

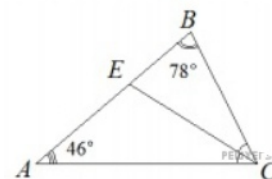
1. В треугольнике ABC проведена биссектриса CE . Найдите величину угла BCE , если $\angle BAC = 46^\circ$ и $\angle ABC = 78^\circ$.

Решение.

Сначала найдём угол ACB :

$$\angle ACB = 180^\circ - 46^\circ - 78^\circ = 56^\circ.$$

Поскольку CE биссектриса, $\angle BCE = 56^\circ : 2 = 28^\circ$.

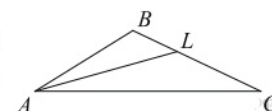


Допускается другая последовательность действий и рассуждений, обоснованно приводящая к верному ответу.

Ответ: 28° .

2.

В треугольнике ABC проведена биссектриса AL , угол ALC равен 121° , угол ABC равен 101° . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.



Решение.

Пусть угол BAL равен α , угол ACB равен β . Сумма углов в треугольнике ABC равна 180° , откуда $2\alpha + 101^\circ + \beta = 180^\circ$. Аналогично из треугольника ALC $\alpha + 121^\circ + \beta = 180^\circ$. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 2\alpha + 101^\circ + \beta = 180^\circ, \\ \alpha + 121^\circ + \beta = 180^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(59^\circ - \beta) + \beta = 79^\circ, \\ \alpha = 59^\circ - \beta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta = 39^\circ, \\ \alpha = 20^\circ. \end{cases}$$

Таким образом, угол ACB равен 39° .

Ответ: 39.

3. В треугольнике два угла равны 36° и 73° . Найдите его третий угол. Ответ дайте в градусах.

Решение.

Сумма углов треугольника равна 180° . Следовательно, $180^\circ - 36^\circ - 73^\circ = 71^\circ$.

Ответ: 71.

4. В треугольнике два угла равны 43° и 88° . Найдите его третий угол. Ответ дайте в градусах.

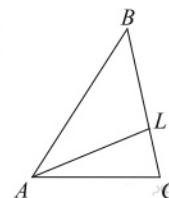
Решение.

Сумма углов треугольника равна 180° . Следовательно, $180^\circ - 43^\circ - 88^\circ = 49^\circ$.

Ответ: 49.

5.

В треугольнике ABC проведена биссектриса AL , угол ALC равен 78° , угол ABC равен 52° . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.



Решение.

Пусть угол BAL равен α , угол ACB равен β . Сумма углов в треугольнике ABC равна 180° , откуда $2\alpha + 52^\circ + \beta = 180^\circ$. Аналогично, из треугольника ALC $\alpha + 78^\circ + \beta = 180^\circ$. Получаем систему уравнений:

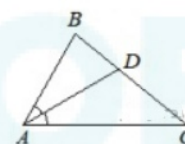
$$\begin{cases} 2\alpha + 52^\circ + \beta = 180^\circ, \\ \alpha + 78^\circ + \beta = 180^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(102^\circ - \beta) + \beta = 128^\circ, \\ \alpha = 102^\circ - \beta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta = 76^\circ, \\ \alpha = 26^\circ. \end{cases}$$

Таким образом, угол ACB равен 76° .

Ответ: 76.

6.

В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC = 64^\circ$, AD — биссектриса. Найдите угол BAD . Ответ дайте в градусах.



Решение.

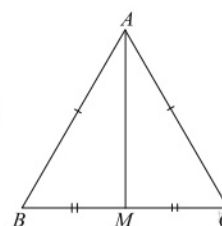
Поскольку AD — биссектриса, то $\angle BAD = \frac{\angle BAC}{2}$. Таким образом, $\angle BAD = \frac{64^\circ}{2} = 32^\circ$.

Ответ: 32.

7. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием BC проведена медиана AM . Найдите медиану AM , если периметр треугольника ABC равен 40 см, а периметр треугольника ABM равен 32 см.

Решение.

