы были бы хотя бы 60 градусов, при этом так как они различные, то сумма превысила бы 180 градусов. Значит, обязательно найдется угол, меньший 60 градусов.

в) Первый предмет, лежащий на столе мы можем выбрать 5 способами, второй 4 способами, третий 3 способами. Так как тройки ABC, ACB, BCA, BAC, CBA, CAB это один и тот же набор из 3 предметов, то каждую ситуацию мы посчитали 6 раз, итого способов: $\dfrac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} = 10$. Утверждение неверно.

г) Нет, неверно, у 1 ровно 1 натуральный делитель.

д) Если раскрыть скобки справа, то получается выражение слева, да, утверждение верно.

Ответ: а, д.

Вариант 2 задания №2

Отметьте все верные утверждения и только их.

а) Если стороны равнобедренного треугольника равны 5 и 9, то его периметр обязательно равен 23.

б) В каждом разностороннем треугольнике найдётся угол больше 60 градусов.

в) Существует ровно 10 способов выбрать 3 предмета из 5, лежащих на столе.

г) Каждое натуральное число делится на хотя бы одно простое число.

д) Для всех x, y справедливо $x^5 + y^5 = (x + y)(x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3 + y^4)$

Решение:

а) Нет, неверно, у треугольника со сторонами 5, 5 и 9, периметр равен 19.

б) Так как треугольник разносторонний, то у него все углы разные. Так как сумма трех углов 180 градусов, то если бы не нашлось угла, большего 60 градусов, то все углы были бы не больше 60 градусов, при этом так как они различные, то сумма была бы меньше 180 градусов. Значит, обязательно найдется угол, больший 60 градусов.

в) Первый предмет, лежащий на столе мы можем выбрать 5 способами, второй 4 способами, третий 3 способами. Так как тройки ABC, ACB, BCA, BAC, CBA, CAB это один и тот же набор из 3 предметов, то каждую ситуацию мы посчитали 6 раз, итого способов: $\dfrac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} = 10$. Утверждение верно.

г) Нет, неверно, 1 не делится ни на какое простое число.

д) Если раскрыть скобки в выражении справа и привести подобные слагаемые, получается выражение слева. Утверждение верно.

Ответ: б, в, д.

Вариант 3 задания №2

Отметьте все верные утверждения и только их.

а) Если стороны равнобедренного треугольника равны 5 и 10, то его периметр обязательно равен 25.

б) В каждом разностороннем треугольнике найдётся угол, равный 60 градусам.

в) Существует ровно 11 способов выбрать 3 предмета из 5, лежащих на столе.

г) Если натуральное число имеет ровно два различных натуральных делителя, то это число простое.

д) Для всех x, y справедливо $x^6 + y^6 = (x + y)(x^5 - x^4y + x^3y^3 - xy^4 + y^5)$

Решение:

а) Да, верно, так как есть только комбинация сторон 5, 10 и 10 (треугольник со сторонами 5, 5 и 10 не существует из-за неравенства треугольника).

б) Не обязательно, например треугольник с углами 30, 45 и 105 градусов.

в) Первый предмет, лежащий на столе мы можем выбрать 5 способами, второй 4 способами, третий 3 способами. Так как тройки ABC, ACB, BCA, BAC, CBA, CAB это один и тот же набор из 3 предметов, то каждую ситуацию мы посчитали 6 раз, итого способов: $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} = 10$. Утверждение верно.

г) Да, верно, это определение простого числа.

д) Нет, неверно. Если раскрыть справа скобки и привести подобные, левая часть не получится. Например, утверждение не выполняется для $x = 1$ и $y = 2$.

Ответ: а, в, г.

Задание №3. Музеи

Вариант 1 задания №3

Во время каникул 23 школьника из 1«А» вместе с классным руководителем сходили в Третьяковскую галерею, 19 школьников сходили в Пушкинский музей, 5 школьников посетили Музей космонавтики. Какое наименьшее количество школьников могло быть в таком классе, если известно, что каждый мог посетить не более 2 музеев?

