Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	25	
2	9	
3	-0,6	
4	0,97	
5	-17	
6	20	
7	4	
8	12	
9	7	
10	4,27	
11	5	
12	44	
13	а) $\pi + 2\pi n, \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \frac{2\pi}{3} + 2\pi n;\ n \in Z$ б) $-3\pi;\ -\frac{5\pi}{3}$	
14	$\arccos\frac{14}{55}$	
15	$(-\infty; -2] \cup \{0\} \cup [1; 5)$	
16	$\frac{60}{13}$	
17	6 330 000	
18	$\left[-1;\ -\frac{1}{3}\right) \cup \{0\}$	
19	а) да, например 50, 3×20, 3×17 б) нет в) 16	

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 200907

Решения и критерии оценивания заданий 13–19

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

13

а) Решите уравнение

$$\sin 2x + 2\sin x = \sqrt{3}\cos x + \sqrt{3}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;\ -\frac{3\pi}{2}\right]$.

D5A8CA

Источники:
FIPI
osfipi
Основная волна 2019
Досрочная волна 2015

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

1	$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$
2	$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
3	$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
4	$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

а) $2\cdot\sin x\cdot\cos x + 2\sin x = \sqrt{3}\cos x + \sqrt{3}$

$2\sin x\cdot(\cos x+1) = \sqrt{3}\cdot(\cos x+1)$

$2\sin x\cdot(\cos x+1) - \sqrt{3}\cdot(\cos x+1) = 0$

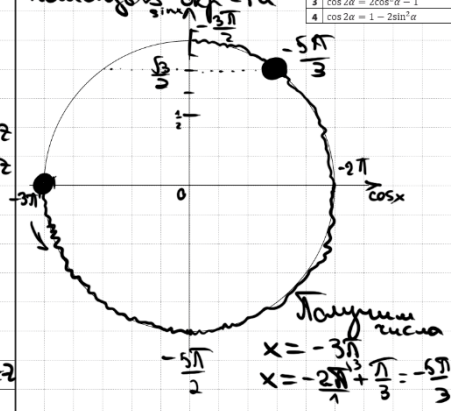
$(\cos x+1)\cdot(2\sin x - \sqrt{3}) = 0$

$\cos x = -1$ $\quad$ $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$x = \pi + 2\pi n, n\in Z$ $\quad$ $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n\in Z$

$x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n\in Z$

б) Отберём корни с помощью $\sin x$ окр-ти



Получим числа

$x = -3\pi$

$x = -2\pi + \frac{\pi}{3} = -\frac{5\pi}{3}$

Ответ: а) $\pi + 2\pi n$, $\frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$; $n\in Z$

б) $-\frac{5\pi}{3}$; -3π

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

100balnik.com

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 200907

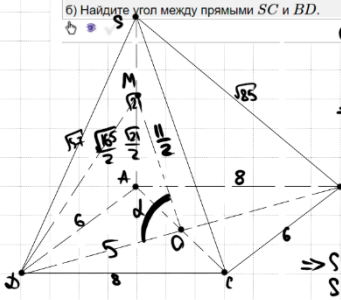
14

В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 8$ и $BC = 6$. Длины боковых рёбер пирамиды $SA = \sqrt{21}$, $SB = \sqrt{85}$, $SD = \sqrt{57}$.

а) Докажите, что SA — высота пирамиды.

б) Найдите угол между прямыми SC и BD.

A885B6



а) ① Заметим, что в △SAD вып. т. Пиф.

$\sqrt{57}^2 = 6^2 + \sqrt{21}^2$

$\Rightarrow \angle SAD = 90^\circ$

② Заметим, что в △SAB вып. т. Пиф.

$\sqrt{85}^2 = 8^2 + \sqrt{21}^2$

$\Rightarrow \angle SAB = 90^\circ$

$\Rightarrow SA \perp AD$, $SA \perp AB$ $\Rightarrow SA \perp$ пл. осн. $\Rightarrow SA$ – высота пир.

б) ① $BD = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

$SO = \frac{1}{2} BD = 5$

② Рассмотрим △SAC: MO – ср. линия

$\Rightarrow M$ – середина SA

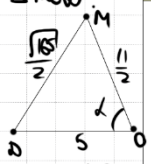
$\Rightarrow \angle MOD$ – искомый

$AM = \frac{1}{2} \cdot AS = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{21}$

△AOM: $OM = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{21}}{2}\right)^2 + 5^2} = \frac{11}{2}$

△ADM: $DM = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{21}}{2}\right)^2 + 6^2} = \frac{\sqrt{165}}{2}$

③ Рассмотрим △MOD:



$\cos\alpha = \frac{5^2 + \left(\frac{11}{2}\right)^2 - \frac{165}{4}}{2 \cdot 5 \cdot \frac{11}{2}}$

$\cos\alpha = \frac{14}{55}$

$\alpha = \arccos\frac{14}{55}$

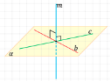
Ответ: $\arccos\frac{14}{55}$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Источники:

FIPI
osfipi
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2018 (10 вар)
Ященко 2018 (30 вар)

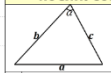
ПРИЗНАК ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ



Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости

Если $\begin{cases} m \perp b \\ m \perp c, \text{ то } m \perp \alpha \\ b \cap c \end{cases}$

ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ



1	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$
2	$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

15

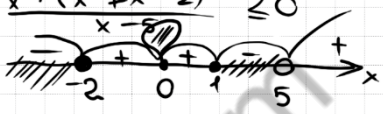
Решите неравенство

$$\frac{x^3}{1} + \frac{6x^2}{1} + \frac{28x^2 + 2x - 10}{x - 5} \le \frac{2}{1}$$

$$\frac{x^4 - 5x^3 + 6x^3 - 30x^2 + 28x^2 + \cancel{2x} - \cancel{10} - \cancel{2x} + \cancel{10}}{x - 5} \le 0$$

$$\frac{x^4 + x^3 - 2x^2}{x - 5} \le 0$$

$$\frac{x^2 \cdot (x^2 + x - 2)}{x - 5} \le 0$$



Ответ: $(-\infty; -2] \cup \{0\} \cup [1; 5)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

При этом в первом случае выставления 1 балла допускаются только ошибки в строгости неравенства: «<» вместо «≤», или наоборот. **Если в ответ включено значение переменной, при котором одна из частей неравенства не имеет смысла, то следует выставлять оценку «0 баллов».**

Источники:

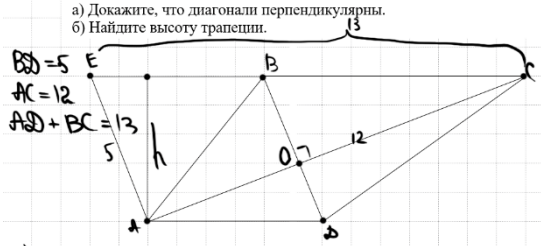
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2020 (50 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2018 (20 вар)
Ященко 2018
Семёнов 2015
СтатГрад 2018

100balnik.ru.com

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 200907

16 Дана трапеция с диагоналями равными 5 и 12. Сумма оснований равна 13.

а) Докажите, что диагонали перпендикулярны.
б) Найдите высоту трапеции.

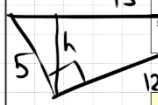


BD = 5
AC = 12
AD + BC = 13

а) ① Пусть BE = AD
Тогда CE = 13
BE = AD
BE ∥ AD => BEAD - параллелограмм
=> AE = BD = 5

② Рассмотрим △ACE:
5, 12, 13
Заметим, что в △ACE вып. т. Пифагора
=> ∠EAC = 90°
=> ∠BOC = 90° (соотв. углы)
=> AC ⊥ BD

б) $h_{трапеции}$ = ?
$h_{\triangle AEC}$



$h = \frac{5 \cdot 12}{13}$

Ответ: $\frac{60}{13}$

Источники:

Основная волна 2017

ПРИЗНАКИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

1	Если две стороны равны и параллельны
2	Если противоположные углы попарно равны
3	Если противоположные стороны попарно равны
4	Если все противоположные стороны попарно параллельны
5	Если диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам

ВЫСОТА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

$h = \frac{ab}{c}$

Ответ: $\frac{60}{13}$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

17 31 декабря 2014 года Василий взял в банке некоторую сумму в кредит под 11% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 11%), затем Василий переводит в банк 3 696 300 рублей. Какую сумму взял Василий в банке, если он выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

Источники:

Ященко 2020 (10 вар)
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2020 (50 вар)
Ященко 2019 (50 вар)
Ященко 2019 (14 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2018 (20 вар)

Пусть
S – сумма кредита
1 янв – день платежа
x = 3 696 300

Дата	Сумма долга
31 дек 14	S
~~1 янв 15~~	
31 дек 15	1,11 · S
1 янв 16	1,11 · S − x
31 дек 16	1,11² · S − 1,11x
1 янв 17	1,11² S − 1,11x − x = 0

$1{,}11^2 \cdot S = 2{,}11 \cdot x$

$S = \frac{2{,}11 \cdot 3\,696\,300 \cdot 100}{1{,}11 \cdot 1{,}11 \cdot 100}$

$S = \frac{2{,}11 \cdot 36963 \cdot 10000}{111 \cdot 111}$

$S = 6330000$

36963 | 111
333 | 333
366
333
333
333
0

Ответ: 6 330 000 р.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Несколько подробнее: 1 балл можно выставлять в тех случаях, когда сюжетное условие задачи верно сведено к решению математической (арифметической, алгебраической, функциональной, геометрической) задачи. Именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, задающему функцию и т.п. Грубо говоря, предъявленный текст должен включать направление, «продолжаемое» до верного решения. Оценка в 2 балла, разумеется, включает в себя условие выставления 1 балла, но существенно ближе к верному решению задачи.