Периметр треугольника ABC равен сумме длин трех сторон $AB + AC + BC$. Так как треугольник ABC равнобедренный, то стороны AB и AC равны. Медиана AM делит BC на две равные части $CM = MB$. Периметр треугольника ABM равен $AM + BM + AB$. Периметр треугольника ABC равен $AB + AC + CB = 2AB + 2BM = 2(AB + BM) = 40$ см. Следовательно, $AB + BM = 20$ см. Зная периметр ABM , можно найти медиану: $32 - 20 = 12$ см.

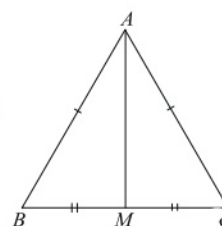


Ответ: 12 см.

8. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием BC проведена медиана AM . Найдите медиану AM , если периметр треугольника ABC равен 56 см, а периметр треугольника ABM равен 42 см.

Решение.

Периметр треугольника ABC равен сумме длин трех сторон $AB + AC + BC$. Так как треугольник ABC равнобедренный, то стороны AB и AC равны. Медиана AM делит BC на две равные части $CM = MB$. Периметр треугольника ABM равен $AM + BM + AB$. Периметр треугольника ABC равен $AB + AC + CB = 2AB + 2BM = 2(AB + BM) = 56$ см. Следовательно, $AB + BM = 28$ см. Зная периметр ABM , можно найти медиану: $42 - 28 = 14$ см.



Ответ: 14 см.

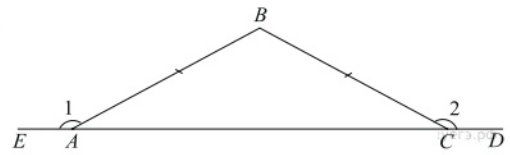
9. Два внешних угла треугольника при разных вершинах равны. Периметр треугольника равен 78 см, а одна из сторон равна 18 см. Найдите две другие стороны треугольника.

Решение.

Так как два внешних угла треугольника при разных вершинах равны, следовательно, треугольник ABC равнобедренный.

Если $AC = 18$ см, то остальные стороны по $(78 - 18) : 2 = 30$ см.

Если $AB = BC = 18$ см, то основание равно $78 - 2 \cdot 18 = 42$ см. Но такого треугольника не может существовать. Значит, второе предположение неверно.



Ответ: 18 см, 30 см, 30 см.

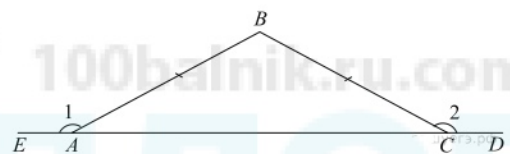
10. Два внешних угла треугольника при разных вершинах равны. Периметр треугольника равен 86 см, а одна из сторон равна 20 см. Найдите две другие стороны треугольника.

Решение.

Так как два внешних угла треугольника при разных вершинах равны, следовательно, треугольник ABC равнобедренный.

Если $AC = 20$ см, то остальные стороны по $(86 - 20) : 2 = 33$ см.

Если $AB = BC = 20$ см, то основание равно $86 - 2 \cdot 20 = 46$ см. Но такого треугольника не может существовать. Значит, второе предположение неверно.



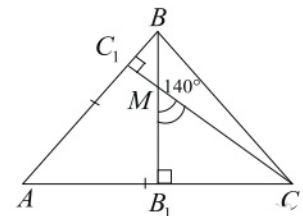
Ответ: 20 см, 33 см, 33 см.

11. Высоты, проведенные к боковым сторонам AB и AC остроугольного равнобедренного треугольника ABC , пересекаются в точке M . Найдите углы треугольника, если угол $BMC = 140^\circ$.

Решение.

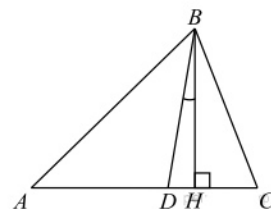
По свойству смежных углов угол $CMB_1 = 180 - 140 = 40^\circ$. Следовательно, угол $MCA_1 = 90 - 40 = 50^\circ$. Угол $A = 90 - 50 = 40^\circ$. По свойству углов в равнобедренном треугольнике углы B и C равны $(180 - 40) : 2 = 70^\circ$.

