

**Система оценивания экзаменационной работы по математике
(профильный уровень)**

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ
1	5400
2	3
3	8
4	0,027
5	-9
6	14
7	-1
8	6
9	1
10	14
11	44
12	16
13	а) $\frac{1}{3\sqrt{3}}; \frac{1}{3}$ б) $\frac{1}{3}$
14	6
15	$(0; 1] \cup \{10\} \cup [100; +\infty)$
16	$6 - 3\sqrt{3}$
17	200 тыс.
18	$4; 3\sqrt{2} + 1; 7 - 3\sqrt{2}$
19	а) да б) нет в) 139



Решения и критерии оценивания заданий 13–19

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными.** За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

13 а) Решите уравнение $6\log_{27}^2 x + 5\log_{27} x + 1 = 0$
 б) Укажите корни этого уравнения, которые больше 0,3.

3^{1,5} = 3¹ · 3^{0,5} = 3 · √3

а) Обоз: $x > 0$
 Пусть $\log_{27} x = t$
 $6t^2 + 5t + 1 = 0$
 $D = 1$
 $t = \frac{-5 \pm 1}{12}$

$t = -\frac{1}{2}$ $t = -\frac{1}{3}$
 $\log_{27} x = -\frac{1}{2}$ $\log_{27} x = -\frac{1}{3}$
 $x = (27)^{-\frac{1}{2}} = (3^3)^{-\frac{1}{2}} = 3^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{3^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{3 \cdot \sqrt{3}}$ $x = (27)^{-\frac{1}{3}} = (3^3)^{-\frac{1}{3}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

б) Сравним

$\frac{1}{3}$	>	0,3
$\frac{1}{3}$	>	$\frac{3}{10}$
$\frac{10}{30}$	>	$\frac{9}{30}$
Сравним		
$\frac{1}{3\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3}$	<	$\frac{3}{10}$
$\frac{\sqrt{3}}{90}$	<	$\frac{3}{10}$
$\frac{10\sqrt{3}}{90}$	<	$\frac{27}{90}$
$\sqrt{300}$	<	$\sqrt{729}$