Решение:

Заметим, что в классе не могло быть меньше 24 школьников: если бы было максимум 23 школьника, то они все должны были бы сходить в Третьяковку, тогда 19 из них должны были бы посетить Пушкинский музей и остается 4 школьников для похода в третий музей. Так как в Музей космонавтики сходило 5, то минимум 1 человек должен был сходить во все три музея. Пример для 24 учеников в классе: 1-23 идут в Третьяковку, 1-19 идут в Пушкинский музей, 24 и 20-24 идут в Музей Космонавтики.

Ответ: 24 ученика.

Вариант 2 задания №3

Во время каникул 25 школьников из 1«Б» вместе с классным руководителем сходили в Третьяковскую галерею, 16 школьников сходили в Пушкинский музей, 10 школьников посетили Музей космонавтики. Какое наименьшее количество школьников могло быть в таком классе, если известно, что каждый мог посетить не более 2 музеев?

Решение:

Заметим, что в классе не могло быть меньше 26 школьников: если бы было максимум 25 школьника, то они все должны были бы сходить в Третьяковку, тогда 16 из них должны были бы посетить Пушкинский музей и остается 9 школьников для похода в третий музей. Так как в Музей космонавтики сходило 10, то минимум 1 человек должен был сходить во все три музея. Пример для 26 учеников в классе: 1-25 идут в Третьяковку, 1-16 идут в Пушкинский музей, 26 и 17-26 идут в Музей Космонавтики.

Ответ: 26 ученика.

ВЗЛЁТ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

Вариант 3 задания №3

Во время каникул 24 школьника из 1«В» вместе с классным руководителем сходили в Третьяковскую галерею, 15 школьников сходили в Пушкинский музей, 10 школьников посетили Музей космонавтики. Какое наименьшее количество школьников могло быть в таком классе, если известно, что каждый мог посетить не более 2 музеев?

Решение:

Заметим, что в классе не могло быть меньше 25 школьников: если бы было максимум 24 школьника, то они все должны были бы сходить в Третьяковку, тогда 15 из них должны были бы посетить Пушкинский музей и остается 9 школьников для похода в третий музей. Так как в Музей космонавтики сходило 10, то минимум 1 человек должен был сходить во все три музея. Пример для 25 учеников в классе: 1-24 идут в Третьяковку, 1-15 идут в Пушкинский музей, 25 и 16-25 идут в Музей Космонавтики.

Ответ: 25 учеников.

Задание №4. Установите соответствие

Вариант 1 задания №4

За круглым столом сидели четыре девушки (у каждой свое имя и свой уникальный цвет волос). Рыжая сидела напротив Иры, рядом с блондинкой. Русая сидела рядом с Алёной. Соседки Юли — Лиза и брюнетка. Установите соответствие между девушками и цветом волос.

а) Рыжая	1) Ира
б) Блондинка	2) Юля
в) Русая	3) Алёна
г) Брюнетка	4) Лиза

Решение:

Заметим, что Ира не может быть рыжей и блондинкой. Значит, она - или брюнетка, или русая. Если Ира — брюнетка, то Юля сидела между брюнеткой Ирой и рыжей Лизой, но тогда русая не может сидеть рядом с Аленой — противоречие. Значит, Ира — русая, тогда брюнетка обязательно Алена (не может быть Юля и Лиза, так как Юля сидит рядом с брюнеткой и Лизой), тогда напротив Иры обязательно сидела Юля (рядом с Юлей сидит Лиза и брюнетка Алена), значит, Юля — рыжая и Лиза — блондинка.

Ответ: Ира — русая, Юля — рыжая, Лиза — блондика, Алена — брюнетка.