Ответ: $40^\circ, 70^\circ, 70^\circ$.



12.

В треугольнике ABC углы A и C равны 40° и 60° соответственно. Найдите угол между высотой BH и биссектрисой BD .



Решение.

Из треугольника ABC найдем $\angle ABC$:

$$\angle ABC = 180^\circ - \angle A - \angle C = 180^\circ - 40^\circ - 60^\circ = 80^\circ.$$

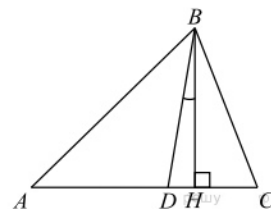
BD — биссектриса, следовательно, $\angle DBC = \frac{1}{2}\angle ABC = 40^\circ$.

Треугольник HBC — прямоугольный, следовательно:

$$\angle HBC = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ.$$

Найдём угол DBH :

$$\angle DBH = \angle DBC - \angle HBC = 40^\circ - 30^\circ = 10^\circ.$$



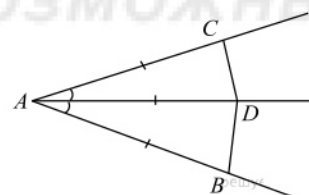
Ответ: 10° .

13. На сторонах угла BAC и на его биссектрисе отложены равные отрезки AB , AC и AD . Величина угла BDC равна 160° . Определите величину угла BAC .

Решение.

Треугольники ADB и ACD равнобедренные и равны по двум сторонам и углу между ними. Следовательно,

$$\begin{aligned} \angle ACD = \angle CDA = \angle ADB = \angle ABD = 80^\circ; \\ \angle BAC = 360^\circ - 4 \cdot 80 = 40^\circ. \end{aligned}$$



Ответ: 40° .

14. На сторонах угла BAC , равного 20° , и на его биссектрисе отложены равные отрезки AB , AC и AD . Определите величину угла BDC .

Решение.

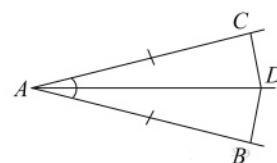
Так как отрезки равны, то треугольники ACD и ABD — равнобедренные. Углы при основании этих треугольников равны:

$$\frac{180^\circ - 10^\circ}{2} = 85^\circ$$

Найдём искомый угол:

$$\angle BDC = 2 \cdot 85^\circ = 170^\circ.$$

Ответ: $\angle BDC = 170^\circ$.



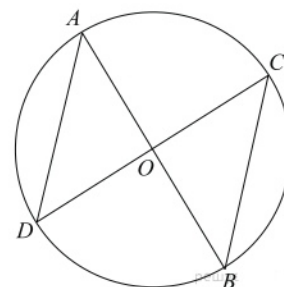
15. Отрезки AB и CD — диаметры окружности с центром O . Найдите периметр треугольника AOD , если известно, что $CB = 13$ см, $AB = 16$ см.

Решение.

Рассмотрим треугольник AOD и треугольник COB : так как $AO = OB = r$, $CO = OD = r$, $\angle AOD = \angle COB$ (как вертикальные). Следовательно, $\triangle AOD = \triangle COB$. Из равенства треугольников видим, что $CB = AD$.

Так как O центр окружности, то хорды проходящие через него делятся на равные участки. Получаем: $AB = AO + OD$.

Найдем периметр треугольника AOD : $AB + AD = 13 + 16 = 29$ см.



Ответ: 29 см.

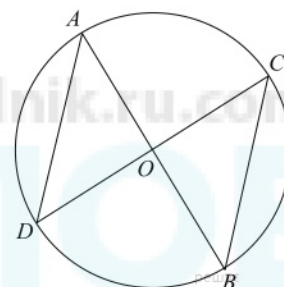
16. Отрезки AB и CD — диаметры окружности с центром O . Найдите периметр треугольника AOD , если известно, что $CB = 11$ см, $AB = 17$ см.

Решение.