Источники:
 Ященко 2020 (36 вар)
 Ященко 2019 (36 вар)
 Основная волна 2016

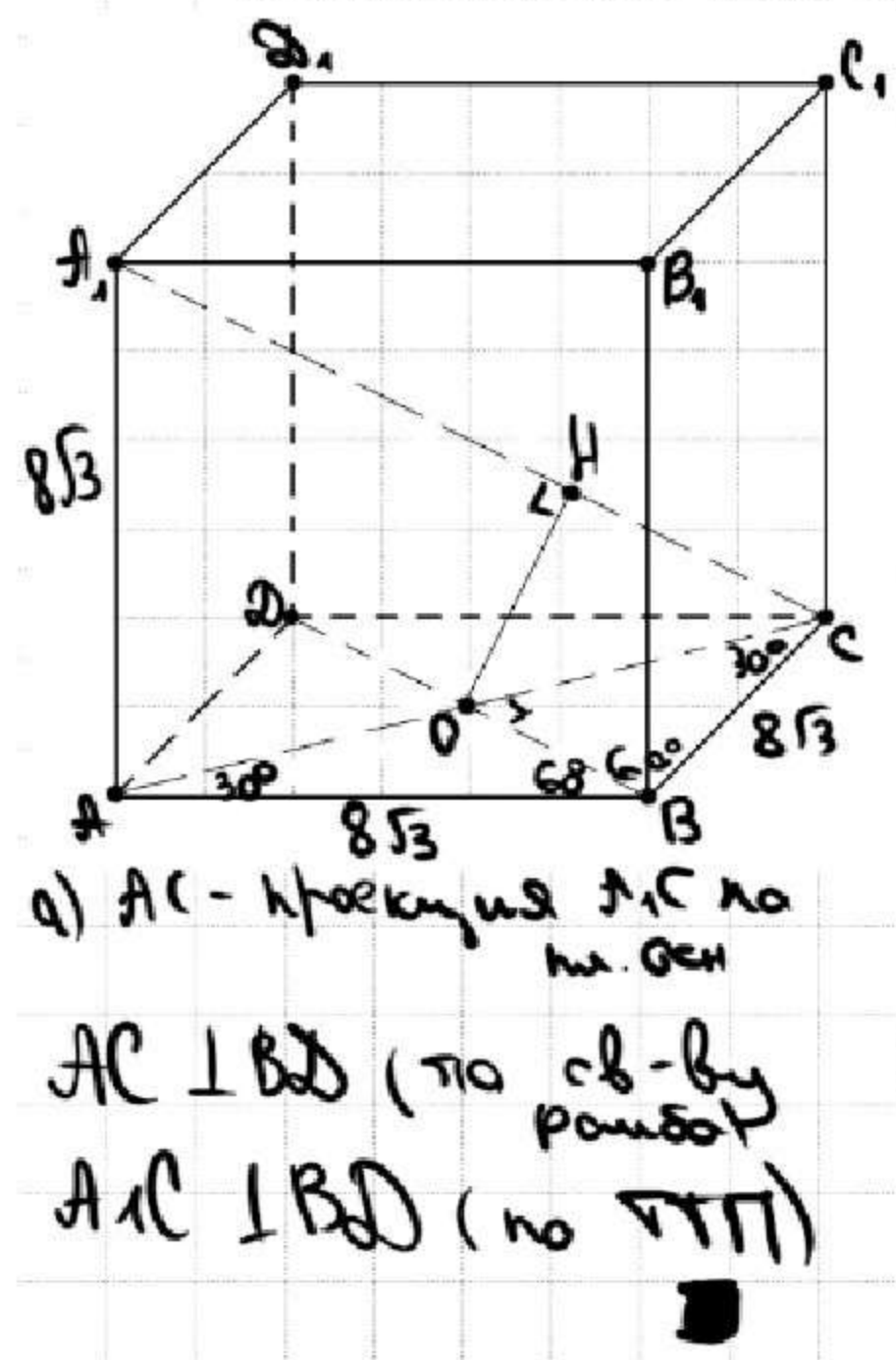
ОТВЕТ: а) $\frac{1}{3\sqrt{3}}, \frac{1}{3}$
 б) $\frac{1}{3}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2



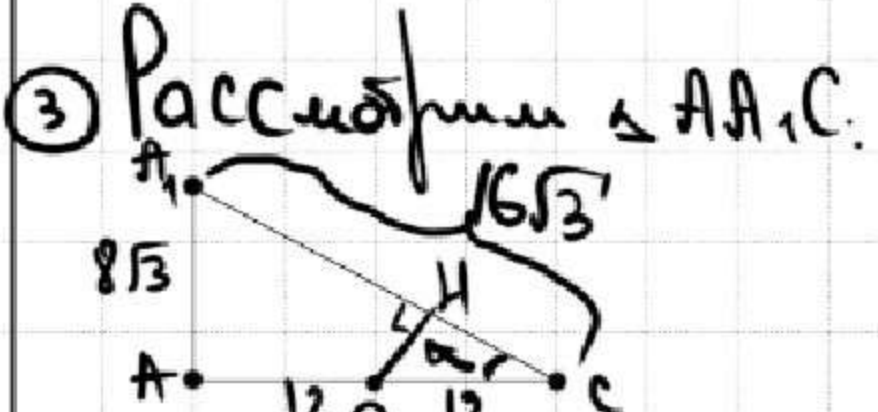
14 Основание прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – ромб $ABCD$ с углом 120° при вершине D , а боковые грани призмы – квадраты.

- а) Докажите, что прямые $A_1 C$ и $B D$ перпендикулярны.
 б) Найдите расстояние между этими прямыми, если сторона основания призмы равна $8\sqrt{3}$.