Вариант 2 задания №4

Три друга — Дима, Вова и Игорь — преподают геометрию, комбинаторику и теорию чисел в школах Санкт-Петербурга, Орла и Белграда. Дима работает не в Орле, Вова — не в Санкт-Петербурге, петербуржец преподает теорию чисел, орловец — не комбинаторику, Вова — не геометрию. Какой предмет преподает каждый из них? (Установите соответствие)

а) Дима
б) Вова
в) Игорь

1) комбинаторика
2) геометрия
3) теория чисел

Решение:

Посмотрим на то, что преподает Вова: он не из Санкт-Петербурга, значит он преподает не теорию чисел, также он не преподает геометрию, значит, он преподает комбинаторику. Заметим, что Орловец преподает не комбинаторику, значит, Вова не из Санкт-Петербурга и не из Орла, то есть из Белграда. Так как Дима работает не в Орле, значит, он из Санкт-Петербурга и преподает теорию чисел. Остается Игорь из Орла, который преподает геометрию.

Ответ: Вова — комбинаторику, Дима — теорию чисел, Игорь — геометрию.

Вариант 3 задания №4

Три друга — Дима, Вова и Игорь — преподают геометрию, комбинаторику и теорию чисел в школах Санкт-Петербурга, Орла и Белграда. Дима работает не в Орле, Вова — не в Санкт-Петербурге, петербуржец преподает теорию чисел, орловец — не комбинаторику, Вова — не геометрию. В каком городе преподает каждый из них? (Установите соответствие)

а) Дима
б) Вова
в) Игорь

1) Белград
2) Орёл
3) Санкт-Петербург

Решение:

Посмотрим на то, что преподает Вова: он не из Санкт-Петербурга, значит он преподает не теорию чисел, также он не преподает геометрию, значит, он преподает комбинаторику. Заметим, что Орловец преподает не комбинаторику, значит, Вова не из Санкт-Петербурга и не из Орла, то есть из Белграда. Так как Дима работает не в

Орле, значит, он из Санкт-Петербурга и преподает теорию чисел. Остается Игорь из Орла, который преподает геометрию.

Ответ: Вова из Белграда, Дима из Санкт-Петербурга, Игорь из Орла.

Задание №5. Лишняя цифра

Вариант 1 задания №5

Даша, переписывая трехзначное число с доски, совершила ошибку и между первой и второй цифрой вписала лишнюю цифру N. В итоге она получила четырёхзначное число, которое больше изначального трёхзначного в 11 раз. Известно, что первоначальное трёхзначное число не делилось на 100. Если N=3, найдите первоначальное трёхзначное число. В ответ впишите любое одно (ровно одно) подходящее под условие трёхзначное число.

Решение:

Пусть первоначальное число было $\overline{abc}$, тогда новое число будет $\overline{a3bc}$. Запишем условие: $(c+10b+100a)\cdot 11 = 1000a+300+10b+c$, откуда получаем, что $10c+100b+100a = 300$. Правая часть делится нацело на 100, значит левая часть делится нацело на 100, откуда $c = 0$ (единственная цифра, которая делится нацело на 10), тогда, сократив, получаем, что $a+b = 3$. По условию число не должно делиться нацело на 100, значит получаем, что подходят числа 210 $(a = 2, b = 1)$ и 120 $(a = 1, b = 2)$.

Ответ: любое из чисел 120, 210.

Вариант 2 задания №5

Даша, переписывая трехзначное число с доски, совершила ошибку и между первой и второй цифрой вписала лишнюю цифру N. В итоге она получила четырёхзначное число, которое больше изначального трёхзначного в 11 раз. Известно, что первоначальное трёхзначное число не делилось на 100. Если N=5, найдите первоначальное трёхзначное число. В ответ впишите любое одно (ровно одно) подходящее под условие трёхзначное число.