Рассмотрим треугольник AOD и треугольник COB : так как $AO = OB = r$, $CO = OD = r$, $\angle AOD = \angle COB$ (как вертикальные). Следовательно, $\triangle AOD = \triangle COB$. Из равенства треугольников видим, что $CB = AD$.

Так как O центр окружности, то хорды проходящие через него делятся на равные участки. Получаем: $AB = AO + OD$.

Найдем периметр треугольника AOD : $AB + AD = 17 + 11 = 28$ см.



Ответ: 28 см.

17. В треугольнике ABC стороны AB и BC равны, угол B равен 76° . Биссектрисы углов A и C пересекаются в точке M . Найдите величину угла AMC .

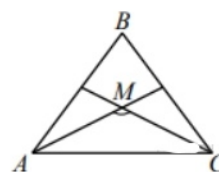
Решение.

В равнобедренном треугольнике ABC :

1) $\angle BAC = \angle BCA = (180^\circ - 76^\circ) : 2 = 52^\circ$.

2) $\angle MAC = \angle MCA = 52 : 2 = 26^\circ$.

3) В равнобедренном треугольнике AMC :
 $\angle AMC = 180 - (26^\circ + 26^\circ) = 128$.



Ответ: 128° .

18. В треугольнике ABC стороны AB и BC равны, угол B равен 88° . Биссектрисы углов A и C пересекаются в точке M . Найдите величину угла AMC .

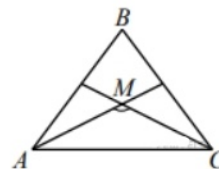
Решение.

В равнобедренном треугольнике ABC :

1) $\angle BAC = \angle BCA = (180^\circ - 88^\circ) : 2 = 46^\circ$.

2) $\angle MAC = \angle MCA = 46 : 2 = 23^\circ$.

3) В равнобедренном треугольнике AMC :
 $\angle AMC = 180 - (23^\circ + 23^\circ) = 134^\circ$.



Ответ: 134° .

19. В треугольнике ABC стороны AB и BC равны, угол B равен 72° . Биссектрисы углов A и C пересекаются в точке M . Найдите величину угла AMC .

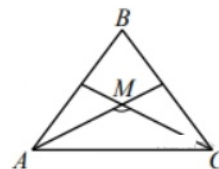
Решение.

В равнобедренном треугольнике ABC :

1) $\angle BAC = \angle BCA = (180^\circ - 72^\circ) : 2 = 54^\circ$.

2) $\angle MAC = \angle MCA = 54 : 2 = 27^\circ$.

3) В равнобедренном треугольнике AMC :
 $\angle AMC = 180 - (27^\circ + 27^\circ) = 126^\circ$.



Ответ: 126° .

20. В треугольнике ABC стороны AB и BC равны, угол B равен 72° . Биссектрисы углов A и C пересекаются в точке M . Найдите величину угла AMC .

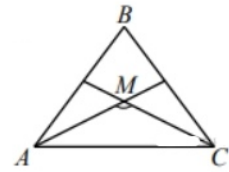
Решение.

В равнобедренном треугольнике ABC :

1) $\angle BAC = \angle BCA = (180^\circ - 72^\circ) : 2 = 54^\circ$.

2) $\angle MAC = \angle MCA = 54 : 2 = 27^\circ$.

3) В равнобедренном треугольнике AMC :
 $\angle AMC = 180 - (27^\circ + 27^\circ) = 126^\circ$.



Ответ: 126° .

21. На продолжении стороны AB равнобедренного треугольника ABC с основанием AC отметили точку D так, что $AD = AC$ и точка A находится между точками B и D . Найдите величину угла ADC если угол ABC равен 32° .

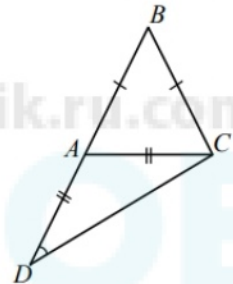
Решение.

В равнобедренном треугольнике ABC :

1) $\angle BAC = \angle BCA = (180^\circ - 32^\circ) : 2 = 74^\circ$.

