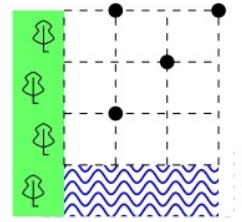




## Задания для 4 класса

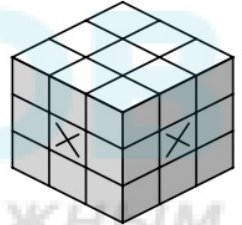
1. В отмеченных точках (см. рисунок) находятся 4 норы. В них живут хоббиты: Фродо, Сэм, Мерри и Пишпин. Нора Фродо ближе к норе Мерри, чем к норе Пишпина. А нора Сэма находится ближе к реке, чем нора Мерри, но дальше от лесополосы, чем нора Пишпина. Кто где живёт? Ответ обоснуйте.



2. У курфюрста Георга 100 монет, некоторые из них фальшивые (возможно, все или ни одной). Георг может показывать одну или несколько монет эксперту, и тот будет говорить, сколько из них фальшивых. Проблема в том, что единственный на всю округу эксперт — барон Мюнхгаузен, а он привирает: результат, названный бароном, всегда больше истинного на некоторое фиксированное (и неизвестное Георгу) натуральное число. Барона не смущает, что он может сказать, например, «три», если ему дали всего две монеты. Сможет ли Георг гарантированно выяснить, какие монеты фальшивые?

3. 31 машина одновременно стартовала из одной точки на круговой трассе: первая машина — со скоростью 61 км/ч, вторая — 62 км/ч, и т. д. (31-я — 91 км/ч). Трасса узкая, и если одна машина на круг обгоняет другую, то они врезаются друг в друга, обе вылетают с трассы и выбывают из гонки. В конце концов осталась одна машина. С какой скоростью она едет?

4. Из куба  $3 \times 3 \times 3$  вырезали тоннель из трёх кубиков, соединяющий центральные клетки двух соседних граней (на рисунке они отмечены крестиками). Разрежьте остальное на фигурки такой же формы, как и тоннель (тоже из трёх кубиков).



5. Каждый из пяти друзей перемножил несколько последовательных чисел, начиная с 1. Оказалось, что одно из произведений равно сумме четырёх других. Найдите все возможные значения этого произведения и покажите, что других значений нет.

6. За круглым столом сидят 8 гномов, у каждого из которых есть по три алмаза. Стулья гномов пронумерованы по порядку от 1 до 8. Каждую минуту гномы одновременно делают следующее: делят все свои алмазы на две кучки (возможно, одна из кучек или обе кучки пустые), затем одну кучку отдают левому соседу, а другую — правому. Могут ли все алмазы оказаться у одного гнома?

### Оформление работы.

Работу нужно выполнять в тетради. На первой странице тетради в верхней строчке укажите номер класса, за который Вы пишете работу. Отступив пустую строку, напишите печатными буквами: фамилию и имя, свой класс, номер школы, в которой Вы учитесь, город и район её расположения, Ваш телефон и электронный адрес (если есть).

Если Вы занимаетесь в математическом кружке, то укажите фамилию руководителя и место занятий кружка.

Решение каждой задачи рекомендуем начинать с новой страницы. Условия задач переписывать не нужно, достаточно номера задачи. Помните, что кроме ответа почти всегда необходимо полное его обоснование.

Работы с признаками списывания или коллективного творчества рассматриваться не будут.

Сдавать работу можно только в электронном виде через веб-форму на сайте ЮМШ: <http://yumsh.ru>. Перед отправкой работы пронумеруйте страницы, затем отсканируйте или сфотографируйте их, обращая внимание на расположение текста. Чтение повернутых или перевёрнутых изображений существенно замедляет проверку!

Срок сдачи работы — не позднее 15 октября.

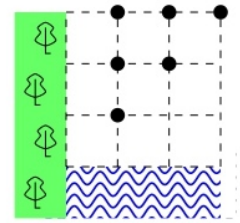
Результаты проверки станут доступны на сайте <http://yumsh.ru> в середине ноября. Вопросы по условиям задач можно задавать с помощью веб-формы на сайте ЮМШ, а также по тел. +7 (812) 573-97-32.