Решение:

Пусть первоначальное число было $\overline{abc}$, тогда новое число будет $\overline{a5bc}$. Запишем условие: $(c+10b+100a)\cdot 11 = 1000a+500+10b+c$, откуда получаем, что $10c+100b+100a = 500$. Правая часть делится нацело на 100, значит левая часть делится нацело на 100, откуда $c = 0$ (единственная цифра, которая делится нацело на 10), тогда, сократив, получаем, что $a + b = 5$. По условию число не должно делиться нацело на 100, значит получаем, что подходят числа 410 ($a = 4, b = 1$), 320($a = 3, b = 2$), 230($a = 2, b = 3$) и 140 ($a = 1, b = 4$).

Ответ: любое из чисел 140, 230, 320, 410.

Вариант 3 задания №5

Даша, переписывая трехзначное число с доски, совершила ошибку и между первой и второй цифрой вписала лишнюю цифру N. В итоге она получила четырёхзначное число, которое больше изначального трёхзначного в 11 раз. Известно, что первоначальное трёхзначное число не делилось на 100. Если N=4, найдите первоначальное трёхзначное число. В ответ впишите любое одно (ровно одно) подходящее под условие трёхзначное число.

Решение:

Пусть первоначальное число было $\overline{abc}$, тогда новое число будет $\overline{a4bc}$. Запишем условие: $(c+10b+100a)\cdot 11 = 1000a+400+10b+c$, откуда получаем, что $10c+100b+100a = 400$. Правая часть делится нацело на 100, значит левая часть делится нацело на 100, откуда $c = 0$ (единственная цифра, которая делится нацело на 10), тогда, сократив, получаем, что $a + b = 4$. По условию число не должно делиться нацело на 100, значит получаем, что подходят числа 310 ($a = 3, b = 1$), 220 ($a = 2, b = 2$) и 130 ($a = 1, b = 3$).

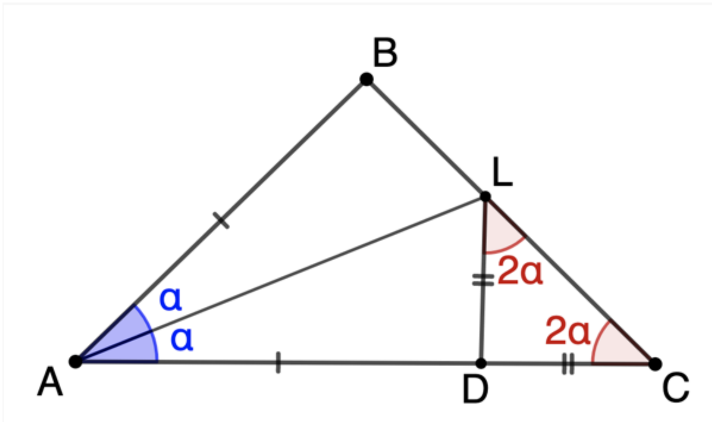
Ответ: любое из чисел 130, 220, 310.

Задание №6. Треугольник

Вариант 1 задания №6

На основании AC равнобедренного треугольника ABC отмечена точка D так, что $AD = AB$. В треугольнике провели биссектрису AL (точка L лежит на отрезке BC). Найдите градусную меру угла $\angle BCA$, если $DL = DC$. Ответ дайте в градусах.

Решение:



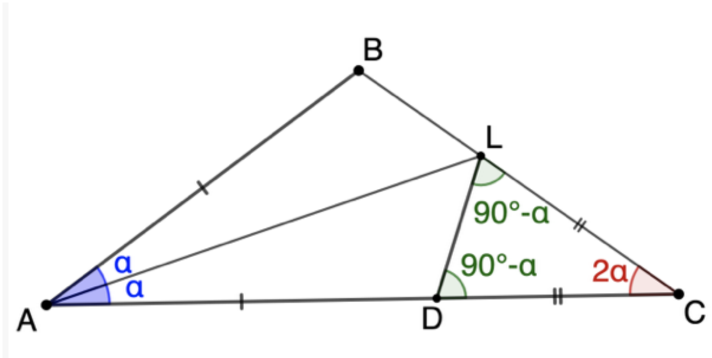
Пусть $\angle BAL = \angle DAL = \alpha$, тогда $\angle BCA = 2\alpha$, так как ABC - равнобедренный треугольник. С другой стороны, $\angle DLC = 2\alpha$, так как DCL - равнобедренный треугольник. $\triangle ALD = \triangle ALB$ по двум сторонам и углу между ними (AL - общая, $AD = AB$ по условию и $\angle LAB = \angle LAD$, так как AL - биссектриса), тогда $\angle ALB = \angle ALD = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle DLC) = 90^\circ - \alpha$, откуда получаем, что $\angle B = 90^\circ$ по сумме углов треугольника ABL. $\angle C = \angle BAC = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle B) = 45^\circ$.