δ) Пусть $AC \cap BD = O$
 OM – расстояние до $A_1 C$
 $\{ OM \perp A_1 C$
 $\{ OM \perp BD$ (по ТТТ)
 $\Rightarrow OM$ – искомое расстояние

② $\cos \angle OAB = \frac{AO}{AB}$
 $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AO}{8\sqrt{3}}$ $AC = 12$
 $AC = 24$



$\sin \angle C = \frac{AA_1}{A_1 C} = \frac{OM}{OC}$
 $\frac{8\sqrt{3}}{16\sqrt{3}} = \frac{OM}{12}$

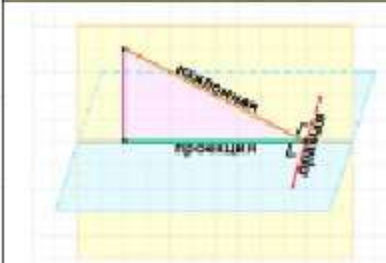
ОТВЕТ: 6

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Источники:

Гордиш #14 2019

ТЕОРЕМА О ТРЁХ ПЕРПЕНДИКУЛАХ



Прямая, проведённая в плоскости и перпендикулярная проекции наклонной на эту плоскость, перпендикулярна и самой наклонной (ТТП)

Прямая, проведённая в плоскости и перпендикулярная наклонной, перпендикулярна и проекции наклонной на эту плоскость (Теорема, обратная ТТП)

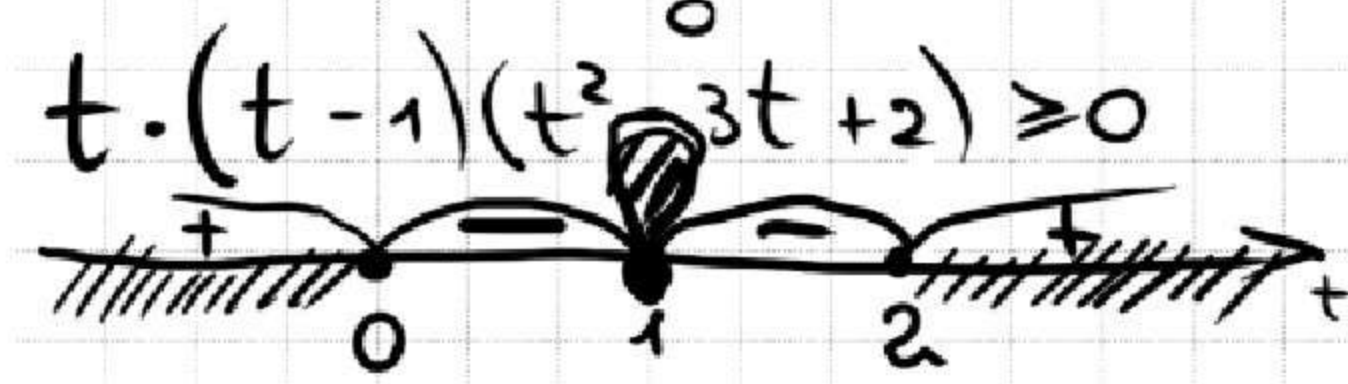
РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ПРЯМЫМИ

Расстояние между скрещивающимися прямыми – это длина общего перпендикуляра, проведённого к этим прямым

15 Решите неравенство $\lg^4 x - 4 \lg^3 x + 5 \lg^2 x - 2 \lg x \geq 0$

Пусть $\lg x = t$
 $t^4 - 4t^3 + 5t^2 - 2t \geq 0$
 $t \cdot (t^3 - 4t^2 + 5t - 2) \geq 0$
 Заметим, что при подстановке $t=1$
 $t^3 - 4t^2 + 5t - 2 = 0$ в нуль

$$\begin{array}{r|l} t^3 - 4t^2 + 5t - 2 & t-1 \\ \hline t^3 - t^2 & \\ \hline -3t^2 + 5t & \\ -3t^2 + 3t & \\ \hline 2t - 2 & \\ 2t - 2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$



ОТВЕТ: $(0; 1] \cup \{10\} \cup [100; +\infty)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

При этом в первом случае выставления 1 балла допускаются только ошибки в строгости неравенства: «<» вместо «≤», или наоборот. Если в ответ включено значение переменной, при котором одна из частей неравенства не имеет смысла, то следует выставлять оценку «0 баллов».