Здесь предполагается завершенное, практически полное решение соответствующей математической задачи. Типичные допустимые погрешности здесь – вычислительные ошибки (при наличии всех шагов решения) или недостаточно полные обоснования.

Отметим, что термин «математическая модель», быть может, излишне высокопарен для сравнительно простых задач экономического содержания, предлагаемых на ЕГЭ. Однако, по нашему мнению, он наиболее лаконичен, общеупотребим и достаточно ясен для того, чтобы пытаться отыскать ему адекватную замену. Следует подчеркнуть, что один и тот же сюжет может быть успешно сведен к различным математическим моделям и доведён до верного ответа. По этой причине в критериях проверки нигде нет жесткого упоминания о какой-либо конкретной (арифметической, алгебраической, геометрической, функциональной) модели.

Вообще, способов верного решения заданий этого типа никак не меньше, чем для привычных текстовых задач. Возможен и стиль, приближенный к высшей математике, и наивный подход, напоминающий арифметический способ решения текстовых задач, и метод использующий специфические для математической экономики понятия (целевая функция, симплекс-метод и т.п.).

100balnik.ru

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 200907

18

Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$ax + \sqrt{-7 - 8x - x^2} = 2a + 3$$

имеет единственный корень.

70EDA0

Источники:

FIPI
osfipi
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2018
Ященко 2018
Ященко 2018
Сеньков 2015
Основная волна 2013

$\sqrt{-7-8x-x^2} = -ax+2a+3$

Преобразуем: $-7-8x-x^2$

$(-x^2 - 8x - 16) + 16 - 7$

$-(x^2+8x+16)+9$

$-(x+4)^2+9$

$x^2+8x+16 = (x+4)^2$

$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=R^2$

Получаем:

$\sqrt{9-(x+4)^2} = -a(x-2)+3$

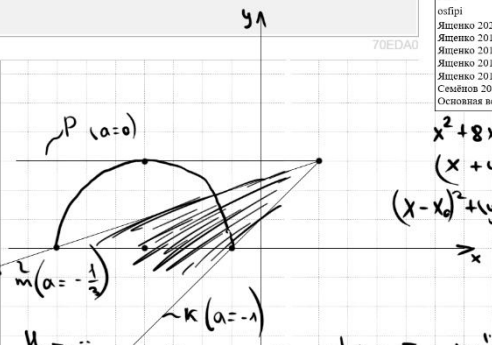
Решим графически:

$y = \sqrt{9-(x+4)^2}$

$\begin{cases} y^2 = 9-(x+4)^2 \\ y \geq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} (x+4)^2 + y^2 = 3^2 \\ y \geq 0 \end{cases}$

$(-4;0)$ $R=3$



Найдём a для прямой „m"

$(-7;0)$

$y = -a(x-2)+3$

$0 = -a\cdot(-9)+3$

$-3 = 9a$

$a = -\frac{1}{3}$

Найдём a для прямой „k"

$(-1;0)$

$0 = -a\cdot(-3)+3$

$-3 = 3a$

$a = -1$

Ответ: $[-1; -\frac{1}{3}) \cup \{0\}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

19

В игре «Дротики» есть 20 наружных секторов, пронумерованных от 1 до 20 и два центральных сектора. При попадании в наружный сектор игрок получает количество очков, совпадающее с номером сектора, а за попадание в центральные сектора он получает 25 или 50 очков соответственно. В каждом из наружных секторов есть области удвоения и утроения, которые, соответственно, удваивают или утраивают номинал сектора. Так, например, попадание в сектор 10 (не в зоны удвоения и утроения) даёт 10 очков, в зону удвоения сектора – 20 очков, в зону утроения – 30 очков.

а) Может ли игрок тремя бросками набрать ровно 161 очко?
б) Может ли игрок четырьмя бросками набрать ровно 235 очков?
в) С помощью какого наименьшего количества бросков, игрок может набрать ровно 947 очков?

Источники:

Пробный ЕГЭ 2015

а) ① $3\times20 = 60$
② 50
③ $3\times17 = 51$

$\underbrace{\quad}_{161}$

б) За 4 броска можно набрать:
① 240 — первый результат
② 237 — второй макс. вып. сумма
③ 234 — третий раз

Рассмотрев 3 максимально возможные суммы за 4 броска понятно, что 235 набрать нельзя

в) за 5 бросков можно набрать ≤ 900 $\Rightarrow$ искомое число бросков ≥ 16

Проверим 16

① - ⑭ утр. 20
⑮ 50
⑯ утр. 19

Осталось 107

Ответ:
а) Да, пример привел
б) Нет, доказать
в) 16

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта *а*; – обоснованное решение пункта *б*; – искомая оценка в пункте *в*; – пример в пункте *в*, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

100balnik.ru.com

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 200907

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <…> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <…>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 13–19. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

100balnik.ru.com