Ответ: $\angle BCA = 45^\circ$.

Вариант 2 задания №6

На основании AC равнобедренного треугольника ABC отмечена точка D так, что $AD = AB$. В треугольнике провели биссектрису AL (точка L лежит на отрезке BC). Найдите градусную меру угла $\angle BCA$, если $DC = CL$. Ответ дайте в градусах.

Решение:



Пусть $\angle BAL = \angle DAL = \alpha$, тогда $\angle BCA = 2\alpha$, так как ABC - равнобедренный треугольник. Так как DCL - равнобедренный треугольник, то $\angle DLC = \angle LDC = \frac{1}{2}(180^\circ - 2\alpha) = 90^\circ - \alpha$. $\triangle ALD = \triangle ALB$ по двум сторонам и углу между ними (AL - общая, $AD = AB$ по условию и $\angle LAB = \angle LAD$, так как AL - биссектриса), тогда $\angle ALB = \angle ALD = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle DLC) = 45^\circ + \frac{1}{2}\alpha$. Тогда по сумме углов треугольника ABC получаем, что $\angle B = 180^\circ - 4\alpha$, а по сумме углов треугольника ABL получаем, что $\angle B = 180^\circ - 45^\circ - \frac{3}{2}\alpha$. Приравниваем и получаем, что $45^\circ = \frac{5}{2}\alpha$, откуда $\alpha = 18^\circ$ и $\angle ACB = 36^\circ$.

Ответ: 36°.

Задание №7. Дорога в школу

Вариант 1 задания №7

В понедельник Володя шел из дома в школу с постоянной скоростью. Во вторник он шел с такой же скоростью, но на середине пути у него случилась беда: порвалась лямка на портфеле и рассыпались все учебники. 5 минут он собирал учебники, и после этого побежал в школу со скоростью, в два раза больше предыдущей. Сколько времени заняла дорога у Володи в понедельник, если во вторник он потратил на дорогу столько же времени с учетом задержки? Ответ запишите в минутах (укажите только число минут, при необходимости округлите до сотых и запишите конечную десятичную дробь).

Решение:

Пусть S — расстояние между школой и домом Володи. Пусть v — скорость, с которой он шел в понедельник из дома в школу, тогда на весь путь он затратил время равное $\frac{S}{v}$. Во вторник первую половину пути он шел с той же скоростью, поэтому время, потраченное на этот путь равно $\frac{S}{2v}$. Вторую половину пути он побежал со скоростью $2v$, поэтому время, которое он потратил на вторую половину пути равно $\frac{S}{4v}$. Так как и во вторник, и в понедельник, время, потраченное на дорогу одинаковое, то получим уравнение: $\frac{S}{v} = \frac{S}{2v} + \frac{S}{4v} + 5$ $\frac{S}{4v} = 5$, откуда получаем, что $\frac{S}{v} = 20$.

Ответ: 20 минут заняла дорога у Володи в понедельник.