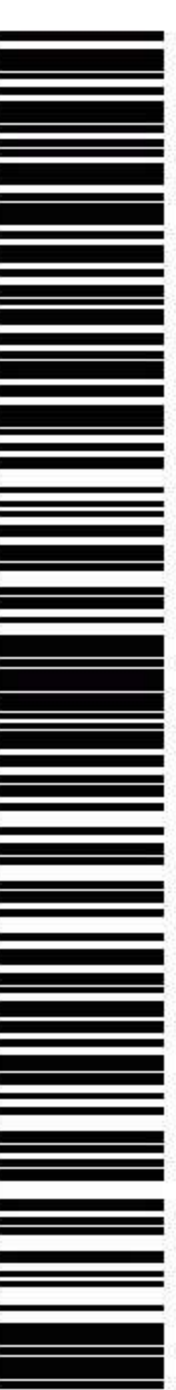
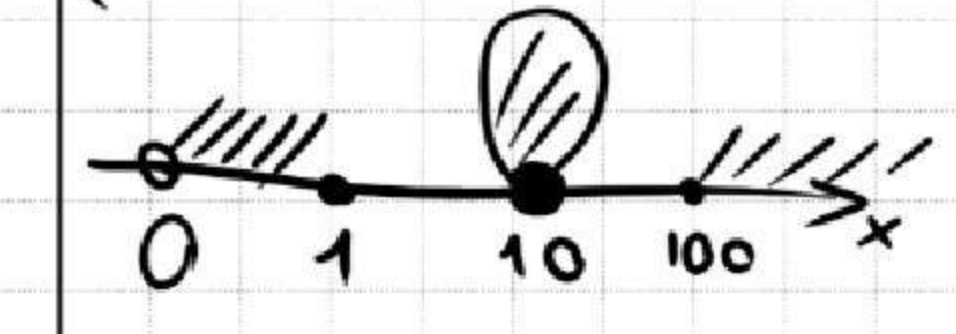
$t^3 - 4t^2 + 5t - 2 = (t^3 - 4t^2 + 4t) + (t - 2) = t(t^2 - 4t + 4) + (t - 2) = t(t-2)^2 + (t-2)$

Источники:

Основная волна 2015

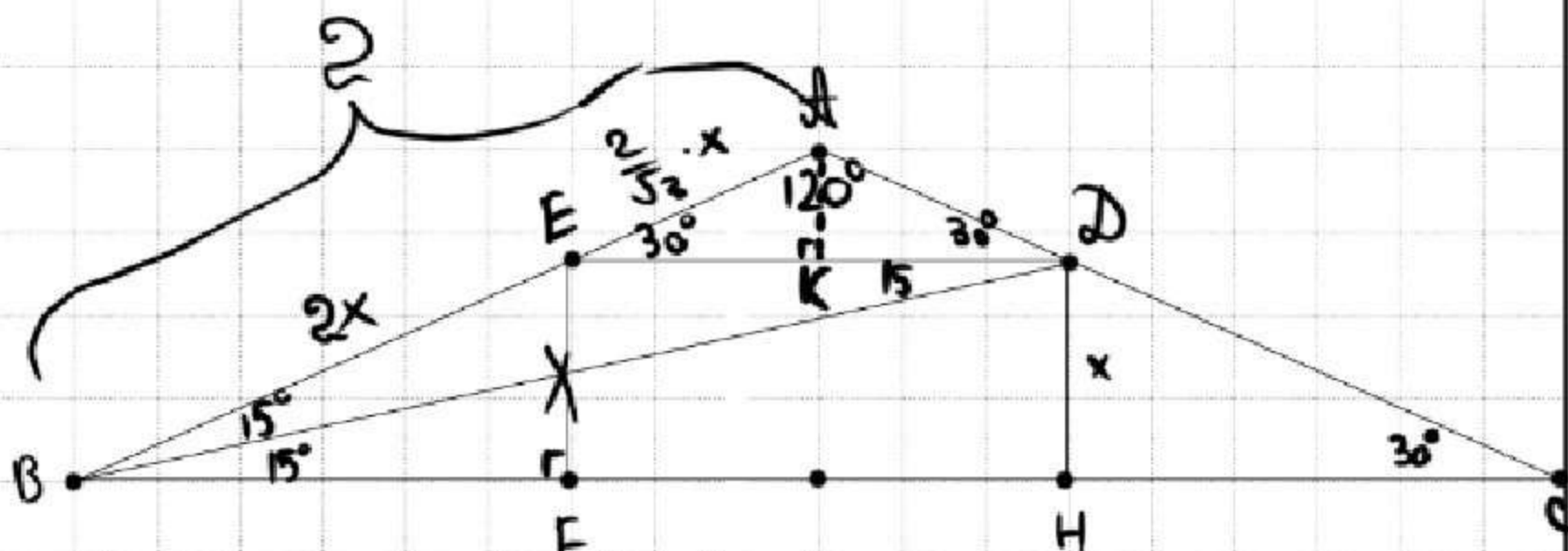
$t \cdot (t-2)^2 + (t-2)$
 $t \leq 0$ $(t-2)(t+2)+1$
 $t = 1$ $(t-2)(t^2-2t+1)$
 $t \geq 2$ $(t-1)^2 \cdot (t-2)$