**Желаем удачи!**



## Задания для 5 класса

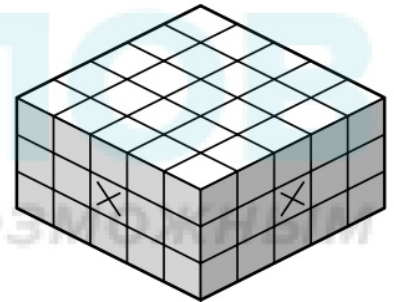
1. В отмеченных точках (см. рисунок) находятся 6 нор. В четырёх норах живут хоббиты: Фродо, Сэм, Мерри и Пиппин. Ещё две норы пусты, и обе расположены к норе Сэма ближе, чем нора Фродо. А нора Фродо находится ближе к реке, чем нора Мерри, но дальше от лесополосы, чем нора Пиппина. Кто где живёт? Ответ обоснуйте.



2. 31 машина одновременно стартовала из одной точки на круговой трассе: первая машина — со скоростью 61 км/ч, вторая — 62 км/ч, и т. д. (31-я — 91 км/ч). Трасса узкая, и если одна машина на круг обгоняет другую, то они врезаются друг в друга, обе вылетают с трассы и выбывают из гонки. В конце концов осталась одна машина. С какой скоростью она едет?

3. У курфюрста Георга 100 монет, некоторые из них фальшивые (возможно, все или ни одной). Георг может показывать от 10 до 20 монет эксперту, и тот будет говорить, сколько из них фальшивых. Проблема в том, что единственный на всю округу эксперт — барон Мюнхгаузен, а он привирает: результат, названный бароном, всегда больше истинного на некоторое фиксированное (и неизвестное Георгу) натуральное число. Барона не смущает, что он может сказать, например, «тринадцать», если ему дали всего двенадцать монет. Сможет ли Георг гарантированно выяснить, какие монеты фальшивые?

4. Исаак де Казобон хочет удалить из параллелепипеда  $5 \times 5 \times 3$  несколько кубиков так, чтобы появилась пещера, выходящая на поверхность только в двух местах: центрах соседних боковых граней (на рисунке они отмечены крестиками). Как это сделать так, чтобы оставшуюся часть параллелепипеда можно было бы сложить из параллелепипедов  $1 \times 1 \times 2$ ?



5. Каждый из пяти друзей перемножил несколько последовательных чисел, начиная с 1. Оказалось, что одно из произведений равно сумме четырёх других. Найдите все возможные значения этого произведения и покажите, что других значений нет.

6. За круглым столом сидят 8 гномов, у каждого из которых есть по три алмаза. Стулья гномов пронумерованы по порядку от 1 до 8. Каждую минуту гномы одновременно делают следующее: делят все свои алмазы на две кучки (возможно, одна из кучек или обе кучки пустые), затем одну кучку отдают левому соседу, а другую — правому. В некоторый момент все алмазы собрались у трёх гномов. У одного из гномов оказалось 7 алмазов. Сколько у каждого из других?

7. Можно ли в равенстве  $\text{БАРАНКА} + \text{БАРАБАН} + \text{КАРАБАС} = \text{ПАРАЗИТ}$  заменить все буквы цифрами (одинаковые буквы одинаковыми цифрами, а разные буквы разными цифрами), чтобы оно было верным?

### Оформление работы.

Работу нужно выполнять в тетради. На первой странице тетради в верхней строчке укажите номер класса, за который Вы пишете работу. Отступив пустую строку, напишите печатными буквами: фамилию и имя, свой класс, номер школы, в которой Вы учитесь, город и район её расположения, Ваш телефон и электронный адрес (если есть).

Если Вы занимаетесь в математическом кружке, то укажите фамилию руководителя и место занятий кружка.

Решение каждой задачи рекомендуем начинать с новой страницы. Условия задач переписывать не нужно, достаточно номера задачи. Помните, что кроме ответа почти всегда необходимо полное его обоснование.

Работы с признаками списывания или коллективного творчества рассматриваться не будут.

Сдавать работу можно только в электронном виде через веб-форму на сайте ЮМШ: <http://yumsh.ru>. Перед отправкой работы пронумеруйте страницы, затем отсканируйте или сфотографируйте их, обращая внимание на расположение текста. Чтение повернутых или перевёрнутых изображений существенно замедляет проверку!

Срок сдачи работы — не позднее 15 октября.

Результаты проверки станут доступны на сайте <http://yumsh.ru> в середине ноября. Вопросы по условиям задач можно задавать с помощью веб-формы на сайте ЮМШ, а также по тел. +7 (812) 573-97-32.