2) Для треугольника ADC угол BAC является внешним, следовательно,
 $\angle ADC + \angle ACD = \angle BAC = 74^\circ$.

3) По свойству равнобедренного треугольника ADC находим:
 $\angle ADC = 74^\circ : 2 = 37^\circ$.



Ответ: 37° .

22. На продолжении стороны AB равнобедренного треугольника ABC с основанием AC отметили точку D так, что $AD = AC$ и точка A находится между точками B и D . Найдите величину угла ADC если угол ABC равен 44° .

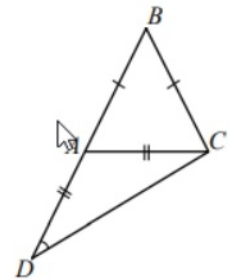
Решение.

В равнобедренном треугольнике ABC :

1) $\angle BAC = \angle BCA = (180^\circ - 44^\circ) : 2 = 68^\circ$.

2) Для треугольника ADC угол BAC является внешним, следовательно,
 $\angle ADC + \angle ACD = \angle BAC = 68^\circ$.

3) По свойству равнобедренного треугольника ADC находим:
 $\angle ADC = 68^\circ : 2 = 34^\circ$.



Ответ: 34° .

23. На продолжении стороны AB равнобедренного треугольника ABC с основанием AC отметили точку D так, что $AD = AC$ и точка A находится между точками B и D . Найдите величину угла ADC если угол ABC равен 28° .

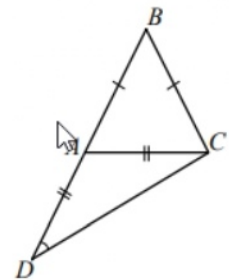
Решение.

В равнобедренном треугольнике ABC :

1) $\angle BAC = \angle BCA = (180^\circ - 28^\circ) : 2 = 76^\circ$.

2) Для треугольника ADC угол BAC является внешним, следовательно,
 $\angle ADC + \angle ACD = \angle BAC = 76^\circ$.

3) По свойству равнобедренного треугольника ADC находим:
 $\angle ADC = 76^\circ : 2 = 38^\circ$.



Ответ: 38° .

24. На продолжении стороны AB равнобедренного треугольника ABC с основанием AC отметили точку D так, что $AD = AC$ и точка A находится между точками B и D . Найдите величину угла ADC если угол ABC равен 52° .

Решение.

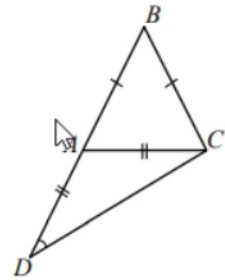
В равнобедренном треугольнике ABC :

1) $\angle BAC = \angle BCA = (180^\circ - 28^\circ) : 2 = 64^\circ$.

2) Для треугольника ADC угол BAC является внешним, следовательно, $\angle ADC + \angle ACD = \angle BAC = 64^\circ$.

3) По свойству равнобедренного треугольника ADC находим: $\angle ADC = 64^\circ : 2 = 32^\circ$.

Ответ: 32° .



25. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC угол B равен 120° . Высота треугольника, проведённая из вершины A равна 7. Найдите длину стороны AC .

Решение.

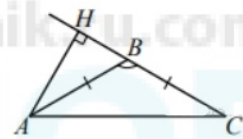
1) Пусть точка H — основание высоты, проведённой из точки A . Из равнобедренного треугольника ABC находим:

$$\angle BAC = \angle BCA = (180^\circ - 120^\circ) : 2 = 30^\circ.$$

2) В прямоугольном треугольнике AHC :

$$AC = 2 \cdot AH = 14.$$

Ответ: 14.



26. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC угол B равен 120° . Высота треугольника, проведённая из вершины A равна 5. Найдите длину стороны AC .

Решение.

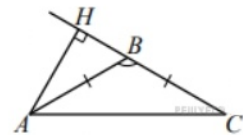
1) Пусть точка H — основание высоты, проведённой из точки A . Из равнобедренного треугольника ABC находим:

$$\angle BAC = \angle BCA = (180^\circ - 120^\circ) : 2 = 30^\circ.$$

2) В прямоугольном треугольнике AHC :

$$AC = 2 \cdot AH = 10.$$

Ответ: 10.



27. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC угол B равен 120° . Высота треугольника, проведённая из вершины A равна 9. Найдите длину стороны AC .

Решение.

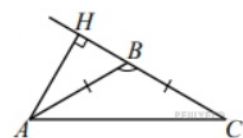
1) Пусть точка H — основание высоты, проведённой из точки A . Из равнобедренного треугольника ABC находим:

$$\angle BAC = \angle BCA = (180^\circ - 120^\circ) : 2 = 30^\circ.$$

2) В прямоугольном треугольнике AHC :

$$AC = 2 \cdot AH = 18.$$

Ответ: 18.



28. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC угол B равен 120° . Высота треугольника, проведённая из вершины, A равна 8. Найдите длину стороны AC .

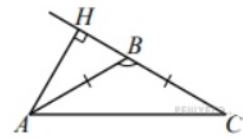
Решение.

1) Пусть точка H — основание высоты, проведённой из точки A . Из равнобедренного треугольника ABC находим:

$$\angle BAC = \angle BCA = (180^\circ - 120^\circ) : 2 = 30^\circ.$$

2) В прямоугольном треугольнике AHC :

$$AC = 2 \cdot AH = 16.$$



Ответ: 16.

29. Сторона AB треугольника ABC продолжена за точку B . На продолжении отмечена точка D так, что $BC=BD$. Найдите величину угла, BCD если угол ACB равен 60° , а угол BAC равен 50° .

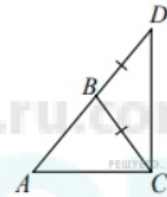
Решение.

1) Для треугольника ABC угол DBC является внешним, следовательно,

$$\angle DBC = 50^\circ + 60^\circ = 110^\circ.$$

2) В равнобедренном треугольнике DBC :

$$\angle BCD = \angle BDC = (180^\circ - 110^\circ) : 2 = 35^\circ.$$



Ответ: 35.

30. Сторона AB треугольника ABC продолжена за точку B . На продолжении отмечена точка D так, что $BC=BD$. Найдите величину угла, BCD если угол ACB равен 30° , а угол BAC равен 40° .

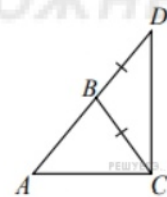
Решение.

1) Для треугольника ABC угол DBC является внешним, следовательно,

$$\angle DBC = 30^\circ + 40^\circ = 70^\circ.$$

2) В равнобедренном треугольнике DBC :

$$\angle BCD = \angle BDC = (180^\circ - 70^\circ) : 2 = 55^\circ.$$



Ответ: 55.

31. Сторона AB треугольника ABC продолжена за точку B . На продолжении отмечена точка D так, что $BC=BD$. Найдите величину угла, BCD если угол ACB равен 75° , а угол BAC равен 35° .

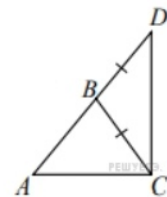
Решение.

1) Для треугольника ABC угол DBC является внешним, следовательно,

$$\angle DBC = 75^\circ + 35^\circ = 110^\circ.$$

2) В равнобедренном треугольнике DBC :

$$\angle BCD = \angle BDC = (180^\circ - 110^\circ) : 2 = 35^\circ.$$



Ответ: 35.

32. Сторона AB треугольника ABC продолжена за точку B . На продолжении отмечена точка D так, что $BC=BD$. Найдите величину угла, BCD если угол ACB равен 35° , а угол BAC равен 65° .

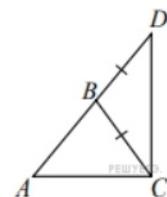
Решение.

1) Для треугольника ABC угол DBC является внешним, следовательно,

$$\angle DBC = 65^\circ + 35^\circ = 100^\circ.$$

2) В равнобедренном треугольнике DBC :

$$\angle BCD = \angle BDC = (180^\circ - 100^\circ) : 2 = 40^\circ.$$



Ответ: 40.