$t \leq 0$ $\lg x \leq 0$ $\lg x = 1$ $\lg x \geq 2$
 $\begin{cases} x \leq 1 \\ x > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 10 \\ x > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 100 \\ x > 0 \end{cases}$



16 В равнобедренном треугольнике ABC с углом 120° при вершине A проведена биссектриса BD . В треугольник ABC вписан прямоугольник $DEFH$ так, что сторона HF лежит на отрезке BC , а вершина E — на отрезке AB .

- а) Докажите, что $FH = 2DH$.
 б) Найдите площадь прямоугольника $DEFH$, если $AB = 2$.



а) ① Пусть $EF = x$
 Тогда $BE = 2x$ из $\triangle BEF$
 ② $\triangle EAD$:
 $\angle ADE = 30^\circ$
 ③ $\triangle ABD$:
 $\angle ADB = 180 - 120 - 15 = 45^\circ$
 $\angle BDE = 45 - 30 = 15^\circ$
 $\Rightarrow \triangle BDE$ — равнов. $\Rightarrow DE = 2x \Rightarrow FH = 2DH$

ОТВЕТ: $6 - 3\sqrt{3}$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Источники:
 Горизонт #16 2019
 Досрочная волна (Резерв) 2014

① Рассмотрим $\triangle ADE$:
 $\cos 30^\circ = \frac{EK}{AE}$
 $AE = \frac{2x}{\sqrt{3}}$
 ② $AB = 2x + \frac{2x}{\sqrt{3}} = 2$
 $x + \frac{1}{\sqrt{3}}x = 1 \quad | \cdot \sqrt{3}$
 $\sqrt{3}x + x = \sqrt{3}$
 $x(1 + \sqrt{3}) = \sqrt{3}$
 $x = \frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$
 ③ $S_{DEFH} = x \cdot 2x = 2x^2 = 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}\right)^2 = 2 \cdot \frac{3}{4 + 2\sqrt{3}} = \frac{3}{2 + \sqrt{3}} = 6 - 3\sqrt{3}$

17

Задание с развернутым ответом
 15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 1100 тысяч рублей на 31 месяц. Условия его возврата таковы:
 — 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
 — со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
 — 15-го числа каждого месяца с 1-го по 30-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
 — к 15-му числу 31-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
 Какой долг будет 15-го числа 30-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1503 тысячи рублей?