**Желаем удачи!**



## Задания для 6 класса

1. Нарисуйте на листе бумаги окружность, квадрат и треугольник так, чтобы после разрезов по нарисованным линиям лист распался на 22 части.
2. У курфюрста Георга 100 монет, некоторые из них фальшивые (возможно, все или ни одной). Георг может показывать от 10 до 20 монет эксперту, и тот будет говорить, сколько из них фальшивых. Проблема в том, что единственный на всю округу эксперт — барон Мюнхгаузен, а он привирает: результат, названный бароном, всегда больше истинного на некоторое фиксированное (и неизвестное Георгу) натуральное число. Барона не смущает, что он может сказать, например, «тринадцать», если ему дали всего двенадцать монет. Сможет ли Георг гарантированно выяснить, какие монеты фальшивые?
3. Упрямый робот «Инвертор» стоит на бесконечной плоскости и смотрит на восток. Этот робот понимает всего две команды: **ШАГ** и **НАЛЕВО**. Когда робот видит команду **ШАГ**, он передвигается вперёд ровно на 1 метр. Когда робот видит команду **НАЛЕВО**, он, оставаясь на месте, поворачивается налево ровно на  $90^\circ$ . Робот называется упрямым потому, что когда в него вводят программу (последовательность команд), то он сначала выполняет всю программу, а затем выполняет эту же программу, инвертируя смысл команд: видя команду **ШАГ**, он выполняет команду **НАЛЕВО** и наоборот. Используя команду **ШАГ** ровно два раза и команду **НАЛЕВО** сколько угодно раз, составьте для этого робота такую программу, чтобы после её упрямого выполнения он вернулся в исходную точку и смотрел на восток.
4. Каждый из пяти друзей перемножил несколько последовательных чисел, начиная с 1. Оказалось, что одно из произведений равно сумме четырёх других. Найдите все возможные значения этого произведения и покажите, что других значений нет.
5. За круглым столом сидят 8 гномов, у каждого из которых есть по три алмаза. Каждую минуту гномы одновременно делают следующее: делят все свои алмазы на две кучки (возможно, одна из кучек или обе кучки пустые), затем одну кучку отдают левому соседу, а другую — правому. В некоторый момент все алмазы собрались у трёх гномов. У одного из них семь алмазов. Сколько у двух других?
6. В квадрате  $4 \times 4$  клетки раскрашены в несколько цветов так, что в любом прямоугольнике  $1 \times 3$  есть две клетки одного цвета. Какое максимальное количество цветов может быть использовано?
7. В ряд стоят 50 мальчиков и 50 девочек в каком-то порядке. В этом ряду имеется ровно одна группа из 30 детей, стоящих подряд, в которой мальчиков и девочек поровну. Докажите, что найдётся группа из 70 детей подряд, в которой мальчиков и девочек также поровну.

### Оформление работы.

Работу нужно выполнять в тетради. На первой странице тетради в верхней строчке укажите номер класса, за который Вы пишете работу. Отступив пустую строку, напишите печатными буквами: фамилию и имя, свой класс, номер школы, в которой Вы учитесь, город и район её расположения, Ваш телефон и электронный адрес (если есть).

Если Вы занимаетесь в математическом кружке, то укажите фамилию руководителя и место занятий кружка.

Решение каждой задачи рекомендуем начинать с новой страницы. Условия задач переписывать не нужно, достаточно номера задачи. Помните, что кроме ответа почти всегда необходимо полное его обоснование.

Работы с признаками списывания или коллективного творчества рассматриваться не будут.

Сдавать работу можно только в электронном виде через веб-форму на сайте ЮМШ: <http://yumsh.ru>. Перед отправкой работы пронумеруйте страницы, затем отсканируйте или сфотографируйте их, обращая внимание на расположение текста. Чтение повернутых или перевёрнутых изображений существенно замедляет проверку!

Срок сдачи работы — не позднее 15 октября.