Вариант 2 задания №7

В понедельник Володя шел из дома в школу с постоянной скоростью. Во вторник он шел с такой же скоростью, но, когда до школы оставалось треть всего расстояния, у него случилась беда: порвалась лямка на портфеле и рассыпались все учебники. 5 минут он собирал учебники и после этого побежал в школу со скоростью, в два раза больше предыдущей. Сколько времени заняла дорога у Володи в понедельник, если во вторник он потратил на дорогу столько же времени с учетом задержки? Ответ запишите в минутах (укажите только число минут, при необходимости округлите до сотых и запишите конечную десятичную дробь).

Решение:

Пусть S — расстояние между школой и домом Володи. Пусть v — скорость, с которой он шел в понедельник из дома в школу, тогда на весь путь он затратил время равное $\frac{S}{v}$. Во вторник первые две трети пути он шел с той же скоростью, поэтому время, потраченное на этот путь равно $\frac{2S}{3v}$. Оставшуюся треть пути он побежал со скоростью $2v$, поэтому время, которое он потратил на вторую половину пути равно $\frac{S}{6v}$. Так как и во вторник, и в понедельник, время, потраченное на дорогу одинаковое, то получим уравнение: $\frac{S}{v} = \frac{2S}{3v} + \frac{S}{6v} + 5$ $\frac{S}{6v} = 5$, откуда получаем, что $\frac{S}{v} = 30$.

Ответ: 30 минут заняла дорога у Володи в понедельник.

Вариант 3 задания №7

В понедельник Володя шел из дома в школу с постоянной скоростью. Во вторник он шел с такой же скоростью, но, когда он отошел от дома на треть всего расстояния, у него случилась беда: порвалась лямка на портфеле и рассыпались все учебники. 5 минут он собирал учебники и после этого побежал в школу со скоростью, в два раза больше предыдущей. Сколько времени заняла дорога у Володи в понедельник, если во вторник он потратил на дорогу столько же времени с учетом задержки? Ответ запишите в минутах (укажите только число минут, при необходимости округлите до сотых и запишите конечную десятичную дробь).

Решение:

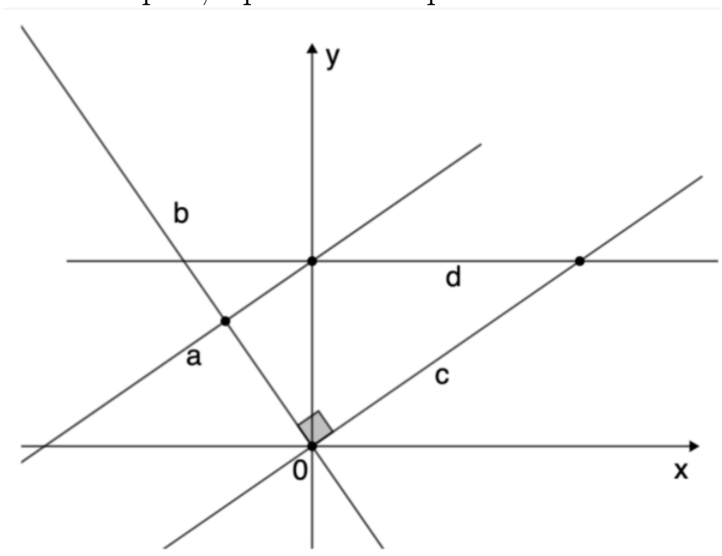
Пусть S — расстояние между школой и домом Володи. Пусть v — скорость, с которой он шел в понедельник из дома в школу, тогда на весь путь он затратил время равное $\frac{S}{v}$. Во вторник первую треть пути он шел с той же скоростью, поэтому время, потраченное на этот путь равно $\frac{S}{3v}$. Оставшиеся две трети пути он побежал со скоростью $2v$, поэтому время, которое он потратил на вторую половину пути равно $\frac{2S}{6v} = \frac{S}{3v}$. Так как и во вторник, и в понедельник, время, потраченное на дорогу одинаковое, то получим уравнение: $\frac{S}{v} = \frac{S}{3v} + \frac{S}{3v} + 5$ $\frac{S}{3v} = 5$, откуда получаем, что $\frac{S}{v} = 15$.