Источники:
 osipri
 Основная волна 2018

Пусть x — сумма, на которую уменьшается долг каждые 30 месяцев.
 Дата: 15 дек, 1 ян, 15 ян, 1 фев, 1 мар, 1 апр, 1 мая, 1 июн, 1 июл, 1 авг, 1 сент, 1 окт, 1 ноя, 1 дек.
 Сумма долга: 1100 тыс, 1100 * 1,02, 1100 - x, 1100 * 1,02 - 1,02 * x, 1100 - 2x, 1100 * 1,02 - 1,02 * 2x, 1100 - 3x, 1100 * 1,02 - 1,02 * 3x.
 15-го числа 30-го месяца: $1100 - 29x$
 15-го числа 31-го месяца: $1100 - 30x$
 Общая сумма выплат: $1100 - 30x = 1503$
 $1100 - 30x = 1503$
 $-30x = 403$
 $x = -13,43$
 Ответ: 200 тыс.

ОТВЕТ: 200 тыс

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Несколько подробнее: 1 балл можно выставлять в тех случаях, когда сюжетное условие задачи верно сведено к решению математической (арифметической, алгебраической, функциональной, геометрической) задачи. Именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, задающему функцию и т.п. Грубо говоря, предъявленный текст должен включать направление, «продолжаемое» до верного решения. Оценка в 2 балла, разумеется, включает в себя условие выставления 1 балла, но существенно ближе к верному решению задачи.
 Здесь предполагается завершённое, практически полное решение соответствующей математической задачи. Типичные допустимые погрешности здесь — вычислительные ошибки (при наличии всех шагов решения) или недостаточно полные обоснования.
 Отметим, что термин «математическая модель», быть может, излишне высокопарен для сравнительно простых задач экономического содержания, предлагаемых на ЕГЭ. Однако, по нашему мнению, он наиболее лаконичен, общепонятен и достаточно ясен для того, чтобы пытаться отыскать ему адекватную замену. Следует подчеркнуть, что один и тот же сюжет может быть успешно сведен к различным математическим моделям и доведен до верного ответа. По этой причине в критериях проверки нигде нет жесткого упоминания о какой-либо конкретной (арифметической, алгебраической, геометрической, функциональной) модели.
 Вообще, способов верного решения заданий этого типа никак не меньше, чем для привычных текстовых задач. Возможен и стиль, приближенный к высшей математике, и наивный подход, напоминающий арифметический способ решения текстовых задач, и метод, использующий специфические для математической экономики понятия (целевая функция, симплекс-метод и т.п.).