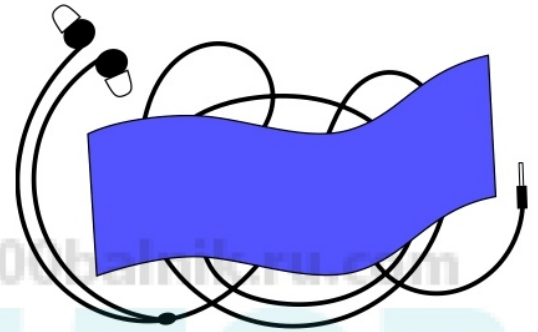
Результаты проверки станут доступны на сайте <http://yumsh.ru> в середине ноября. Вопросы по условиям задач можно задавать с помощью веб-формы на сайте ЮМШ, а также по тел. +7 (812) 573-97-32.

**Желаем удачи!**



## Задания для 7 класса

1. Министерство Правды заявило, что за январь занятость населения Океании упала на 15% от предыдущего уровня, а безработица выросла на 10% от предыдущего уровня. Какова теперь безработица в Океании, согласно заявлению Министерства? (Занятость — доля трудоспособного населения, имеющего работу, а безработица — не имеющего.)
2. Сумма факториалов трёх подряд идущих натуральных чисел делится на 61. Докажите, что последнее из чисел никак не меньше, чем 61. (Факториал числа  $n$  — это произведение всех чисел от 1 до  $n$  включительно.)
3. Таня запутала провод от наушников и сфотографировала узел, поверх которого положила атласную ленту (см. рисунок). Сколько существует вариантов соединения концов провода под лентой?
4. У курфюрста Георга 100 монет, некоторые из них фальшивые (возможно, все или ни одной). Георг может показывать от 10 до 20 монет эксперту, и тот будет говорить, сколько из них фальшивых. Проблема в том, что единственный на всю округу эксперт — барон Мюнхгаузен, а он привирает: результат, названный бароном, всегда больше истинного на некоторое фиксированное (и неизвестное Георгу) натуральное число. Барона не смущает, что он может сказать, например, «тринадцать», если ему дали всего двенадцать монет. Сможет ли Георг гарантированно выяснить, какие монеты фальшивые, обратившись к эксперту меньше 120 раз?
5. Двое по очереди ставят на доску  $2020 \times 2020$  неперекрывающиеся домино, закрывающие по две клетки. Задача второго — покрыть домино всю доску, задача первого — помешать ему. Кто может обеспечить себе выигрыш?
6. В Лимонном царстве 2020 деревень. Некоторые пары деревень соединены напрямик мощёными дорогами. Сеть дорог устроена так, что для любых двух деревень есть ровно один способ переместиться из одной в другую, не проезжая дважды по одной дороге. Агент Апельсин хочет облететь как можно больше деревень на вертолёт. В целях конспирации он не будет посещать одну деревню дважды, и не будет посещать подряд деревни, соединённые дорогой напрямик. Сколько деревень ему гарантированно удастся облететь? Начать он может из любой деревни.
7. Миша придумал два составных числа:  $a$  и  $b$ . На доску в левый столбец он выписал все собственные натуральные делители числа  $a$ , в правый столбец — все собственные натуральные делители числа  $b$ . Одинаковых чисел на доске не оказалось. Миша хочет, чтобы число  $a + b$  не делилось ни на одну сумму двух чисел из разных столбцов. Докажите, что ему для этого достаточно стереть не более половины чисел из каждого столбца. (Делитель числа называется собственным, если он отличается от 1 и самого числа.)



### Оформление работы.

Работу нужно выполнять в тетради. На первой странице тетради в верхней строчке укажите номер класса, за который Вы пишете работу. Отступив пустую строку, напишите печатными буквами: фамилию и имя, свой класс, номер школы, в которой Вы учитесь, город и район её расположения, Ваш телефон и электронный адрес (если есть).

Если Вы занимаетесь в математическом кружке, то укажите фамилию руководителя и место занятий кружка.

Решение каждой задачи рекомендуем начинать с новой страницы. Условия задач переписывать не нужно, достаточно номера задачи. Помните, что кроме ответа почти всегда необходимо полное его обоснование.

Работы с признаками списывания или коллективного творчества рассматриваться не будут.

Сдавать работу можно только в электронном виде через веб-форму на сайте ЮМШ: <http://yumsh.ru>. Перед отправкой работы пронумеруйте страницы, затем отсканируйте или сфотографируйте их, обращая внимание на расположение текста. Чтение повернутых или перевернутых изображений существенно замедляет проверку!

Срок сдачи работы — не позднее 15 октября.