Ответ: 15 минут заняла дорога у Володи в понедельник.

Задание №8. Линейные функции

Вариант 1 задания №8

На координатной плоскости изображены графики четырёх линейных функций, содержащих стороны некоторой прямоугольной трапеции: прямые a и c параллельны, прямые b и c перпендикулярны и обе проходят через начало координат, прямые d и a пересекаются на оси Oy, прямые c и d пересекаются в первой четверти, прямые a и b пересекаются во второй четверти, прямая d параллельна оси Ox.



Соотнесите каждую из прямых a, c и d с функцией, графиком которой она является ($\delta \neq 0$):

а) $y = 2x$	1) a
б) $y = 6$	2) c
в) $y = 2x + \delta$	3) d

Найдите значение параметра δ и запишите уравнение функции, графиком которой служит прямая b.

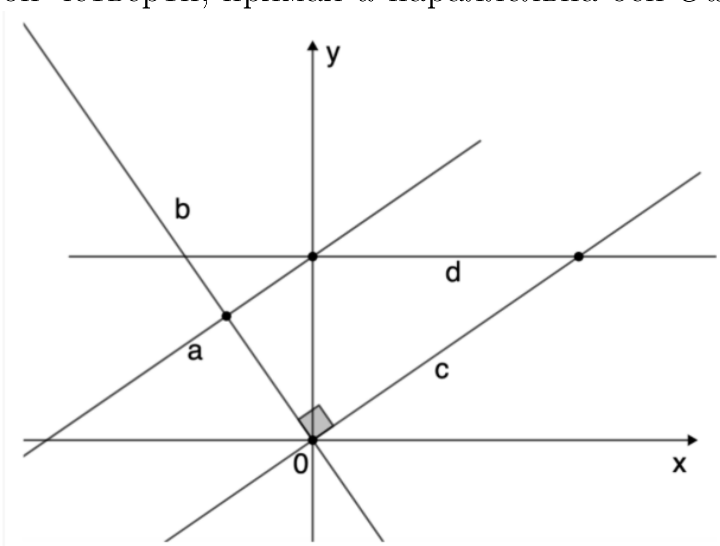
Решение:

Заметим, что график линейной функции, обозначенный c проходит через начало координат и имеет положительный угловой коэффициент, поэтому это функция $y = 2x$. График функции, обозначенный d постоянен при всех x, поэтому это $y = 6$. График, обозначенный a, параллелен графику c, откуда мы получаем, что это $y = 2x + \delta$. Мы знаем, что графики a и d пересекаются на оси ординат, то есть в точке $(0; 6)$, откуда мы получаем, что $6 = 2 \cdot 0 + \delta$ и $\delta = 6$. Условие перпендикулярности графиков линейных функций выглядит как то, что произведение их угловых коэффициентов равно -1, откуда мы получаем, что угловой коэффициент графика функции b это -0,5. Так как график функции b проходит через начало координат, то его вид $y = -0,5x$ (свободный коэффициент равен 0).

Ответ: а – 2, б – 3, в – 1; $\delta = 6$, $y = -0,5x$.

Вариант 2 задания №8

На координатной плоскости изображены графики четырёх линейных функций, содержащих стороны некоторой прямоугольной трапеции: прямые a и c параллельны, прямые b и c перпендикулярны и обе проходят через начало координат, прямые d и a пересекаются на оси Oy, прямые c и d пересекаются в первой четверти, прямые a и b пересекаются во второй четверти, прямая d параллельна оси Ox.



Соотнесите каждую из прямых a, c и d с функцией, графиком которой она является ($\gamma \neq 0$):

а) $y = x$ — 1) a

б) $y = 3$ — 2) c

в) $y = x + \gamma$ — 3) d

Найдите значение параметра γ и запишите уравнение функции, графиком которой служит прямая b.