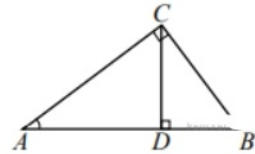
33. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C проведена высота CD . Найдите величину угла A , если $DB=6$, а $BC=12$.

Решение.

1) В прямоугольном треугольнике CDB гипотенуза BC вдвое длиннее катета, DB поэтому $\angle BCD = 30^\circ$, $\angle CBD = 60^\circ$.

2) В прямоугольном треугольнике ACB угол B равен 60° , поэтому угол A равен 30° .

Ответ: 30.



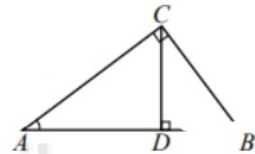
34. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C проведена высота CD . Найдите величину угла A , если $DB=8$, а $BC=16$.

Решение.

1) В прямоугольном треугольнике CDB гипотенуза BC вдвое длиннее катета, DB поэтому $\angle BCD = 30^\circ$, $\angle CBD = 60^\circ$.

2) В прямоугольном треугольнике ACB угол B равен 60° , поэтому угол A равен 30° .

Ответ: 30.



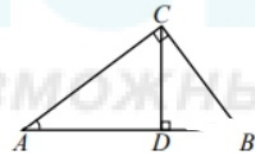
35. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C проведена высота CD . Найдите величину угла A , если $DB=3$, а $BC=6$.

Решение.

1) В прямоугольном треугольнике CDB гипотенуза BC вдвое длиннее катета, DB поэтому $\angle BCD = 30^\circ$, $\angle CBD = 60^\circ$.

2) В прямоугольном треугольнике ACB угол B равен 60° , поэтому угол A равен 30° .

Ответ: 30.



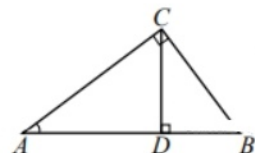
36. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C проведена высота CD . Найдите величину угла A , если $DB=9$, а $BC=18$.

Решение.

1) В прямоугольном треугольнике CDB гипотенуза BC вдвое длиннее катета, DB поэтому $\angle BCD = 30^\circ$, $\angle CBD = 60^\circ$.

2) В прямоугольном треугольнике ACB угол B равен 60° , поэтому угол A равен 30° .

Ответ: 30.



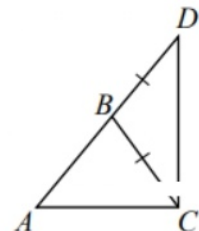
37. Сторона AB треугольника ABC продолжена за точку B . На продолжении отмечена точка D так, что $BC = BD$. Найдите величину угла BCD , если угол ACB равен 60° , а угол BAC равен 50° . Ответ дайте в градусах. Запишите решение и ответ.

Решение.

1) Для треугольника ABC угол DBC является внешним, следовательно $\angle DBC = 50^\circ + 60^\circ = 110^\circ$.

2) В равнобедренном треугольнике DBC имеем $\angle BCD = \angle BDC = (180^\circ - 110^\circ) : 2 = 35^\circ$.

Ответ: 35° .



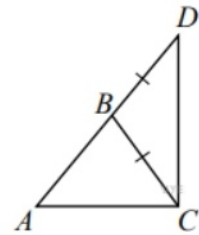
38. Сторона AB треугольника ABC продолжена за точку B . На продолжении отмечена точка D так, что $BC = BD$. Найдите величину угла BCD , если угол ACB равен 35° , а угол BAC равен 65° . Ответ дайте в градусах. Запишите решение и ответ.

Решение.

1) Для треугольника ABC угол DBC является внешним, следовательно $\angle DBC = 35^\circ + 65^\circ = 100^\circ$.

2) В равнобедренном треугольнике DBC имеем $\angle BCD = \angle BDC = \frac{180^\circ - 100^\circ}{2} = 40^\circ$.

Ответ: 40° .



100balnik.ru.com

100-БАЛЛОВ

Делаем невозможное возможным