Результаты проверки станут доступны на сайте <http://yumsh.ru> в середине ноября. Вопросы по условиям задач можно задавать с помощью веб-формы на сайте ЮМШ, а также по тел. +7 (812) 573-97-32.

**Желаем удачи!**



## Задания для 8 класса

1. Министерство Правды заявило, что за январь занятость населения Океании упала на 15% от предыдущего уровня, а безработица выросла на 10% от предыдущего уровня. Какова теперь безработица в Океании, согласно заявлению Министерства? (Занятость — доля трудоспособного населения, имеющего работу, а безработица — не имеющего.)
2. Ася поделила любимое число Васи на свое любимое число, Буся поделила любимое число Васи на свое любимое число. Затем обе девочки записали на доску делитель, неполное частное и остаток. Пять чисел на доске — это 2020, 2020, 2021, 2021, 2021. Можно ли однозначно определить шестое?
3. У курфюрста Георга 100 монет, некоторые из них фальшивые (возможно, все или ни одной). Георг может показывать от 10 до 20 монет эксперту, и тот будет говорить, сколько из них фальшивых. Проблема в том, что единственный на всю округу эксперт — барон Мюнхгаузен, а он привирает: результат, названный бароном, всегда больше истинного на некоторое фиксированное (и неизвестное Георгу) натуральное число. Барона не смущает, что он может сказать, например, «тринадцать», если ему дали всего двенадцать монет. Сможет ли Георг гарантированно выяснить, какие монеты фальшивые, обратившись к эксперту меньше 120 раз?
4. В ряд стоят 50 мальчиков и 50 девочек в каком-то порядке. В этом ряду имеется ровно одна группа из 30 детей, стоящих подряд, в которой мальчиков и девочек поровну. Докажите, что найдётся группа из 70 детей подряд, в которой мальчиков и девочек также поровну.
5. В треугольнике  $ABC$  угол  $B$  прямой. На стороне  $BC$  отмечена середина  $M$ , а на гипотенузе нашлась такая точка  $K$ , что  $AB = AK$  и  $\angle BKM = 45^\circ$ . Кроме этого, на сторонах  $AB$  и  $AC$  нашлись такие точки  $N$  и  $L$  соответственно, что  $BC = CL$  и  $\angle BLN = 45^\circ$ . В каком отношении точка  $N$  делит сторону  $AB$ ?
6. Двое по очереди ставят на доску  $2021 \times 2021$  неперекрывающиеся домино, закрывающие по две клетки. Задача второго — покрыть домино всю доску, кроме одной клетки, задача первого — помешать ему. Кто может обеспечить себе выигрыш?
7. Миша придумал два составных числа:  $a$  и  $b$ . На доску в левый столбец он выписал все собственные натуральные делители числа  $a$ , в правый столбец — все собственные натуральные делители числа  $b$ . Одинаковых чисел на доске не оказалось. Миша хочет, чтобы число  $a + b$  не делилось ни на одну сумму двух чисел из разных столбцов. Докажите, что ему для этого достаточно стереть не более половины чисел из каждого столбца. (Делитель числа называется собственным, если он отличается от 1 и самого числа.)

### Оформление работы.

Работу нужно выполнять в тетради. На первой странице тетради в верхней строчке укажите номер класса, за который Вы пишете работу. Отступив пустую строку, напишите печатными буквами: фамилию и имя, свой класс, номер школы, в которой Вы учитесь, город и район её расположения, Ваш телефон и электронный адрес (если есть).

Если Вы занимаетесь в математическом кружке, то укажите фамилию руководителя и место занятий кружка.

Решение каждой задачи рекомендуем начинать с новой страницы. Условия задач переписывать не нужно, достаточно номера задачи. Помните, что кроме ответа почти всегда необходимо полное его обоснование.

Работы с признаками списывания или коллективного творчества рассматриваться не будут.

Сдавать работу можно только в электронном виде через веб-форму на сайте ЮМШ: <http://yumsh.ru>. Перед отправкой работы пронумеруйте страницы, затем отсканируйте или сфотографируйте их, обращая внимание на расположение текста. Чтение повернутых или перевёрнутых изображений существенно замедляет проверку!

Срок сдачи работы — не позднее 15 октября.

Результаты проверки станут доступны на сайте <http://yumsh.ru> в середине ноября. Вопросы по условиям задач можно задавать с помощью веб-формы на сайте ЮМШ, а также по тел. +7 (812) 573-97-32.

**Желаем удачи!**