Решение:

Заметим, что график линейной функции, обозначенный c проходит через начало координат и имеет положительный угловой коэффициент, поэтому это функция $y = x$. График функции, обозначенный d постоянен при всех x, поэтому это $y = 3$. График, обозначенный a, параллелен графику c, откуда мы получаем, что это $y = x + \gamma$.

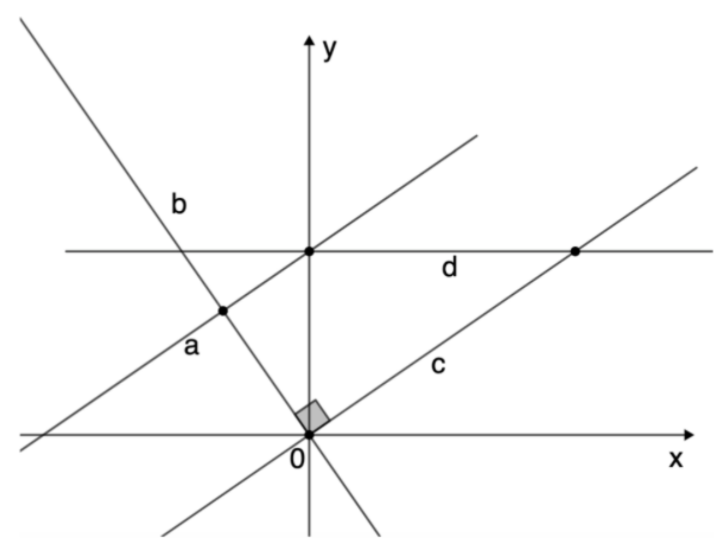
Мы знаем, что графики a и d пересекаются на оси ординат, то есть в точке $(0; 3)$, откуда мы получаем, что $3 = 0 + \gamma$ и $\gamma = 3$.

Условие перпендикулярности графиков линейных функций выглядит как то, что произведение их угловых коэффициентов равно -1, откуда мы получаем, что угловой коэффициент графика функции b это -1. Так как график функции b проходит через начало координат, то его вид $y = -x$ (свободный коэффициент равен 0).

Ответ: а – 2, б – 3, в – 1; $\gamma = 3$, $y = -x$.

Вариант 3 задания №8

На координатной плоскости изображены графики четырёх линейных функций, содержащих стороны некоторой прямоугольной трапеции: прямые a и c параллельны, прямые b и c перпендикулярны и обе проходят через начало координат, прямые d и a пересекаются на оси Oy, прямые c и d пересекаются в первой четверти, прямые a и b пересекаются во второй четверти, прямая d параллельна оси Ox.



Соотнесите каждую из прямых a, c и d с функцией, графиком которой она является ($\mu \neq 0$):

а) $y = 4x$ — 1) a
б) $y = 9$ — 2) c
в) $y = 4x + \mu$ — 3) d

Найдите значение параметра μ и запишите уравнение функции, графиком которой служит прямая b.

Решение:

Заметим, что график линейной функции, обозначенный c проходит через начало координат и имеет положительный угловой коэффициент, поэтому это функция $y = 4x$. График функции, обозначенный d постоянен при всех x, поэтому это $y = 9$. График, обозначенный a, параллелен графику c, откуда мы получаем, что это $y = 4x + \mu$.

Мы знаем, что графики a и d пересекаются на оси ординат, то есть в точке $(0; 9)$, откуда мы получаем, что $9 = 4 \cdot 0 + \mu$ и $\mu = 9$.

Условие перпендикулярности графиков линейных функций выглядит как то, что произведение их угловых коэффициентов равно -1, откуда мы получаем, что угловой коэффициент графика функции b это -0,25. Так как график функции b проходит через начало координат, то его вид $y = -0,25x$ (свободный коэффициент равен 0).

Ответ: а – 2, б – 3, в – 1; $\mu = 9$, $y = -0,25x$.