18

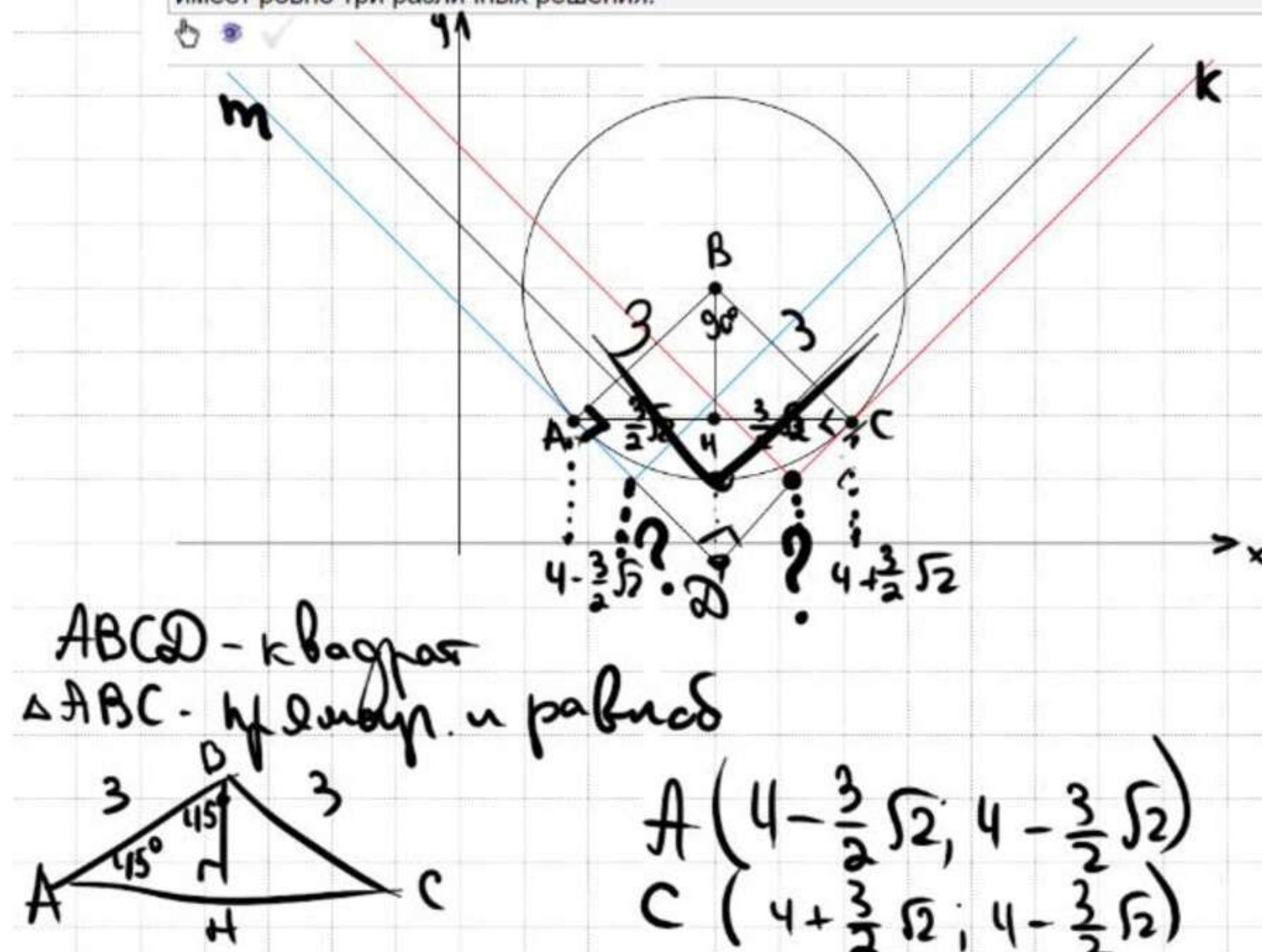
Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x-4)^2 + (y-4)^2 = 9, \\ y = |x-a| + 1 \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

Источники:

ФИПИ
Ященко 2018
Ященко 2018
Ященко 2018



$m:$

$$y = -x + a + 1$$

проходит через г. А.

$$4 - \frac{3}{2}\sqrt{2} = -(4 - \frac{3}{2}\sqrt{2}) + a + 1$$

$$a = 7 - 3\sqrt{2}$$

$k:$

$$y = x - a + 1$$

проходит через г. С

$$4 - \frac{3}{2}\sqrt{2} = 4 + \frac{3}{2}\sqrt{2} - a + 1$$

$$a = 3\sqrt{2} + 1$$

ОТВЕТ: 4 ; $7 - 3\sqrt{2}$; $3\sqrt{2} + 1$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	4

19

Назовём натуральное число хорошим, если в нём можно переставить цифры так, чтобы получившееся число делилось на 11.

- а) Является ли число 5432 хорошим?
 б) Является ли число 10235 хорошим?
 в) Найти наименьшее хорошее число, состоящее из различных нечётных цифр.

а) Да, т.к.
 $5423 : 11$

б) Сумма цифр 11, т.е. сумма цифр на чётных позициях равна сумме цифр на нечётных позициях.

в) Рассмотрим самые маленькие трёхзначные числа из нечётных цифр

135	X
137	X
139	✓
153	
157	

319 : 11

а) Да
 б) Нет
 в) 139

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта а; – обоснованное решение пункта б; – искомая оценка в пункте в; – пример в пункте в, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	4

Источники:

Пробный ЕГЭ 2018

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 13–19. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

